

Distribuição α - κ - μ bivariável

Geordan Caldeira de Souza

OUT / 2015

Distribuição α - κ - μ bivariável

GEORDAN CALDEIRA DE SOUZA

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Telecomunicações.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza.

Souza, Geordan Caldeira de
S729d Distribuição alpha-kappa-mu bivariável. / Geordan Caldeira de
Souza. – Santa Rita do Sapucaí, 2015.
78p.

Orientador: Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza.
Dissertação de Mestrado – Engenharia de Telecomunicações –
Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.
Inclui bibliografia e anexo.

1. Desvanecimento de canais 2. Correlação 3. Distribuição
kappa-mu 4. Distribuição alpha-kappa-mu 5. Comunicação sem fio 6.
Engenharia de Telecomunicações. I. Souza, Rausley Adriano Amaral de. II.
Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL. III. Título.

CDU 621.39

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 22/10/2015,
pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza (Orientador)
INATEL

Prof. Dr. Antônio Marcelo Oliveira Ribeiro
UNICAMP

Prof. Dr. Felipe Emanuel Chaves
INATEL

Coordenador do Curso de Mestrado
Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito

*“A mente que se abre a uma nova
idéia jamais voltará ao seu
tamanho original. ”*

Albert Einstein

À minha família.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a DEUS.

À minha família, meus pais Genilson e Marli, meus irmãos Gean e Geowan, meus Tios e Tias, Primos e Primas, a meus amados Irmãos de Ordem e sobrinhos, por inúmeros momentos da minha vida, deste o incentivo de “largar” tudo e vir para Santa Rita do Sapucaí realizar este sonho, além do apoio nos momentos de estudos, desespero e alegrias.

Ao meu orientador Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza, exemplo de competência, que além de ter me proporcionado o suporte técnico para elaboração deste trabalho, proporcionou também o apoio, acreditando na conclusão deste trabalho.

Aos grandiosos Mestres desta instituição, principalmente (Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza, Dr. Carlos Alberto Ynoguti, Dr. Dayan Adionel Guimarães, Dr. José Antônio Justino Ribeiro, Dr. Geraldo Gil Ramundo Gomes, Dr. Carlos Roberto dos Santos, Dr. Luciano Leonel Mendes), que tive a oportunidade de estar absorvendo os conhecimentos em sala de aula.

Aos amigos e companheiros que estiveram presentes durante o curso de Mestrado, compartilhando cada momento, principalmente nas longas madrugadas. Pessoas como Ramon (Comandante), Bandiri, Pedro Ivo, Isackson, Simon, Ricardo (Zan), Fernando Batista, Gabriel, Ana Paula (Poia), Guilherme (Experi), Casaroli, Natacha, dentre outros. Também os amigos e companheiros dos Laboratórios Lambda (II-18), Woca (II-20) e o eterno Comando (II-19).

À secretária do Mestrado Gisele, pela assiduidade e dedicação nos serviços prestados.

Por fim, ao Instituto Nacional de Telecomunicações pela oportunidade de realização deste Mestrado.

Dedico esta vitória à todos vocês!

Este trabalho foi parcialmente financiado pela Finep, com recursos do Funttel, contrato No 01.14.0231.00, sob o projeto Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel, Brasil.

Índice

Lista de Figuras	xii
Lista de Siglas	xiii
Lista de Símbolos	xv
Resumo	xvii
Abstract	xix
1 Introdução	1
1.1 Canal com Desvanecimento	1
1.1.1 Desvanecimento de Longo Prazo	2
1.1.2 Desvanecimento de Curto Prazo	2
1.2 Técnicas de Diversidade	3
1.3 Tipos de Diversidade	3
1.4 Objetivo, Contribuições e Estrutura da Dissertação	4
1.5 Publicações	4
2 Distribuição α-κ-μ Bivariável	5
2.1 Distribuição α - κ - μ	5
2.2 Distribuição κ - μ Bivariável	7
2.2.1 FDP e FDC Conjunta	7
2.2.2 Momentos Conjuntos	13
2.2.3 Coeficiente de Correlação da Envoltória	14
2.2.4 Coeficiente de Correlação na Frequência e Espacial	16
2.3 A Distribuição α - κ - μ Bivariável	19
2.3.1 Coeficiente de Correlação da Envoltória	20
2.3.2 Coeficiente de Correlação na Frequência e Espacial	21
2.4 Conclusão	22

3	Probabilidade de <i>Outage</i>	23
3.1	Combinação por Seleção	24
3.2	Combinação por Razão Máxima e por Ganho Igual	31
3.2.1	Combinação por Razão Máxima	33
3.2.2	Combinação por Ganho Igual	34
3.3	Conclusão	36
4	Conclusões e trabalhos futuros	41
4.1	Conclusões	41
4.2	Trabalhos Futuros	42
A	Códigos em Matlab	43
B	Códigos em Mathematica	49

Lista de Figuras

2.1	Casos particulares da distribuição $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$	7
2.2	Padrão de correlação em uma perspectiva gráfica.	8
2.3	Coefficientes de correlação da envoltória normalizada ρ , em função da coeficiente de correlação das componentes Gaussianas, δ	15
2.4	Coefficiente de correlação na frequência da distribuição $\kappa\text{-}\mu$, em função de $\Delta\omega\bar{T}$ ($\beta d = 0$).	18
2.5	Coefficiente de correlação espacial da distribuição $\kappa\text{-}\mu$, em função de βd ($\Delta\omega\bar{T} = 0$).	18
2.6	Coefficiente de correlação na frequência da distribuição $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$, em função de $\Delta\omega\bar{T}$ ($\beta d = 0$).	21
2.7	Coefficiente de correlação espacial da distribuição $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$, em função de βd ($\Delta\omega\bar{T} = 0$).	22
3.1	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos de diversidade em um canal $\kappa\text{-}\mu$, variando o parâmetro μ , sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\delta = 0$ (Preto) e $\delta = 0.5$ (Vermelho).	26
3.2	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal $\kappa\text{-}\mu$, variando o parâmetro δ e sendo fixados diversos valores para os parâmetros κ_1 , κ_2 e μ	27
3.3	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$, variando parâmetros μ em cada figura e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho), $\kappa_1 = 1$ e $\kappa_2 = 2$	29
3.4	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$, variando parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$) em cada figura e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho) e $\mu = 2$	30
3.5	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$, variando coeficiente de correlação δ , para diversos valores de α ($\alpha_1 = \alpha_2$) e fixados os valores de $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$	31

3.6	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando parâmetro μ e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho), $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\alpha_1 = 0.5$ e $\alpha_2 = 2.5$	32
3.7	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$), sendo fixados os parâmetros $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho), $\alpha_1 = 0.5$ e $\alpha_2 = 2.5$	32
3.8	Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando o parâmetro α ($\alpha_1 = \alpha_2$), sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\mu = 2$, $\delta = 0$ (Preto) e $\delta = 0.5$ (Vermelho).	33
3.9	Probabilidade de Outage de um sistema MRC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro μ e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Verde), $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$	35
3.10	Probabilidade de Outage de um sistema EGC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro μ e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Azul), $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$	36
3.11	Probabilidade de Outage de um sistema MRC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$), sendo fixados os parâmetros $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Verde) e $\mu = 2$	37
3.12	Probabilidade de Outage de um sistema EGC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$), sendo fixados os parâmetros $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Azul) e $\mu = 2$	37
3.13	Probabilidade de Outage de um sistema MRC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro δ , sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$	38
3.14	Probabilidade de Outage de um sistema EGC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro δ , sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$	38
3.15	Probabilidade de Outage de um sistema MRC (Verde) e EGC (Preto) de dois ramos em um canal κ - μ	39

Lista de Siglas

- FDP** - Função densidade de probabilidade
- FDC** - Função distribuição cumulativa
- iid** - Independentes e identicamente distribuídas
- SNR** - Relação sinal-ruído
- OP** - Probabilidade de outage (indisponibilidade)
- SC** - Combinação por seleção pura
- MRC** - Combinação por razão máxima
- EGC** - Combinação por ganho igual

Lista de Símbolos

α	- Fator de não-linearidade do meio de propagação
μ	- Extensão real do número de <i>clusters</i> de multipercurso
κ	- Razão entre as potências da componentes dominantes e espalhadas
$\mathbb{E}(\cdot)$	- Operador esperança matemática
σ^2	- Variância
$f(\cdot)$	- Função densidade de probabilidade
$F(\cdot)$	- Função distribuição cumulativa
ρ	- Envoltória normalizada do sinal
$I_0(\cdot)$	- Função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem zero
$I_\nu(\cdot)$	- Função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem ν
$Q_\nu(\cdot, \cdot)$	- Função de Marcum-Q generalizada
$F(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$	- Função hipergeométrica
${}_1F_1(\cdot, \cdot; \cdot)$	- Função hipergeométrica de Kummer
Σ	- Matriz de correlação entre as componentes Gaussianas
δ	- Coeficiente de correlação entre Gaussianas
$(\cdot)^T$	- Matriz transposta
$(\cdot)^{-1}$	- Matriz inversa
$ \cdot $	- Representa o módulo de (\cdot)
\int	- Integral
\exp	- Exponencial
\sum	- Somatório
\prod	- Produtório
$\Gamma(\cdot)$	- Função Gamma
$\gamma(\cdot, \cdot)$	- Função Gamma incompleta
$\mathbb{V}(\cdot)$	- Operador variância
$\mathbb{C}(\cdot, \cdot)$	- Operador covariância
m	- Parâmetro da distribuição de Nakagami- m
J	- Operador Jacobiano de uma transformação de variáveis
a	- Amplitude do sinal em linha de visada direta

λ	- Parâmetro de isotropia
β	- Constante de fase
d	- Distância entre os pontos de recepção
$\Delta\omega$	- Diferença da frequência angular entre os sinais
\bar{T}	- Espalhamento de retardo ou dispersão de atraso (<i>delay spread</i>)
$J_n(\cdot)$	- Função de Bessel de primeiro tipo e ordem n
E_b	- Energia média de bit
N_0	- Densidade espectral de potência unilateral do ruído
Ξ	- Relação sinal-ruído instantânea em cada ramo de diversidade
$\bar{\xi}$	- Valor médio da relação sinal-ruído

Resumo

Souza, G.C. A distribuição α - κ - μ bivariável. [Dissertação de mestrado]. Santa Rita do Sapucaí: Instituto Nacional de Telecomunicações; 2015.

Em comunicações móveis, o desvanecimento por multipercursos é modelado por várias distribuições incluindo Hoyt, Rayleigh, Weibull, Nakagami- m e Rice. Nesta dissertação, são deduzidas expressões exatas para o modelo de duas variáveis α - κ - μ e κ - μ correlacionadas em um ambiente não estacionário. De forma específica, as seguintes estatísticas são encontradas: função densidade de probabilidade conjunta, função de distribuição cumulativa conjunta, coeficiente de correlação da envoltória e algumas estatísticas relacionadas ao parâmetro SNR na saída do combinador de seleção, a saber, probabilidade de indisponibilidade e função densidade de probabilidade. O coeficiente de correlação da envoltória é analisado em termos de parâmetros físicos típicos em comunicações sem fio: efeito Doppler, distância de separação entre pontos de recepção, frequência e o espalhamento de retardo (*delay spread*), também conhecido por dispersão de atraso. As expressões deduzidas são matematicamente tratáveis e possuem flexibilidade suficiente para acomodar um grande número de cenários de correlação, úteis na análise de um ambiente com desvanecimento mais geral. Recentemente, o modelo de desvanecimento α - κ - μ , e seu caso particular κ - μ , foi proposto. Este modelo leva em conta a não linearidade do meio de propagação assim como o fenômeno de *clusters* de múltiplos percursos das ondas de rádio. A distribuição α - κ - μ é geral, flexível e matematicamente tratável. Ela inclui importantes distribuições tais como α - μ , κ - μ , Gamma (e suas versões discretas Erlang e Chi-Quadrada Central), Nakagami- m (e sua versão discreta Chi), Exponencial, Weibull, Gaussiana Unilateral e Rayleigh. Nesta dissertação, uma formulação por meio de série infinita para a função densidade de probabilidade bivariável α - κ - μ e variáveis não identicamente distribuídas é encontrada. A expressão é exata e geral e inclui todos os resultados anteriormente publicados na literatura relacionados às distribuições compreendidas pela distribuição α - κ - μ . Como contribuição importante desta dissertação, todos os resultados teóricos são validados via simulação com a utilização do método de Cholesky, com o objetivo de produzir correlação entre as variáveis Gaussianas que compõem o processo α - κ - μ , e consequentemente produzir a correlação entre as variáveis α - κ - μ . Adicionalmente, foi analisado o desempenho dos combinadores por razão máxima e por ganho igual utilizando-se da solução numérica de integrais e de simulações.

Palavras-chave: Correlação. Desvanecimento de canais. Distribuição κ - μ . Distribuição α - κ - μ . Engenharia de Telecomunicações. Sistema de comunicações sem fio.

Abstract

Souza, G.C. A distribuição α - κ - μ bivariável. [Dissertação de mestrado]. Santa Rita do Sapucaí: Instituto Nacional de Telecomunicações; 2015.

In wireless communications, the multipath fading is modeled by several distributions including Hoyt, Rayleigh, Weibull, Nakagami- m e Rice. In this dissertation, new, exact expressions for the bivariate α - κ - μ e κ - μ correlated in a non-stationary environment are derived. More specifically, the following are obtained: joint probability density function, joint cumulative distribution function, the envelope correlation coefficient, and some statistics related to the signal-to-noise ratio at the output of the selection combiner, namely, outage probability and probability density function. The envelope correlation coefficient is analyzed in terms of typical physical parameters in wireless communications: Doppler, separation between reception points, frequency and the delay spread. The expressions derived are mathematically tractable and have sufficient flexibility to accommodate a large number of correlation sets useful in examination of a more general fading environment. Recently, the fading model α - κ - μ , and your particular case κ - μ has been proposed. This model takes into account for the non-linearity of the propagation medium as well as for the multipath clustering of the radio waves. The distribution α - κ - μ is general, flexible, and mathematically easily tractable. It includes important distributions such as α - μ , κ - μ , Gamma (and its discrete versions Erlang and Center Chi-Square), Nakagami- m (and its discrete version Chi), Exponential, Weibull, One-Side Gaussian, and Rayleigh. In this dissertation, a formulation through infinite series for the bivariate α - κ - μ joint probability density function and non-identically distributed variates is derived. The expression is exact and general and includes all of the results previously published in the literature concerning the distributions comprised by the α - κ - μ distribution. As an important contribution of this work, all the theoretical results are validated by way of simulation using the Cholesky method, in order to produce correlation between Gaussian variables that make up the process α - κ - μ and consequently produce the correlation between the variables α - κ - μ . Additionally, we analyzed the performance of the combiner for maximum ratio and gain equal using the numerical solution of integral and simulations.

Keywords: Correlation. Distribution κ - μ . Distribution α - κ - μ . Fading channels. Telecommunications engineering. Wireless communications system.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Canal com Desvanecimento

O desvanecimento em um canal de comunicação ocorre quando a amplitude, a fase ou mesmo amplitude e fase simultaneamente de um sinal variam rapidamente dentro de um curto período de tempo ou distância, causando interferência entre duas ou mais versões do sinal transmitido que chega ao receptor em instantes diferentes. Essas ondas dos multipercursos, que chegam à antena receptora, se combinam formando um sinal resultante que pode variar de forma intensa tanto em amplitude quanto em fase. Sabe-se que tais interferências são causadas principalmente pelas reflexões, refrações e difrações na superfície terrestre e em construções. O movimento relativo entre o transmissor e o receptor também resulta em uma modulação aleatória de frequência no sinal devido aos diferentes deslocamentos Doppler em cada componente dos múltiplos percursos [1].

Basicamente, o canal com desvanecimento possui uma resposta impulsiva variante no tempo, o que provoca flutuações na amplitude e/ou fase do sinal recebido que sofre frequentes alterações em sua intensidade ora com boa qualidade, ora degradando-o. Torna-se, portanto, necessária uma caracterização mais precisa do canal de comunicação, para que se possa ter uma melhor previsão de como será o comportamento do sinal quando sujeito a determinadas condições de propagação.

Portanto, baseando-se nesses fatores o sinal rádio-móvel costuma ser tratado de forma estatística, tendo suas características descritas por um grande número de distribuições, por exemplo, Rayleigh, Rice, Nakagami- m , Hoyt, α - μ , κ - μ , η - μ , α - κ - μ , α - η - μ , dentre outras.

Existem pelo menos três motivos principais para a criação de modelos matemáticos para a modelagem do canal [2]. O primeiro é ajudar a entender o canal e seus efeitos nos sinais de comunicações. O segundo é facilitar a realização de testes antes do projeto final, objetivando o dimensionamento e verificação de qual modelo se adapta melhor a cada situação. E o terceiro motivo é fornecer base para a simulação do canal em computadores que, usualmente, são utilizados em situações em que a análise matemática é bastante complexa. Para que esse comportamento do canal possa ser simulado e analisado utilizando uma determinada distribuição, nessa dissertação a distribuição α - κ - μ e seus casos particulares, é preciso gerar amostras correlacionadas, seguindo a metodologia descrita ao longo deste trabalho.

1.1.1 Desvanecimento de Longo Prazo

O desvanecimento de longo prazo é também conhecido como desvanecimento em larga escala ou por sombreamento - do inglês, *shadowing*. Ele está diretamente relacionado às características de propagação. Dentre estas características, cita-se a atenuação do sinal que chega no receptor devido às degradações sofridas pelo sinal, provocadas por obstruções naturais, como relevo, vegetação, construções (casas e edifícios), que fazem com que o móvel fique em uma região de sombra eletromagnética. Ou seja, quando o nível de sinal está abaixo do limiar de sensibilidade do receptor [3]. A ocorrência de precipitações atmosféricas tais como chuva, granizo e até neve, pode causar oscilações do índice de refração atmosférico maximizando os obstáculos, que também contribuem para o desvanecimento lento [4].

1.1.2 Desvanecimento de Curto Prazo

O desvanecimento de curto prazo é causado pelo comportamento aleatório das componentes resultantes dos múltiplos percursos que chegam ao receptor, verificado em curtas distâncias ou em pequenos intervalos de tempo. Tal situação se dá devido à recepção de diversas versões do sinal com amplitudes e fases distintas. Geralmente, é causado por reflexões, refrações e difrações em objetos cujas posições em relação ao móvel variam rapidamente [5].

1.2 Técnicas de Diversidade

O efeito do desvanecimento de múltiplos percursos em sistemas sem fio pode ser combatido usando, dentre outros, diversidade, codificação, equalização, antenas adaptativas e espalhamento espectral. A diversidade é uma técnica largamente utilizada devido à sua simplicidade e por não implicar aumento de potência de transmissão ou de banda de frequência. A princípio, pode-se utilizar esta técnica tanto na recepção quanto na transmissão. A técnica de diversidade consiste em receber redundantemente a mesma informação por dois ou mais canais (conhecidos como ramos de diversidade) com desvanecimentos independentes ou correlacionados. O objetivo principal é explorar o fato de a probabilidade de ocorrência simultânea de desvanecimento profundo em todos os L canais ser pequena. Fornecendo-se para a recepção múltiplos sinais com a mesma informação, diminui-se, de forma considerável, a probabilidade de ocorrência de um desvanecimento profundo do sinal.

1.3 Tipos de Diversidade

Existem várias formas de se obter réplicas do mesmo sinal, dentre as quais destacam-se as seguintes:

Diversidade em Frequência: A mesma informação é transmitida ou recebida por meio de L diferentes portadoras. Neste caso, a diferença de frequência entre as portadoras adjacentes deve ser igual ou maior que a banda de coerência do canal [6].

Diversidade Temporal: A mesma informação é transmitida ou recebida em L diferentes instantes de tempo. Neste caso, a diferença entre os instantes de tempo de transmissão adjacentes deve ser igual ou maior que o tempo de coerência do canal.

Diversidade Espacial: Outra técnica utilizada para obter diversidade é a utilização de múltiplas antenas. Por exemplo, utiliza-se uma antena transmissora e múltiplas antenas receptoras. A distância entre as antenas receptoras deve ser tal que as diferentes componentes resultantes dos múltiplos percursos sejam estatisticamente independentes ou decorrelacionados. De maneira geral, são necessários vários comprimentos de ondas de separação entre duas antenas para conseguir sinais com desvanecimentos independentes [6].

1.4 Objetivo, Contribuições e Estrutura da Dissertação

A principal proposta deste trabalho é explorar algumas estatísticas das distribuições κ - μ e α - κ - μ com a finalidade de modelar canais com desvanecimento correlacionados para uma melhor caracterização do canal sem fio.

Para atingirmos esse objetivo, será apresentado no Capítulo 2 uma revisão bibliográfica da distribuição α - κ - μ . Em seguida serão apresentadas algumas deduções teóricas para a obtenção das funções densidade de probabilidade conjunta, funções distribuição cumulativa conjunta, momentos conjuntos, coeficiente de correlação da envoltória (frequência e espacial) para a distribuição κ - μ e para distribuição α - κ - μ assim como a metodologia de geração de variáveis correlacionadas. O Capítulo 3 apresentará uma descrição da definição de probabilidade de *outage* e sua aplicação em um sistema de combinação por seleção de dois ramos de diversidade em um canal κ - μ e α - κ - μ . Também, a aplicação em um sistema por combinação por razão máxima e por ganho igual de dois ramos de diversidade. No Capítulo 4 serão apresentadas as conclusões gerais do trabalho e perspectivas de investigações futuras para a continuidade do trabalho desta dissertação.

1.5 Publicações

As seguintes publicações foram geradas com base nos conteúdos apresentados e discutidos nesta dissertação:

- M. A. G. Villavicencio, R. A. A. de Souza, G. C. de Souza and M. D. Yacoub, “A bivariate κ - μ distribution”, *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol PP, no. 99, pp. 1-1 2015. **Publicado.**
- G. C. de Souza e R. A. A. de Souza, “On the simulation of outage probability for equal-gain and maximal-ratio receivers over κ - μ fading channels”, *International Workshop on Telecommunications (IWT2015)*, Santa Rita do Sapucaí, Jun. 2015. **Publicado.**
- G. C. de Souza e R. A. A. de Souza, “The bivariate α - κ - μ distribution”, *IEEE Radio & Wireless Week (RWW2016)*, Austin, Texas, USA, Jan. 2016. **Submetido.**

Capítulo 2

Distribuição α - κ - μ Bivariável

O canal sem fio é influenciado por variados fenômenos físicos, e caracterizá-lo de forma determinística é muito difícil e requer um esforço computacional muito grande. Assim, lançar mão da modelagem estatística tem sido uma prática muito usada ao longo de muitas décadas. O primeiro passo é obter a distribuição de probabilidade que melhor pode retratar as características da envoltória do sinal que se propaga em um ambiente com multipercursos [2]. Neste capítulo serão apresentadas algumas características básicas da distribuição generalizada α - κ - μ , como sua função densidade de probabilidade (FDP), função distribuição cumulativa (FDC), modelo físico e também os casos particulares da distribuição. Será apresentada a obtenção das FDPs conjunta, FDCs conjunta, momentos conjuntos, coeficiente de correlação de envoltória, na frequência e espacial para a distribuição κ - μ e distribuição α - κ - μ , também a metodologia de geração de variáveis correlacionadas.

2.1 Distribuição α - κ - μ

No ano de 2006 [7] foi apresentada pelos pesquisadores Gustavo Fraidenraich e Michel D. Yacoub uma nova distribuição nominada α - κ - μ , a qual, é uma distribuição geral de desvanecimento que pode ser utilizada para representar a variação em pequena escala do desvanecimento do sinal. Sua aplicabilidade foi reconhecida em cenários práticos e reais [8–21]. Medições de campo realizadas em diversos ambientes de propagação têm mostrado que a distribuição α - κ - μ apresenta melhores resultados conforme apresentado em [22–28].

A distribuição α - κ - μ pode ser considerada uma composição das distribuições α -

μ [29] e κ - μ [30], considerando o sinal composto por 2μ *clusters* com linha de visada direta entre transmissor e receptor, e dentro de cada *cluster* existe uma onda com potência dominante sobre as demais, sendo κ a razão entre a potência da onda dominante e a potência das ondas espalhadas. O parâmetro α descreve o fenômeno de não-linearidade experimentado pelo sinal que se propaga em um ambiente com desvanecimento.

Pode-se descrever a envoltória R do sinal, com desvanecimento modelado com distribuição α - κ - μ , conforme

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^{\mu} (X_i + p_i)^2 + \sum_{i=1}^{\mu} (Y_i + q_i)^2}, \quad (2.1)$$

em que X_i e Y_i são processos Gaussianos mutuamente independentes com respectivas médias, $\mathbb{E}(X_i) = \mathbb{E}(Y_i) = 0$ e $\mathbb{E}(X_i^2) = \mathbb{E}(Y_i^2) = \sigma^2$. Os parâmetros p_i e q_i são, respectivamente, os valores médios das componentes em fase e quadratura do i -ésimo *cluster*, α é o parâmetro de não-linearidade do meio de propagação e 2μ o número de *clusters* de multipercurso. Sua FDP normalizada é dada por

$$f_P(\rho) = \frac{\alpha \kappa^{\frac{1-\mu}{2}} (1 + \kappa)^{\frac{1+\mu}{2}} \mu \rho^{\frac{\alpha(1+\mu)}{2} - 1}}{\exp[\mu(\kappa + \rho^\alpha + \kappa \rho^\alpha)]} I_{\mu-1} \left(2\sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \mu \rho^{\frac{\alpha}{2}} \right), \quad (2.2)$$

no qual $\rho \geq 0$ e $I_\nu(\cdot)$ é a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem ν [31, eqn.(9.6.20)]. Notar, a partir da FDP da equação (2.2), que o parâmetro μ admite valores não inteiros, especificamente $\mu > 0$.

Sua FDC pode ser obtida de (2.2) da forma

$$F_P(\rho) = 1 - Q_\mu \left(\sqrt{2\mu\kappa}, \sqrt{2\mu(1 + \kappa)\rho^\alpha} \right), \quad (2.3)$$

em que $Q_\nu(\cdot, \cdot)$ é a função de Marcum-Q generalizada [32, eqn.(86)].

Como esta distribuição é uma forma generalizada, a partir dela pode-se encontrar outras em seus casos particulares. Simplesmente ajustando os parâmetros α , κ e μ pode-se encontrar outras distribuições. Ajustando o parâmetro $\kappa \rightarrow 0$ da distribuição α - κ - μ , chegamos à distribuição α - μ . Outro exemplo, é ajustar o parâmetro $\alpha = 2$ da distribuição α - κ - μ , nesse caso, tem-se a distribuição κ - μ . Ajustando $\kappa \rightarrow 0$ e $\alpha = 2$, tem-se a distribuição Nakagami- m com $m = 2\mu$, e para $\kappa \rightarrow 0$, $\alpha = 2$ e $\mu = 1$, obtém-se a distribuição Rayleigh. Assim, todos os casos particulares acima descritos para esta distribuição podem ser encontrados a partir de (2.2). Também, pode-se verificar alguns casos particulares conforme ilustrado na Figura 2.1.

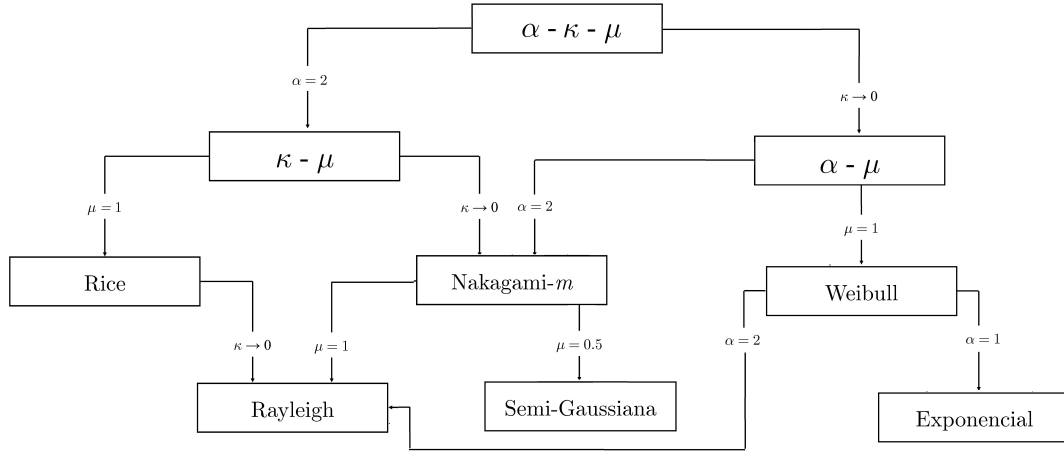


Figura 2.1: Casos particulares da distribuição α - κ - μ

2.2 Distribuição κ - μ Bivariável

2.2.1 FDP e FDC Conjunta

Para obtenção da distribuição κ - μ bivariável será utilizada a abordagem de Miller, a fórmula generalizada de adição de Neumann e a função Gegenbauer. Parte dos resultados teóricos deduzidos nas Seções 2.2.1 e 2.2.2 referentes à distribuição κ - μ estão descritos em [33].

Sejam duas envoltórias κ - μ , R_1 e R_2 , dadas por

$$R_1^2 = \sum_{i=1}^{2\mu} X_i^2, \tag{2.4}$$

$$R_2^2 = \sum_{i=1}^{2\mu} Y_i^2, \tag{2.5}$$

no qual X_i e Y_i são processos Gaussianos independentes e identicamente distribuídos (iid) com média igual a a , variâncias iguais a σ_1^2 e σ_2^2 , respectivamente, e por fim, 2μ é o número de *clusters* de multipercurso.

Seja $\{\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{A}\}$ o conjunto de vetores que satisfazem as seguintes relações $\mathbf{X} = [X_1 X_2 \dots X_{2\mu}]^T$, $\mathbf{Y} = [Y_1 Y_2 \dots Y_{2\mu}]^T$ e $\mathbf{A} = [a a \dots a]^T$, no qual $(\cdot)^T$ refere-se à matriz transposta. Em seguida, define-se o vetor $\mathbf{V}_i = [X_i Y_i]^T$, $1 \leq i \leq 2\mu$. Para aplicação da abordagem de Miller considera-se que apenas as componentes com índices idênticos X_i e Y_i , $i = 1, \dots, 2\mu$, podem ser correlacionados, portanto a matriz

de covariância é dada por

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \delta\sigma_1\sigma_2 \\ \delta\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

no qual, o parâmetro δ representa o coeficiente de correlação das componentes Gaussianas satisfazendo a condição $-1 \leq \delta \leq 1$. A Figura 2.2 mostra o padrão de correlação em uma perspectiva gráfica utilizado nesta dissertação.

$$\begin{array}{cccccccc} R_1^2 & = & X_1^2 & + & X_2^2 & + & X_3^2 & + & X_4^2 & + & \cdots & + & X_{2\mu-1}^2 & + & X_{2\mu}^2 \\ \rho \downarrow & & \delta \downarrow & & \delta \downarrow & & \delta \downarrow & & \delta \downarrow & & & & \delta \downarrow & & \delta \downarrow \\ R_2^2 & = & Y_1^2 & + & Y_2^2 & + & Y_3^2 & + & Y_4^2 & + & \cdots & + & Y_{2\mu-1}^2 & + & Y_{2\mu}^2 \end{array}$$

Figura 2.2: Padrão de correlação em uma perspectiva gráfica.

A inversa da matriz de covariância é expressa conforme

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}^{-1} & \Sigma_{12}^{-1} \\ \Sigma_{21}^{-1} & \Sigma_{22}^{-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \delta^2} \begin{bmatrix} \sigma_1^{-2} & -\delta\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-1} \\ -\delta\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-1} & \sigma_2^{-2} \end{bmatrix}. \quad (2.7)$$

Para a obtenção da FDP conjunta, utiliza-se a abordagem de Miller [34], a qual a FDP conjunta de processos Gaussianos é descrita como

$$f_{X,Y}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \prod_{i=1}^{2\mu} f_i(\mathbf{V}_i), \quad (2.8)$$

sendo

$$f_i(\mathbf{V}_i) = \frac{\exp\left[-\frac{1}{2}[(\mathbf{V}_i - \mathbf{C}_i)^T \Sigma^{-1}(\mathbf{V}_i - \mathbf{C}_i)]\right]}{2\pi(\det \Sigma)^{1/2}}, \quad (2.9)$$

no qual $\mathbf{C}_i = [a \ a]^T$ é o vetor contendo as médias dos processos X_i e Y_i sendo estas médias iguais para quaisquer X_i e Y_i . Em seguida, aplicando-se o produtório em (2.8), obtém-se

$$f_{X,Y}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{1}{(2\pi)^{2\mu}(\det \Sigma)^\mu} \exp\left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2\mu} (\mathbf{V}_i - \mathbf{C}_i)^T \Sigma^{-1}(\mathbf{V}_i - \mathbf{C}_i)\right]. \quad (2.10)$$

Expandindo em sua forma quadrática e substituindo \mathbf{V}_i por \mathbf{X} e \mathbf{Y} , tem-se

$$f_{X,Y}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2} \left(\Sigma_{11}^{-1} |\mathbf{X}|^2 + \Sigma_{22}^{-1} |\mathbf{Y}|^2 + (\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1} + 2\Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{A}|^2 \right) \right]}{(2\pi)^{2\mu} (\det \Sigma)^\mu} \\ \times \exp \left[(\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A} \right] \exp \left[\mathbf{Y}^{-1} \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right], \quad (2.11)$$

no qual $|\cdot|$ representa o módulo ou norma de (\cdot) . A fim de encontrar a FDP da envoltória é necessário que os vetores \mathbf{X} e \mathbf{Y} estejam sujeitos às restrições $|\mathbf{X}| = R_1$ e $|\mathbf{Y}| = R_2$. Para isso, integra-se (2.11), que resulta em

$$f_{X,Y}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \frac{\exp \left[-\frac{1}{2} \left(\Sigma_{11}^{-1} |\mathbf{X}|^2 + \Sigma_{22}^{-1} |\mathbf{Y}|^2 + (\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1} + 2\Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{A}|^2 \right) \right]}{(2\pi)^{2\mu} (\det \Sigma)^\mu} \\ \times \int_{|\mathbf{X}|} \exp \left[(\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A} \right] ds_1 \\ \times \int_{|\mathbf{Y}|} \exp \left[\mathbf{Y}^{-1} \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right] ds_2, \quad (2.12)$$

sendo ds_1 e ds_2 elementos de integração de superfície. A integral sobre a superfície $|\mathbf{Y}|$ em (2.12) pode ser representada por

$$\int_{|\mathbf{Y}|} \exp \left[\mathbf{Y}^{-1} \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right] ds_2 = \\ (2\pi |\mathbf{Y}|)^\mu \left| \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right|^{\mu-1} I_{\mu-1} \left(|\mathbf{Y}| \left| \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right| \right). \quad (2.13)$$

$$\left| \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right|^{\mu-1} I_{\mu-1} \left(|\mathbf{Y}| \left| \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} - \Sigma_{12}^{-1} \mathbf{X} \right) \right| \right) = \\ 2^{\mu-1} \Gamma(\mu-1) \sum_{g=0}^{\infty} (-1)^g (\mu-1+g) I_{\mu-1+g} \left(|\mathbf{Y}| \left| \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \mathbf{A} \right) \right| \right) \\ \times I_{\mu-1+g} \left(\Sigma_{12}^{-1} |\mathbf{Y}| |\mathbf{X}| \right) \frac{C_g^{\mu-1}(\cos \varphi)}{\left(|\mathbf{X}| |\mathbf{Y}| \right)^{\mu-1} \left((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \Sigma_{12}^{-1} \right)^{\mu-1} |\mathbf{A}|^{\mu-1}}, \quad (2.14)$$

em que $\Gamma(\cdot)$ é a função de Euler [31, eqn.(6.1.11)], $C_g^{\mu-1}(\cos \varphi)$ é a função de Gegenbauer [31, eqn.(15.4.5)] e φ representa o ângulo entre \mathbf{A} e \mathbf{Y} , sendo definida como

$$C_n^\lambda(t) = \frac{\Gamma(2\lambda+n)}{\Gamma(\lambda+1)\Gamma(2\lambda)} F \left(2\lambda+n, -n; \lambda+\frac{1}{2}; \frac{1-t}{2} \right). \quad (2.15)$$

Sendo $F(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ a função hipergeométrica [31, eqn.(15.1.1)].

Substituindo a função de Gegenbauer na integral (2.13) e em seguida em (2.12), obtém-se

$$\begin{aligned}
f_{X,Y}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) &= \frac{2^{\mu-1} |\mathbf{Y}| \Gamma(\mu-1)}{|\mathbf{X}|^{\mu-1} (\det \boldsymbol{\Sigma})^\mu ((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \Sigma_{12}^{-1})^{\mu-1} |\mathbf{A}|^{\mu-1}} \\
&\times \exp \left[-\frac{1}{2} (\Sigma_{11}^{-1} |\mathbf{X}|^2 + \Sigma_{22}^{-1} |\mathbf{Y}|^2 + (\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1} + 2\Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{A}|^2) \right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} (-1)^g (\mu + g - 1) I_{\mu+g-1}(|\mathbf{Y}| (\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) |\mathbf{A}|) I_{\mu+g-1}(\Sigma_{12}^{-1} |\mathbf{Y}| |\mathbf{X}|) \\
&\times \int_{|\mathbf{X}|} \exp[(\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}] C_g^{\mu-1}(\cos \beta) \mathbf{d}s_1.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Expressando a integral em (2.16) em coordenadas esféricas generalizadas, vem

$$\begin{aligned}
\int_{|\mathbf{X}|} \exp[(\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}] C_g^{\mu-1}(\cos \varphi) \mathbf{d}s_1 &= \\
|\mathbf{X}|^{2\mu-1} \int_0^{2\pi} \mathbf{d}\theta \int_0^\pi \exp[(\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{X}| |\mathbf{A}| \times (\cos \varphi)] &\tag{2.17} \\
\times C_g^{\mu-1}(\cos \beta) (\text{sen} \beta)^{2\mu-2} \mathbf{d}\beta \prod_{t=2}^{2\mu-2} \int_0^{2\pi} (\text{sen} \nu_t)^{2\mu-1-t} \mathbf{d}\nu_t;
\end{aligned}$$

aplicando a fórmula de generalização de Gegenbauer da integral de Poisson [31, eqn.(15.4.5)], para a função de Bessel modificada, tem-se

$$\begin{aligned}
\int_0^\pi \exp[(\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{X}| |\mathbf{A}| (\cos \beta)] C_g^{\mu-1}(\cos \beta) (\text{sen} \beta)^{2\mu-2} \mathbf{d}\beta &= \\
\frac{2^{\mu-1} \Gamma\left(\frac{2\mu-1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \Gamma(2\mu-2+g) I_{\mu+g-1}((\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{X}| |\mathbf{A}|)}{((\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{X}| |\mathbf{A}|)^{\mu-1} g! \Gamma(2\mu-2)}; &\tag{2.18}
\end{aligned}$$

utilizando a identidade [34, eqn.(1.5.17)]

$$\prod_{k=2}^{2\mu-2} \int_0^\pi (\text{sen} \phi_k)^{2\mu-1-k} \mathbf{d}\phi_k = \frac{\Gamma^{2\mu-3}\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{2\mu-1}{2}\right)}, \tag{2.19}$$

logo, realizando as substituições (2.18) e (2.19) em (2.16), vem

$$\begin{aligned}
f_{R_1, R_2}(R_1, R_2) &= \frac{2^{\mu-1} R_1 R_2 \Gamma(\mu-1)}{(\det \boldsymbol{\Sigma})^\mu ((\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1})(\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) \Sigma_{12}^{-1} |\mathbf{A}|^2)^{\mu-1}} \\
&\times \exp \left[-\frac{1}{2} (\Sigma_{11}^{-1} R_1^2 + \Sigma_{22}^{-1} R_2^2 + (\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1} + 2\Sigma_{12}^{-1}) |\mathbf{A}|^2) \right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} (-1)^g (\mu + g - 1) \binom{2\mu + g - 3}{2\mu - 3} I_{\mu+g-1} (R_2 ((\Sigma_{12}^{-1} + \Sigma_{22}^{-1}) |\mathbf{A}|)) \\
&\times I_{\mu+g-1} (\Sigma_{12}^{-1} R_2 R_1) I_{\mu+g-1} ((\Sigma_{11}^{-1} + \Sigma_{12}^{-1}) R_1 |\mathbf{A}|).
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Nas manipulações algébricas anteriores foi utilizado $|(-1)^\nu I_\nu(-z)| = I_\nu(z)$ para ν real. Agora, expressando a FDP conjunta dada em (2.20) em função dos elementos da matriz de covariância inversa dada em (2.7), e conhecendo $\det \boldsymbol{\Sigma} = \sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \delta^2)$, pode-se obter

$$\begin{aligned}
f_{R_1, R_2}(R_1, R_2) &= \frac{R_1 R_2 \Gamma(\mu-1)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \delta^2)^\mu} \left(\frac{-2(1 - \delta^2)^3 \sigma_1^3 \sigma_2^3}{|\mathbf{A}|^2 \delta (1 - \delta \sigma_2 / \sigma_1) (1 - \delta \sigma_1 / \sigma_2)} \right)^{\mu-1} \\
&\times \exp \left[-\frac{1}{2(1 - \delta^2)} \left(\frac{R_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{R_2^2}{\sigma_2^2} + \left(\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\delta \sigma_1 \sigma_2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} \right) |\mathbf{A}|^2 \right) \right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} (-1)^g (\mu + g - 1) \binom{2\mu + g - 3}{2\mu - 3} I_{\mu+g-1} \left(\frac{\delta R_2 R_1}{(1 - \delta^2) \sigma_1 \sigma_2} \right) \\
&\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{R_2 |\mathbf{A}| (1 - \sigma_2 / \sigma_1)}{(1 - \delta^2) \sigma_2^2} \right) I_{\mu+g-1} \left(\frac{R_1 |\mathbf{A}| (1 - \sigma_1 / \sigma_2)}{(1 - \delta^2) \sigma_1^2} \right).
\end{aligned} \tag{2.21}$$

Finalmente, utilizando a definição dos parâmetros da distribuição κ - μ [30] e normalizando as envoltórias de acordo com $\rho_1 = R_1 / \sqrt{\mathbb{E}[R_1^2]}$ e $\rho_2 = R_2 / \sqrt{\mathbb{E}[R_2^2]}$, no qual

$$\kappa_i = \frac{|\mathbf{A}|^2}{2\mu\sigma_i^2} = \frac{a^2}{\sigma_i^2}, \tag{2.22}$$

$$\sqrt{\mathbb{E}[R_i^2]} = \sigma_i \sqrt{2\mu} \sqrt{1 + \kappa_i} = a \sqrt{2\mu} \sqrt{1 + \frac{1}{\kappa_i}}, \tag{2.23}$$

com $i = 1, 2$, encontra-se a expressão final da FDP conjunta normalizada da distribuição κ - μ bivariável, de acordo com

$$\begin{aligned}
f_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) &= \frac{4\rho_1\rho_2\Gamma(\mu-1)\mu^2(1+\kappa_1)(1+\kappa_2)(1-\delta^2)^{2\mu-3}}{(\delta\mu(\sqrt{\kappa_2}-\delta\sqrt{\kappa_1})(\sqrt{\kappa_1}-\delta\sqrt{\kappa_2}))^{\mu-1}} \\
&\times \exp\left[-\frac{\mu}{1-\delta^2}(\kappa_1+\kappa_2-2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2}+(1+\kappa_1)\rho_1^2+(1+\kappa_2)\rho_2^2)\right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(\mu+g-1)(2\mu-2)_g}{g!} I_{\mu+g-1}\left(\frac{2\delta\mu\rho_1\rho_2\sqrt{(1+\kappa_1)(1+\kappa_2)}}{1-\delta^2}\right) \\
&\times I_{\mu+g-1}\left(\frac{2\mu\rho_2\sqrt{1+\kappa_2}(\sqrt{\kappa_2}-\delta\sqrt{\kappa_1})}{1-\delta^2}\right) \\
&\times I_{\mu+g-1}\left(\frac{2\mu\rho_1\sqrt{1+\kappa_1}(\sqrt{\kappa_1}-\delta\sqrt{\kappa_2})}{1-\delta^2}\right). \tag{2.24}
\end{aligned}$$

Para a obtenção da FDC conjunta, deve-se integrar a FDP em (2.24) conforme

$$F_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) = \int_0^{\rho_2} \int_0^{\rho_1} f_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) d\rho_1 d\rho_2, \tag{2.25}$$

portanto

$$\begin{aligned}
F_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) &= \int_0^{\rho_2} \int_0^{\rho_1} \frac{4\rho_1\rho_2\Gamma(\mu-1)\mu^2(1+\kappa_1)(1+\kappa_2)(1-\delta^2)^{2\mu-3}}{(\delta\mu(\sqrt{\kappa_2}-\delta\sqrt{\kappa_1})(\sqrt{\kappa_1}-\delta\sqrt{\kappa_2}))^{\mu-1}} \\
&\times \exp\left[-\frac{\mu}{1-\delta^2}(\kappa_1+\kappa_2-2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2}+(1+\kappa_1)\rho_1^2+(1+\kappa_2)\rho_2^2)\right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(\mu+g-1)(2\mu-2)_g}{g!} I_{\mu+g-1}\left(\frac{2\delta\mu\rho_1\rho_2\sqrt{(1+\kappa_1)(1+\kappa_2)}}{1-\delta^2}\right) \\
&\times I_{\mu+g-1}\left(\frac{2\mu\rho_2\sqrt{1+\kappa_2}(\sqrt{\kappa_2}-\delta\sqrt{\kappa_1})}{1-\delta^2}\right) \\
&\times I_{\mu+g-1}\left(\frac{2\mu\rho_1\sqrt{1+\kappa_1}(\sqrt{\kappa_1}-\delta\sqrt{\kappa_2})}{1-\delta^2}\right) d\rho_1 d\rho_2. \tag{2.26}
\end{aligned}$$

Para a resolução da integral em (2.26), deve-se utilizar a função de Bessel modificada, em termos de sua série infinita [35] dada por

$$I_n(z) = \sum_{g=0}^{\infty} \frac{z^{2g+n}}{2^{2g+n}g!\Gamma(g+n+1)}. \tag{2.27}$$

Após as devidas manipulações algébricas, a FDC da distribuição κ - μ bivariável é dada

por

$$\begin{aligned}
F_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) &= \sum_{g, w, l, z=0}^{\infty} \frac{(\mu - 1 + g) \Gamma(\mu - 1) (1 - \delta^2)^\mu \delta^{g+2w} (2\mu - 2)_g}{g! w! l! z! \Gamma(\mu + g + w) \Gamma(\mu + g + l) \Gamma(\mu + g + z)} \\
&\times \left(\frac{(\sqrt{\kappa_1} - \delta \sqrt{\kappa_2})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{l + \frac{g}{2}} \left(\frac{(\sqrt{\kappa_2} - \delta \sqrt{\kappa_1})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{z + \frac{g}{2}} \\
&\times \exp \left[-\frac{\mu (\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta \sqrt{\kappa_1 \kappa_2})}{1 - \delta^2} \right] \\
&\times \gamma \left(z + g + w + \mu, \frac{\rho_2^2 \mu (1 + \kappa_2)}{1 - \delta^2} \right) \gamma \left(l + g + w + \mu, \frac{\rho_1^2 \mu (1 + \kappa_1)}{1 - \delta^2} \right),
\end{aligned} \tag{2.28}$$

em que

$$\gamma(\alpha, x) = \int_0^x \exp(-t) t^{\alpha-1} dt \tag{2.29}$$

é a função Gamma incompleta [31, eqn.(6.5.2)].

2.2.2 Momentos Conjuntos

Os momentos conjuntos da distribuição κ - μ bivariável podem ser obtidos utilizando o procedimento padrão da teoria de probabilidade [36], ou seja

$$\mathbb{E} [P_1^{n_1} P_2^{n_2}] = \int_0^\infty \int_0^\infty \rho_1^{n_1} \rho_2^{n_2} f_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) d\rho_1 d\rho_2. \tag{2.30}$$

Para a resolução da integral em (2.30), aplica-se o mesmo processo realizado para a obtenção da FDC conjunta dada em (2.28). Desta maneira, a expressão para o cálculo dos $n_1 n_2$ -ésimo momentos conjuntos é dada por

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [P_1^{n_1} P_2^{n_2}] &= \sum_{g, w, l, z=0}^{\infty} \frac{(\mu - 1 + g) \Gamma(\mu - 1) (1 - \delta^2)^\mu \delta^{g+2w} (2\mu - 2)_g}{g! w! l! z! \Gamma(\mu + g + w) \Gamma(\mu + g + l) \Gamma(\mu + g + z)} \\
&\times \left(\frac{(\sqrt{\kappa_1} - \delta \sqrt{\kappa_2})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{l + \frac{g}{2}} \left(\frac{(\sqrt{\kappa_2} - \delta \sqrt{\kappa_1})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{z + \frac{g}{2}} \\
&\times \left(\frac{\mu (1 + \kappa_1)}{1 - \delta^2} \right)^{-\frac{n_1}{2}} \left(\frac{\mu (1 + \kappa_2)}{1 - \delta^2} \right)^{-\frac{n_2}{2}} \exp \left[-\frac{\mu (\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta \sqrt{\kappa_1 \kappa_2})}{1 - \delta^2} \right] \\
&\times \Gamma \left(z + g + w + \mu + \frac{n_2}{2} \right) \Gamma \left(l + g + w + \mu + \frac{n_1}{2} \right).
\end{aligned} \tag{2.31}$$

2.2.3 Coeficiente de Correlação da Envoltória

Nesta seção será deduzido e analisado o coeficiente de correlação de sinais seguindo a distribuição κ - μ , obtendo-se também os respectivos parâmetros de coerência: distância de coerência, tempo de coerência e largura de banda de coerência [37].

O coeficiente de correlação da envoltória é definido por

$$\rho = \frac{\mathbb{C}(P_1, P_2)}{\sqrt{\mathbb{V}(P_1)\mathbb{V}(P_2)}}, \quad (2.32)$$

no qual $\mathbb{C}(\cdot, \cdot)$ e $\mathbb{V}(\cdot)$ representam os operadores covariância e variância, respectivamente. De fato, $\mathbb{C}(P_1, P_2) = \mathbb{E}(P_1 P_2) - \mathbb{E}(P_1)\mathbb{E}(P_2)$. Da expressão dos momentos conjuntos em (2.31), o termo $\mathbb{E}(P_1 P_2)$ pode ser obtido ajustando $n_1 = n_2 = 1$. O primeiro momento de cada variável é dado por [30, eqn.(5)]

$$\mathbb{E}(P_j) = \frac{\Gamma(\mu + 1/2) \exp(-\kappa_j \mu)}{\Gamma(\mu) [(1 + \kappa_j) \mu]^{1/2}} {}_1F_1(\mu + 1/2; \mu; \kappa_j \mu), \quad (2.33)$$

sendo $j = 1, 2$ e ${}_1F_1(\cdot, \cdot; \cdot)$ a função hipergeométrica de Kummer [31, eqn.(13.1.2)]. A variância pode ser encontrada utilizando $\mathbb{V}(P_j) = \mathbb{E}(P_j^2) - \{\mathbb{E}(P_j)\}^2$. O segundo momento é dado por $\mathbb{E}(P_j^2) = 1$. Estas relações são utilizadas em (2.32) para a obtenção da expressão do coeficiente de correlação exata.

A Figura 2.3 representa graficamente o coeficiente de correlação ρ apresentado em (2.32), em função do coeficiente de correlação δ das componentes Gaussianas para diversos valores de κ_1 , κ_2 e μ . No mesmo gráfico são representados pontos de simulações gerados a partir dos algoritmos em Matlab e Mathematica (curvas teóricas) reproduzidos nos Apêndices A e B. Note que o coeficiente de correlação da envoltória, em geral, não é uma função par. Somente para o caso $\kappa_1 \rightarrow 0$, $\kappa_2 \rightarrow 0$ (Nakagami- m) [38] ela é de fato simétrica. Note-se que conforme aumenta-se o valor do parâmetro κ , há uma aproximação do comportamento de uma correlação de uma Gaussiana. Além disso, a dependência do parâmetro μ é mais evidente para os valores intermediários de κ , embora, mesmo nestes casos, as variações sejam ainda pequenas.

A metodologia de geração das variáveis correlacionadas utilizada neste trabalho é aplicada para apenas dois ramos de diversidade, mas pode ser expandida para qualquer número de ramificações na recepção. Para gerar as amostras correlacionadas para as distribuições κ - μ e α - κ - μ , foi desenvolvido um algoritmo em Matlab (Apêndice A), conforme o seguinte modelo:

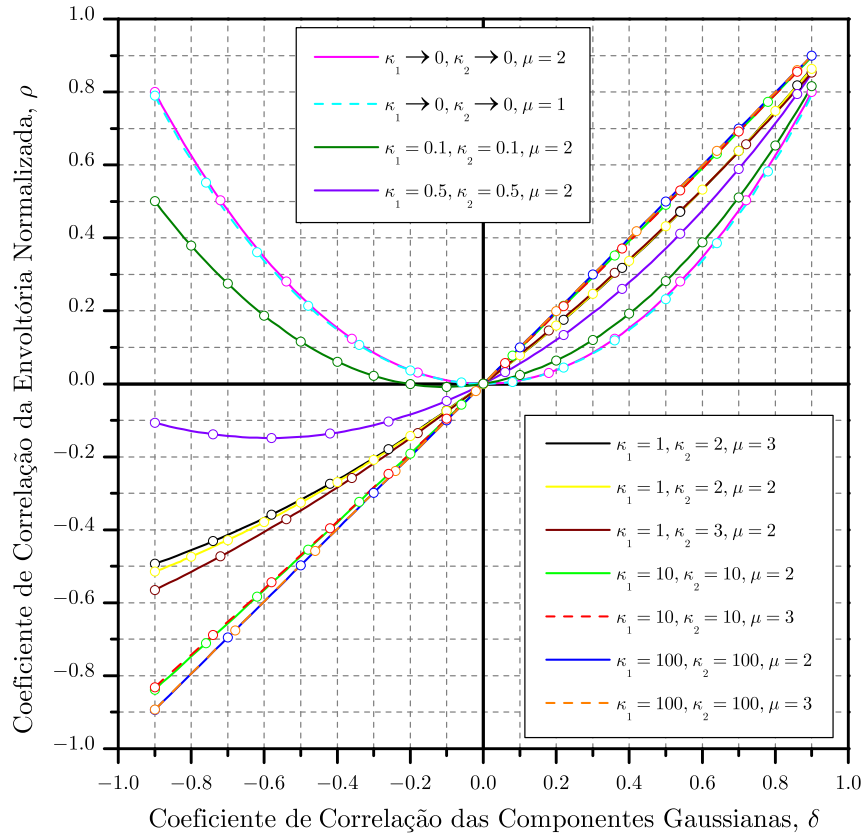


Figura 2.3: Coeficientes de correlação da envoltória normalizada ρ , em função da coeficiente de correlação das componentes Gaussianas, δ .

1. Definir a matriz Σ de dimensão $4\mu \times 4\mu$ contendo os coeficientes de correlação δ ;
2. Aplicar a matriz Σ no método de decomposição de Cholesky [39], resultando na matriz triangular inferior L , da mesma dimensão que a matriz Σ ;
3. Gerar uma matriz N de dimensão $4\mu \times n$, em que n é o número de amostras Gaussianas, seguindo: (a) Da primeira linha até a linha 2μ , as linhas da matriz serão seqüências Gaussianas iid. com variância $\sigma_1^2 = 1/[2\mu(1 + \kappa_1)]$ e média $\sqrt{\kappa_1}\sigma_1^2$; (b) Da linha $2\mu + 1$ até a linha 4μ , as linhas da matriz serão seqüências Gaussianas iid. com variância $\sigma_2^2 = 1/[2\mu(1 + \kappa_2)]$ e média $\sqrt{\kappa_2}\sigma_2^2$.
4. Multiplicar a matriz de amostras Gaussianas geradas no passo anterior pela matriz triangular inferior obtida do método de decomposição Cholesky, ou seja $M = LN$ e
5. Obter $R_1^{\alpha_1} = \sum_{i=1}^{2\mu} M_i^2$ e $R_2^{\alpha_2} = \sum_{i=2\mu+1}^{4\mu} M_i^2$, em que M_i indica a i -ésima linha da matriz M .

Desta maneira R_1 e R_2 serão amostras α - κ - μ com os respectivos valores de α , κ e μ , correlacionadas seguindo a matriz de correlação Σ . Deve-se atentar que, para a obtenção das amostras seguindo a distribuição κ - μ , os valores dos parâmetros α serão iguais a 2, $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$.

É importante ressaltar que o método descrito para gerar as amostras correlacionada, só pode ser aplicado quando os valores de μ são inteiros ou múltiplos inteiros de meio, ou seja $\mu = 0.5, 1, 1.5, 2, \dots$; pois estamos trabalhando com matrizes.

2.2.4 Coeficiente de Correlação na Frequência e Espacial

O coeficiente que descreve a correlação entre sinais com desvanecimento κ - μ , dado em (2.32), pode ser escrito em termos de parâmetros físicos conhecidos por afetar um meio de transmissão sem fio, por exemplo, o efeito Doppler, distância de separação entre pontos de recepção, frequência e o espalhamento de retardo (*delay spread*). Isto pode ser feito expressando o coeficiente de correlação das componentes Gaussianas δ em termos dos referidos parâmetros. Então, admitindo o modelo de Clarke [40], o coeficiente de correlação pode ser escrito como

$$\delta = \frac{J_0(\beta d)}{1 + (\Delta\omega\bar{T})^2}, \quad (2.34)$$

no qual, β representa a constante de fase, d é a distância entre os pontos de recepção, $\Delta\omega$ é a diferença da frequência angular entre os sinais, \bar{T} é o espalhamento de retardo (*delay spread*) e $J_n(\cdot)$ é a função de Bessel de primeiro tipo e ordem n . De fato, $\beta d = \omega_m \tau$, em que ω_m é o máximo desvio Doppler em rad/s e τ é o intervalo de tempo entre os pontos de recepção.

Um modelo de desvanecimento mais elaborado que inclui a condição de isotropia/anisotropia do ambiente, como, por exemplo, o que é dado em [40] ou qualquer outro, poderia ser utilizado neste trabalho. Como é conhecido, em um ambiente isotrópico, as ondas espalhadas chegam uniformemente em todas as direções no receptor. Em um ambiente anisotrópico, algum tipo de diretividade existe de forma que as ondas espalhadas podem chegar em algumas direções mais específicas. Como pode ser observado no modelo apresentado em [40] (ou em qualquer outro modelo), a condição de isotropia/anisotropia do meio modifica o coeficiente de correlação. Portanto, desta forma, as medidas de desempenho dos sistemas sem fio, que dependem da condição de correlação, são impactadas pela condição de isotropia/anisotropia do meio.

Além disso, a forma com que a correlação varia com a isotropia/anisotropia depende do modelo utilizado. Neste sentido, conclui-se que a inclusão de tal condição (isotropia/anisotropia) pode confundir o leitor ou desviar o foco do trabalho. O foco do trabalho diz respeito a correlação e não a forma com que a isotropia/anisotropia afeta o desempenho. Portanto, foi aplicado o coeficiente de correlação tão simples quanto possível, como o que é dado pelo modelo isotrópico de Clarke.

A envoltória de um sinal chegando a um ponto fixo no espaço depende de sua frequência de transmissão. Isso acontece porque as interferências, sejam elas construtivas ou destrutivas, entre as várias ondas compondo o sinal recebido variam de acordo com suas fases, sendo diretamente ligadas à frequência transmitida. O coeficiente de correlação na frequência é uma estatística que indica o grau de similaridade entre dois sinais transmitidos em frequências diferentes [3]. A Figura 2.4, representa o coeficiente de correlação da envoltória na frequência, dada em (2.32) da distribuição κ - μ em função de $\Delta\omega\bar{T}$ ($\beta d = 0$), portanto, considerando-se o mesmo ponto de recepção para os dois sinais. Esta figura foi gerada atribuindo-se valores para $\Delta\omega\bar{T}$ e, assim, calculando os devidos valores de δ dado em (2.34). Estes valores de δ foram utilizados na matriz de covariância para a geração de envoltórias κ e μ correlacionadas. Então, esta correlação foi calculada pela expressão (2.32). Nesta figura tem-se curvas para diversos valores de κ e μ . Nota-se que quando o ambiente de desvanecimento se torna mais severo, os sinais tornam-se menos correlacionados, como intuitivamente esperado. Por consequência, desvanecimento mais severo possui uma largura de banda menor. Também, pode-se concluir que as variações de correlação são menos sensíveis às variações do parâmetro μ , em comparação com a variação do parâmetro κ .

O coeficiente de correlação espacial é uma estatística que indica o grau de similaridade entre dois sinais chegando em pontos distintos do espaço. A Figura 2.5, gerada utilizando-se a mesma metodologia da Figura 2.4, representa o coeficiente de correlação espacial da distribuição κ - μ dada em (2.32), em função de βd ($\Delta\omega\bar{T} = 0$), portanto, considerando-se que ambos os sinais foram transmitidos na mesma frequência. Esta figura foi gerada atribuindo-se valores para βd e, assim, calculando os devidos valores de δ dado em (2.34). Nesta figura tem-se curvas para diversos valores de κ e μ . Nota-se que na presença de componentes dominantes, $\kappa > 0$, a correlação assume valores positivos e negativos e apresenta decaimento lento. Isto significa que em tal ambiente, distâncias de coerência (ou tempos de coerência) são maiores, em comparação com as do ambiente para o qual existem apenas ondas espalhadas, $\kappa \rightarrow 0$. Pode-se observar que, à medida que o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$) aumenta, maiores são os valores das amplitudes dos sinais oscilatórios.

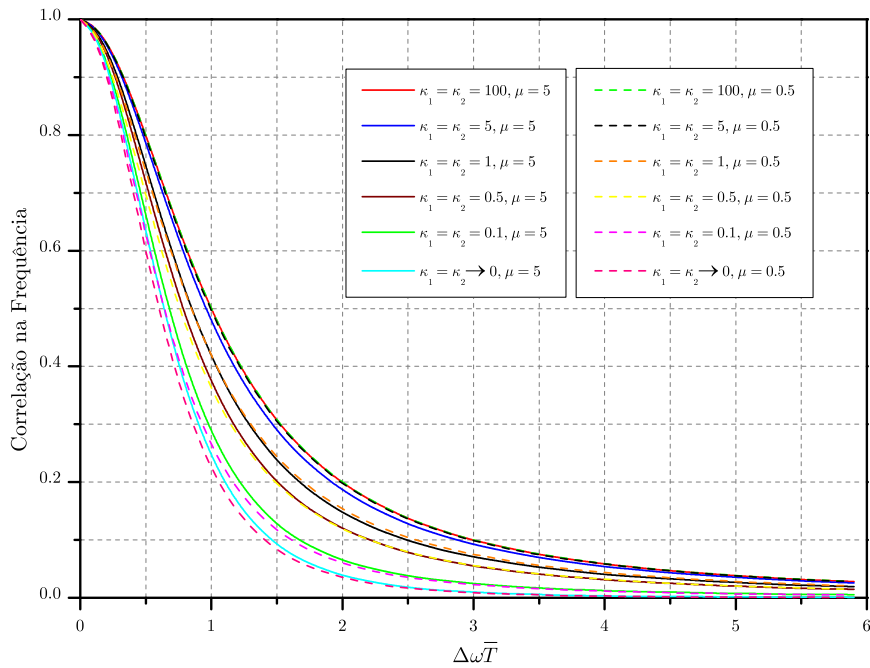


Figura 2.4: Coeficiente de correlação na frequência da distribuição κ - μ , em função de $\Delta\omega\bar{T}$ ($\beta d = 0$).

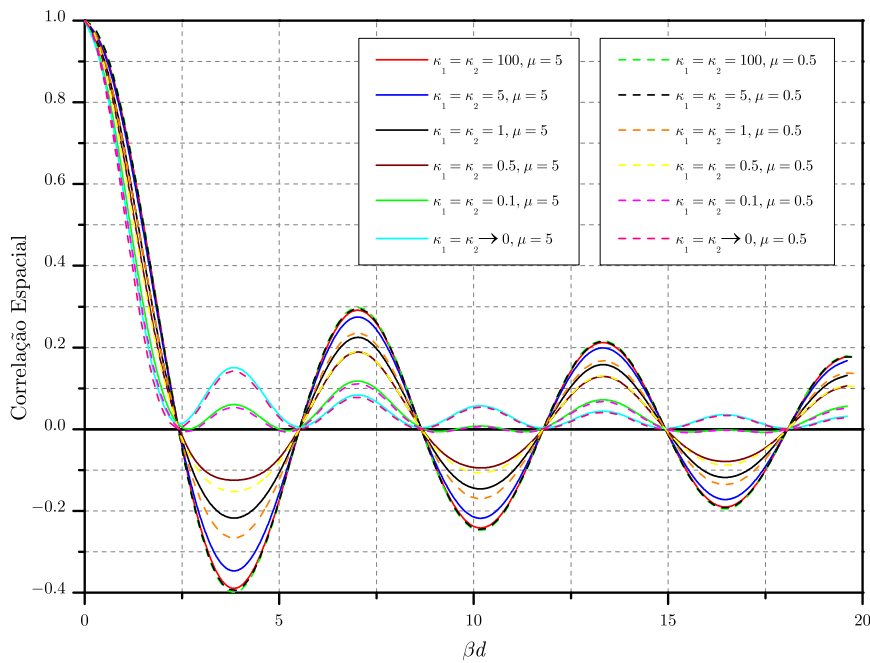


Figura 2.5: Coeficiente de correlação espacial da distribuição κ - μ , em função de βd ($\Delta\omega\bar{T} = 0$).

2.3 A Distribuição α - κ - μ Bivariável

É possível deduzir a expressão da FDP conjunta da distribuição α - κ - μ bivariável seguindo o mesmo procedimento descrito na Seção 2.2.1. Entretanto, de forma mais direta, a partir da relação entre as distribuições α - κ - μ e κ - μ , conforme

$$\rho_{\alpha-\kappa-\mu} = \rho_{\kappa-\mu}^{2/\alpha}, \quad (2.35)$$

e através da mudança de variáveis da seguinte maneira

$$f_{P_1, P_2}^{\alpha-\kappa-\mu}(\rho_1, \rho_2) = |J| f_{P_1, P_2}^{\kappa-\mu}(\rho_1, \rho_2), \quad (2.36)$$

podemos encontrar a FDP conjunta da distribuição α - κ - μ . Portanto, realizando o operador Jacobiano, $|J|$, da expressão (2.36), obtém-se

$$f_{P_1, P_2}^{\alpha-\kappa-\mu}(\rho_1, \rho_2) = \frac{\alpha_1 \alpha_2 f_{P_1, P_2}^{\kappa-\mu}(\rho_1, \rho_2)}{4 P_1^{(1-\frac{\alpha_1}{2})} P_2^{(1-\frac{\alpha_2}{2})}}. \quad (2.37)$$

Realizando a substituição da FDP conjunta da distribuição κ - μ , dada em (2.24) em (2.37), e realizando as devidas manipulações algébricas e simplificações tem-se a FDP conjunta da distribuição α - κ - μ de acordo com

$$\begin{aligned} f_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) &= \frac{\rho_1^{\alpha_1-1} \rho_2^{\alpha_2-1} \alpha_1 \alpha_2 \Gamma(\mu-1) \mu^2 (1+\kappa_1) (1+\kappa_2) (1-\delta^2)^{2\mu-3}}{[\delta \mu (\sqrt{\kappa_2} - \delta \sqrt{\kappa_1}) (\sqrt{\kappa_1} - \delta \sqrt{\kappa_2})]^{\mu-1}} \\ &\times \exp \left[-\frac{\mu}{1-\delta^2} (\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta \sqrt{\kappa_1 \kappa_2} + (1+\kappa_1) \rho_1^{\alpha_1} + (1+\kappa_2) \rho_2^{\alpha_2}) \right] \\ &\times \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(\mu+g-1)(2\mu-2)_g}{g!} I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\delta \mu \rho_1^{\frac{\alpha_1}{2}} \rho_2^{\frac{\alpha_2}{2}} \sqrt{(1+\kappa_1)(1+\kappa_2)}}{1-\delta^2} \right) \\ &\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\mu \rho_1^{\frac{\alpha_1}{2}} \sqrt{1+\kappa_1} (\sqrt{\kappa_1} - \delta \sqrt{\kappa_2})}{1-\delta^2} \right) \\ &\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\mu \rho_2^{\frac{\alpha_2}{2}} \sqrt{1+\kappa_2} (\sqrt{\kappa_2} - \delta \sqrt{\kappa_1})}{1-\delta^2} \right). \end{aligned} \quad (2.38)$$

Utilizando os mesmos procedimentos para obtenção das estatísticas da distribuição κ - μ descritos na Seção 2.2.1, pode-se encontrar as estatísticas da distribuição α - κ - μ bivariável. A FDC da distribuição α - κ - μ bivariável é dada por

$$\begin{aligned}
F_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2) &= \exp \left[-\frac{\mu (\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2})}{1 - \delta^2} \right] \\
&\times \sum_{g, w, l, z=0}^{\infty} \left(\frac{\Gamma(\mu - 1) (1 - \delta^2)^\mu (\mu + g - 1) (\delta)^{g+2z} (2\mu - 2)_g}{g! w! l! z! \Gamma[\mu + g + w] \Gamma[\mu + g + l] \Gamma[\mu + g + z]} \right) \\
&\times \left(\frac{(\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{l+\frac{g}{2}} \left(\frac{(\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{w+\frac{g}{2}} \\
&\times \gamma \left[l + g + z + \mu, \frac{\rho_1^{\alpha_1} (\kappa_1 + 1) \mu}{1 - \delta^2} \right] \gamma \left[w + g + z + \mu, \frac{\rho_2^{\alpha_2} (\kappa_2 + 1) \mu}{1 - \delta^2} \right].
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Os momentos conjuntos da distribuição α - κ - μ bivariável são dados por

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} [P_1^{n_1} P_2^{n_2}] &= \sum_{g, w, l, z=0}^{\infty} \left(\frac{\Gamma(\mu - 1) (1 - \delta^2)^\mu (\mu + g - 1) (\delta)^{g+2z} (2\mu - 2)_g}{g! w! l! z! \Gamma[\mu + g + w] \Gamma[\mu + g + l] \Gamma[\mu + g + z]} \right) \\
&\times \exp \left[-\frac{\mu (\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2})}{1 - \delta^2} \right] \left(\frac{(\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{l+\frac{g}{2}} \\
&\times \left(\frac{(\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1})^2 \mu}{1 - \delta^2} \right)^{w+\frac{g}{2}} \left(\frac{\mu(\kappa_1 - 1)}{1 - \delta^2} \right)^{-\frac{n_1}{\alpha_1}} \left(\frac{\mu(\kappa_2 - 1)}{1 - \delta^2} \right)^{-\frac{n_2}{\alpha_2}} \\
&\times \Gamma \left(z + g + l + \mu + \frac{n_1}{\alpha_1} \right) \Gamma \left(w + g + l + \mu + \frac{n_2}{\alpha_2} \right).
\end{aligned} \tag{2.40}$$

2.3.1 Coeficiente de Correlação da Envoltória

Do mesmo modo utilizado para encontrar a expressão do coeficiente de correlação da envoltória da distribuição κ - μ na Seção 2.2.3, pode-se encontrar o coeficiente de correlação da envoltória da distribuição α - κ - μ .

Da expressão dos momentos conjuntos em (2.40), o termo $\mathbb{E} (P_1 P_2)$ pode ser obtido ajustando $n_1 = n_2 = 1$. O primeiro momento de cada variável é dado por [7, eqn.(7)]

$$\mathbb{E} (P_j) = \frac{\Gamma(\mu + 1/\alpha_j) \exp(-\kappa_j \mu)}{\Gamma(\mu) [(1 + \kappa_j) \mu]^{1/\alpha_j}} {}_1F_1(\mu + 1/\alpha_j; \mu; \kappa_j \mu), \tag{2.41}$$

sendo $j = 1, 2$. A variância pode ser encontrada utilizando $\mathbb{V} (P_j) = \mathbb{E} (P_j^2) - \{\mathbb{E} (P_j)\}^2$. O segundo momento é dado por $\mathbb{E} (P_j^2) = 1$. Estas relações são utilizadas em (2.32) para a obtenção da expressão do coeficiente de correlação exata.

2.3.2 Coeficiente de Correlação na Frequência e Espacial

Utilizando a mesma abordagem para a obtenção do coeficiente de correlação na frequência e espacial da distribuição κ - μ na Seção 2.2.4, pode-se obter as estatísticas para a distribuição α - κ - μ .

A Figura 2.6, representa o coeficiente de correlação da envoltória na frequência da distribuição α - κ - μ , em função de $\Delta\omega\bar{T}$ ($\beta d = 0$) em (2.34), portanto, considerando-se o mesmo ponto de recepção para os dois sinais.

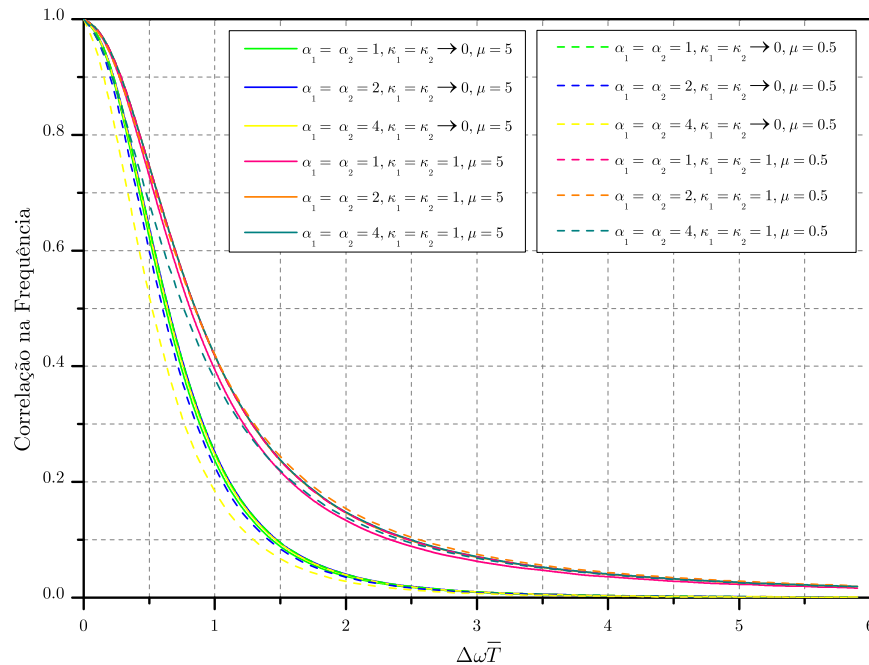


Figura 2.6: Coeficiente de correlação na frequência da distribuição α - κ - μ , em função de $\Delta\omega\bar{T}$ ($\beta d = 0$).

A partir da equação (2.34), pode-se obter o coeficiente de correlação espacial da distribuição α - κ - μ , ajustando o parâmetro $\Delta\omega\bar{T} = 0$. A Figura 2.7, representa o coeficiente de correlação espacial da distribuição α - κ - μ , em função de βd ($\Delta\omega\bar{T} = 0$), portanto, considerando-se que ambos os sinais foram transmitidos a mesma frequência.

Conclusões similares às obtidas para a distribuição κ - μ podem ser obtidas também para a distribuição α - κ - μ . Porém, conforme pode ser claramente notado por meio das figuras, o parâmetro α possui influência no coeficiente de correlação.

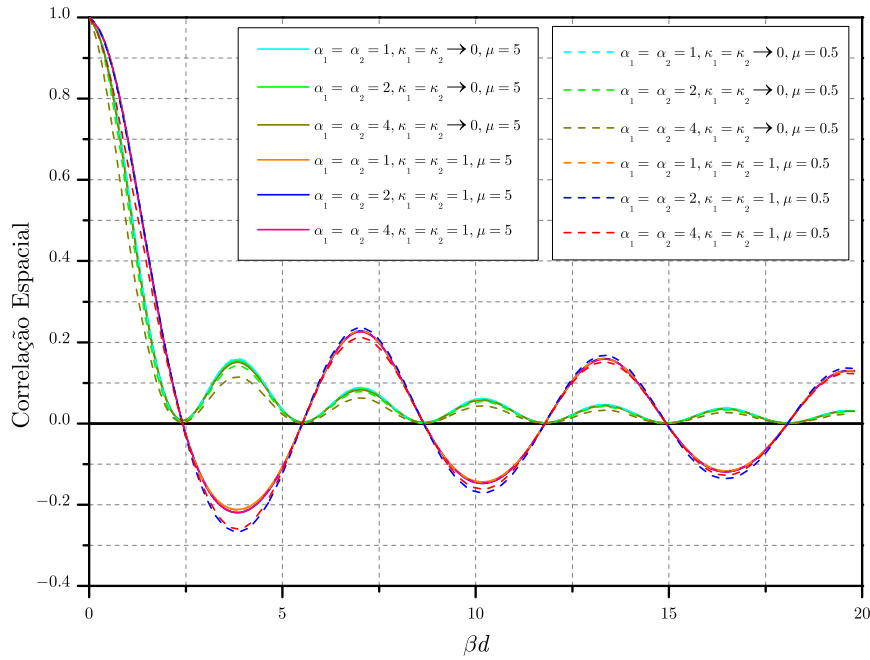


Figura 2.7: Coeficiente de correlação espacial da distribuição $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$, em função de βd ($\Delta\omega\bar{T} = 0$).

2.4 Conclusão

Este capítulo apresentou, de forma objetiva, a revisão bibliográfica da distribuição $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$. Como contribuição importante desta dissertação foi apresentada a metodologia utilizada para a geração de variáveis correlacionadas, segundo decomposição Cholesky, também, a obtenção das FDPs conjunta, FDCs conjunta, momentos conjuntos, coeficiente de correlação tanto na envoltória, na frequência e espacial para a distribuição $\kappa\text{-}\mu$ e distribuição $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$.

No Capítulo 3 serão aplicadas as técnicas de diversidade na recepção utilizando combinador por seleção para ambas distribuições, ou seja $\kappa\text{-}\mu$ e $\alpha\text{-}\kappa\text{-}\mu$. Também serão aplicadas as técnicas de diversidade na recepção utilizando combinação por razão máxima e por ganho igual para a distribuição $\kappa\text{-}\mu$. Portanto, é importante compreender a teoria supra apresentada.

Capítulo 3

Probabilidade de *Outage*

Neste capítulo será apresentada a probabilidade de indisponibilidade (*outage*), a qual é a métrica primária para a análise de desempenho de esquemas de diversidade em sistemas de comunicações sem fio [41]. Ela é definida como a probabilidade de um sinal recebido ser inferior a um dado limiar estabelecido, ξ , ou seja,

$$P_{\text{Outage}} = \Pr [\xi_1 < \xi, \xi_2 < \xi]. \quad (3.1)$$

Para obtenção das expressões das probabilidades de *outage* das distribuições κ - μ e α - κ - μ , é necessário expressar as FDPs conjuntas das equações (2.24) e (2.39) em função da relação sinal-ruído (SNR - do inglês, *signal-to-noise ratio*). Para isto, utiliza-se a relação $\Xi_i = R_i^2 E_b/N_0$, ou seja, a SNR instantânea em cada ramo de diversidade i , sendo E_b/N_0 a razão entre a energia média por bit e a densidade espectral de potência unilateral do ruído e $\bar{\xi}_i$ é a razão sinal-ruído média, dada por $\bar{\xi}_i = (E_b/N_0)\mathbb{E}[R_i^2]$.

A partir da FDP conjunta da distribuição κ - μ , dada em (2.24), e a relação $\xi_i = \rho_i^2$, a FDP conjunta em função da SNR da distribuição κ - μ pode ser encontrada por meio de mudança de variáveis, dada por: $f_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2) = |J| f_{P_1, P_2}(\rho_1, \rho_2)$. Após as devidas manipulações algébricas e simplificações, tem-se a FDP conjunta em função da SNR da distribuição κ - μ de acordo com

$$\begin{aligned}
f_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2) &= \frac{\Gamma(\mu - 1) \mu^2 (1 + \kappa_1) (1 + \kappa_2) (1 - \delta^2)^{2\mu-3}}{[\delta\mu (\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1}) (\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})]^\mu} \\
&\times \exp \left[-\frac{\mu}{1 - \delta^2} \left(\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2} + (1 + \kappa_1) \frac{\xi_1}{\xi_1} + (1 + \kappa_2) \frac{\xi_2}{\xi_2} \right) \right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(\mu + g - 1)(2\mu - 2)_g}{g!} I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\delta\mu\sqrt{\frac{\xi_1}{\xi_1}}\sqrt{\frac{\xi_2}{\xi_2}}\sqrt{(1 + \kappa_1)(1 + \kappa_2)}}{1 - \delta^2} \right) \\
&\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\mu\sqrt{\frac{\xi_2}{\xi_2}}\sqrt{1 + \kappa_2} (\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1})}{1 - \delta^2} \right) \\
&\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\mu\sqrt{\frac{\xi_1}{\xi_1}}\sqrt{1 + \kappa_1} (\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})}{1 - \delta^2} \right). \tag{3.2}
\end{aligned}$$

Agora, utilizando a relação $\xi_i = \rho_i^{\alpha_i}$, para $i = 1, 2$ e realizando o mesmo procedimento para obtenção da FDP conjunta em função da SNR da distribuição κ - μ , pode-se obter a FDP conjunta em função da SNR da distribuição α - κ - μ , conforme

$$\begin{aligned}
f_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2) &= \\
&\frac{\xi_1^{(2 - \frac{2}{\alpha_1})} \xi_2^{(2 - \frac{2}{\alpha_2})} \alpha_1^2 \alpha_2^2 \Gamma(\mu - 1) \mu^2 (1 + \kappa_1) (1 + \kappa_2) (1 - \delta^2)^{2\mu-3}}{[\delta\mu (\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1}) (\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})]^\mu} \\
&\times \exp \left[-\frac{\mu}{1 - \delta^2} (\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2} + (1 + \kappa_1) \xi_1 + (1 + \kappa_2) \xi_2) \right] \\
&\times \sum_{g=0}^{\infty} \frac{(\mu + g - 1)(2\mu - 2)_g}{g!} I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\delta\mu\sqrt{\xi_1}\sqrt{\xi_2}\sqrt{(1 + \kappa_1)(1 + \kappa_2)}}{1 - \delta^2} \right) \\
&\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\mu\sqrt{\xi_1}\sqrt{1 + \kappa_1} (\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})}{1 - \delta^2} \right) \\
&\times I_{\mu+g-1} \left(\frac{2\mu\sqrt{\xi_2}\sqrt{1 + \kappa_2} (\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1})}{1 - \delta^2} \right). \tag{3.3}
\end{aligned}$$

3.1 Combinação por Seleção

A técnica de combinação por seleção SC, escolhe o ramo de diversidade com o maior valor instantâneo do parâmetro SNR para a decisão a respeito de um símbolo. Então a SNR na saída é igual a [42]

$$\Xi = \max\{\Xi_1, \Xi_2\}. \quad (3.4)$$

Sobre um desvanecimento em pequena escala

$$F_{\text{SC}}(\xi) = \int_0^\xi \int_0^\xi f_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2. \quad (3.5)$$

Substituindo (3.2) em (3.5), tem-se a probabilidade de *outage* de um sistema SC de dois ramos de diversidade em um canal κ - μ , conforme

$$\begin{aligned} F_{\text{SC}}(\xi) &= \sum_{g,w,l,z=0}^{\infty} \frac{(\mu-1+g)\Gamma(\mu-1)(1-\delta^2)^\mu \delta^{g+2z} (2\mu-2)_g}{g!w!z!l!\Gamma(\mu+g+w)\Gamma(\mu+g+z)\Gamma(\mu+g+l)} \\ &\times \left(\frac{(\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})^2 \mu}{1-\delta^2} \right)^{l+\frac{g}{2}} \left(\frac{(\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1})^2 \mu}{1-\delta^2} \right)^{w+\frac{g}{2}} \\ &\times \exp \left[-\frac{\mu(\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2})}{1-\delta^2} \right] \\ &\times \gamma \left(w+g+z+\mu, \frac{\xi_2 \mu (1+\kappa_2)}{\xi_2 (1-\delta^2)} \right) \gamma \left(l+g+z+\mu, \frac{\xi_1 \mu (1+\kappa_1)}{\xi_1 (1-\delta^2)} \right). \end{aligned} \quad (3.6)$$

As Figuras 3.1 e 3.2 representam as probabilidades de *outage* de um sistema SC de dois ramos de diversidade em um canal κ - μ . As linhas representam as curvas teóricas obtidas por meio da equação (3.6), e os símbolos representam os resultados obtidos por meio de simulação no software Matlab, utilizando a metodologia descrita na Seção 2.2.3, sendo utilizada 10^8 amostras Gaussianas.

Na Figura 3.1 foram fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\delta = 0$ (Preto) e $\delta = 0.5$ (Vermelho), e variando o parâmetro μ em (1; 1.5; 2; 2.5; 3; 3.5; 4). Nota-se a excelente concordância entre as curvas teóricas e simuladas, revelando a precisão dos resultados. É possível concluir, com o aumento do parâmetro μ , ou seja, o aumento do número de *clusters* para um mesmo valor de SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho.

Na Figura 3.2 observa-se o efeito da correlação para diversos valores fixos de κ_1 , κ_2 , μ e variando a correlação δ (0 a 0.8). Nota-se algumas conclusões destes conjuntos de curvas. Primeiro, analisando o conjunto de curvas $\kappa_1 = 6.5$, $\kappa_2 = 6.5$, $\mu = 2$ e $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$, $\mu = 2$, conclui-se que para uma dada probabilidade de *outage*, a

variação das SNR para as curvas correlacionadas e não correlacionadas é maior para $\kappa_1 = 6.5$ e $\kappa_2 = 6.5$. Analisando as curvas $\kappa_1 = 1, \kappa_2 = 3, \mu = 2$ e $\kappa_1 = 1, \kappa_2 = 3, \mu = 1.5$, para uma dada probabilidade de *outage*, a variação das SNR para curvas correlacionadas e não correlacionadas é maior para $\mu = 1.5$, para baixos valores de SNR.

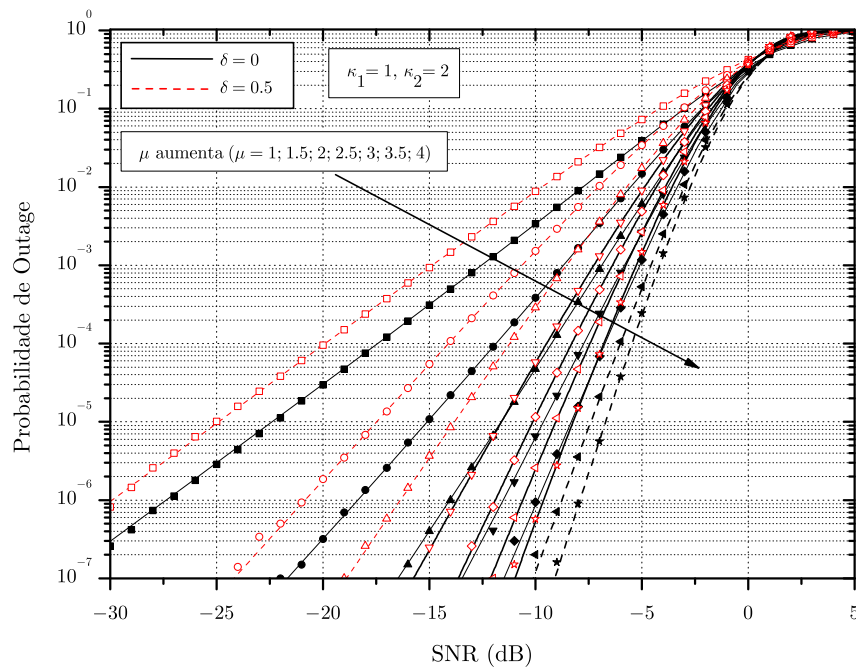


Figura 3.1: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos de diversidade em um canal κ - μ , variando o parâmetro μ , sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1, \kappa_2 = 2, \delta = 0$ (Preto) e $\delta = 0.5$ (Vermelho).

Substituindo (3.3) em (3.5), tem-se a probabilidade de *outage* de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , conforme

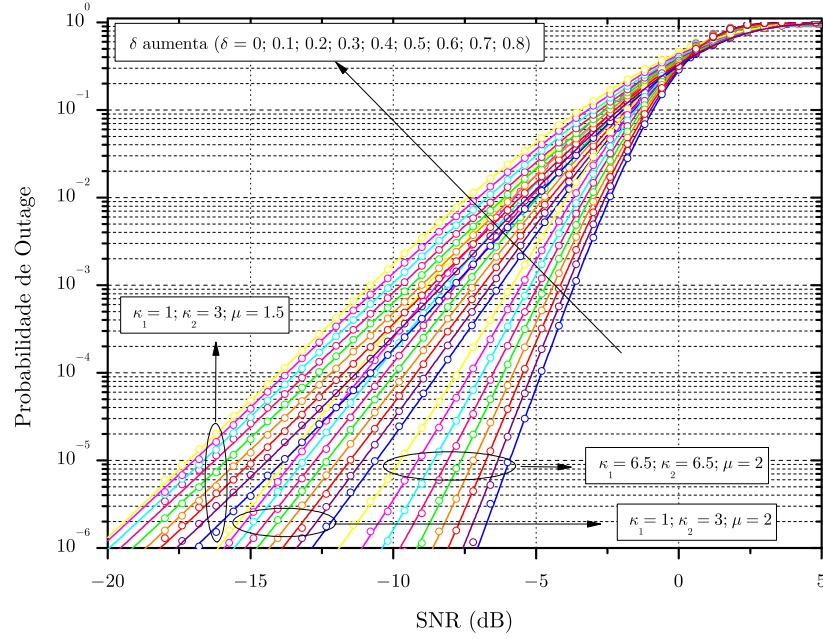


Figura 3.2: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal κ - μ , variando o parâmetro δ e sendo fixados diversos valores para os parâmetros κ_1 , κ_2 e μ .

$$\begin{aligned}
 F_{\text{SC}}(\xi) &= \frac{2^{3\mu} \alpha_1^2 \alpha_2^2 \Gamma(\mu-1) (\mu-1) (1-\delta^2)^{\left(4+\mu-\frac{2}{\alpha_1}-\frac{2}{\alpha_2}\right)}}{4\mu^{4-\frac{2}{\alpha_1}-\frac{2}{\alpha_2}} (1+\kappa_1)^{2-\frac{2}{\alpha_1}} (1+\kappa_2)^{2-\frac{2}{\alpha_2}}} \\
 &\times \exp\left[-\frac{\mu(\kappa_1 + \kappa_2 - 2\delta\sqrt{\kappa_1\kappa_2})}{1-\delta^2}\right] \\
 &\times \sum_{g,w,l,z=0}^{\infty} \frac{2^{2w+2l+2z+3g} \delta^{2w+g} (\mu+g-1) g (\sqrt{\kappa_1} - \delta\sqrt{\kappa_2})^{2l+g} (\sqrt{\kappa_2} - \delta\sqrt{\kappa_1})^{2z+g}}{g!w!l!z! \Gamma(\mu+g+w) \Gamma(\mu+g+l) \Gamma(\mu+g+z)} \\
 &\times \left(\frac{\mu}{1-\delta^2}\right)^{l+z+g} \gamma\left[2-\frac{2}{\alpha_1}+w+l+g+\mu, \frac{(1+\kappa_1)\mu\xi_1}{(1-\delta^2)\bar{\xi}_1}\right] \\
 &\times \gamma\left[2-\frac{2}{\alpha_2}+w+z+g+\mu, \frac{(1+\kappa_2)\mu\xi_2}{(1-\delta^2)\bar{\xi}_2}\right].
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

As Figuras 3.3 até 3.8 representam as probabilidades de *outage* de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ . As linhas representam as curvas teóricas obtidas por meio da equação (3.7), e os símbolos representam resultados obtidos por meio de simulações no software Matlab.

Na Figura 3.3 foram fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\delta = 0$ (Preto) e $\delta = 0.5$ (Vermelho) e variando o parâmetro μ em (1; 1.5; 2; 2.5; 3; 3.5; 4) em cada janela de resultado. Sendo para cada janela um valor específico do parâmetro α ($\alpha_1 = \alpha_2$). É possível observar a concordância entre as curvas teóricas e simuladas, revelando a precisão dos resultados. Nota-se que com o aumento do parâmetro μ , ou seja, o número de *clusters* para um mesmo valor de SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho em todos os resultados. Também nota-se, com o aumento do parâmetro α , aumenta o valor das SNR para a mesma probabilidade de *outage*.

Na Figura 3.4 foram fixados os parâmetros, α ($\alpha_1 = \alpha_2$), $\mu = 2$, $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho) e variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$) em (0; 1; 3; 5; 7; 13; 15; 17; 19) em cada janela de resultado. Sendo para cada janela de resultado um valor específico do parâmetro α ($\alpha_1 = \alpha_2$). Nota-se a excelente concordância entre as curvas teóricas e simuladas, revelando a precisão dos resultados. É possível concluir que com o aumento do parâmetro κ , ou seja, mais energia no componente dominante, para um mesmo valor de SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho em todos os resultados. Também nota-se, com o aumento do parâmetro α , diminui o valor da SNR para a mesma probabilidade de *outage*.

Na Figura 3.5 possui um conjunto de curvas para diversos valores de α ($\alpha_1 = \alpha_2$) em (0.5; 1; 2.5; 5), e observa-se o efeito da correlação para os valores de $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\mu = 2$, e variando a correlação δ em (0 a 0.9). Nota-se algumas conclusões interessantes nestes conjuntos de curvas. O parâmetro de não-linearidade, α , da distribuição α - κ - μ influencia diretamente o desempenho da probabilidade de *outage*. Primeiro, analisando o conjunto de curvas α ($\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$), quanto maior a correlação para a mesma SNR, maior será a probabilidade de *outage* e apresenta o agrupamento entre as curvas distantes. Para o conjunto de curvas α ($\alpha_1 = \alpha_2 = 5$), o conjunto de curvas estão mais agrupados. Também, com o aumento do parâmetro α a correlação influencia pouco o desempenho.

Nas Figuras 3.6 e 3.7 tem-se a probabilidade de *outage* de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ com valores de α diferentes ($\alpha_1 \neq \alpha_2$), pois até então, foram considerados valores iguais, ou seja ($\alpha_1 = \alpha_2$). Para a Figura 3.6, foram fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 2.5$, $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho) e variando o parâmetro μ em (1; 1.5; 2; 2.5; 3; 3.5; 4). É possível concluir, com o aumento do parâmetro μ , ou seja, o número de *clusters* para um mesmo valor da SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho. Para a Figura 3.7 foram fixados os parâmetros, $\alpha_1 = 0.5$; $\alpha_2 = 2.5$, $\mu = 2$, $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$

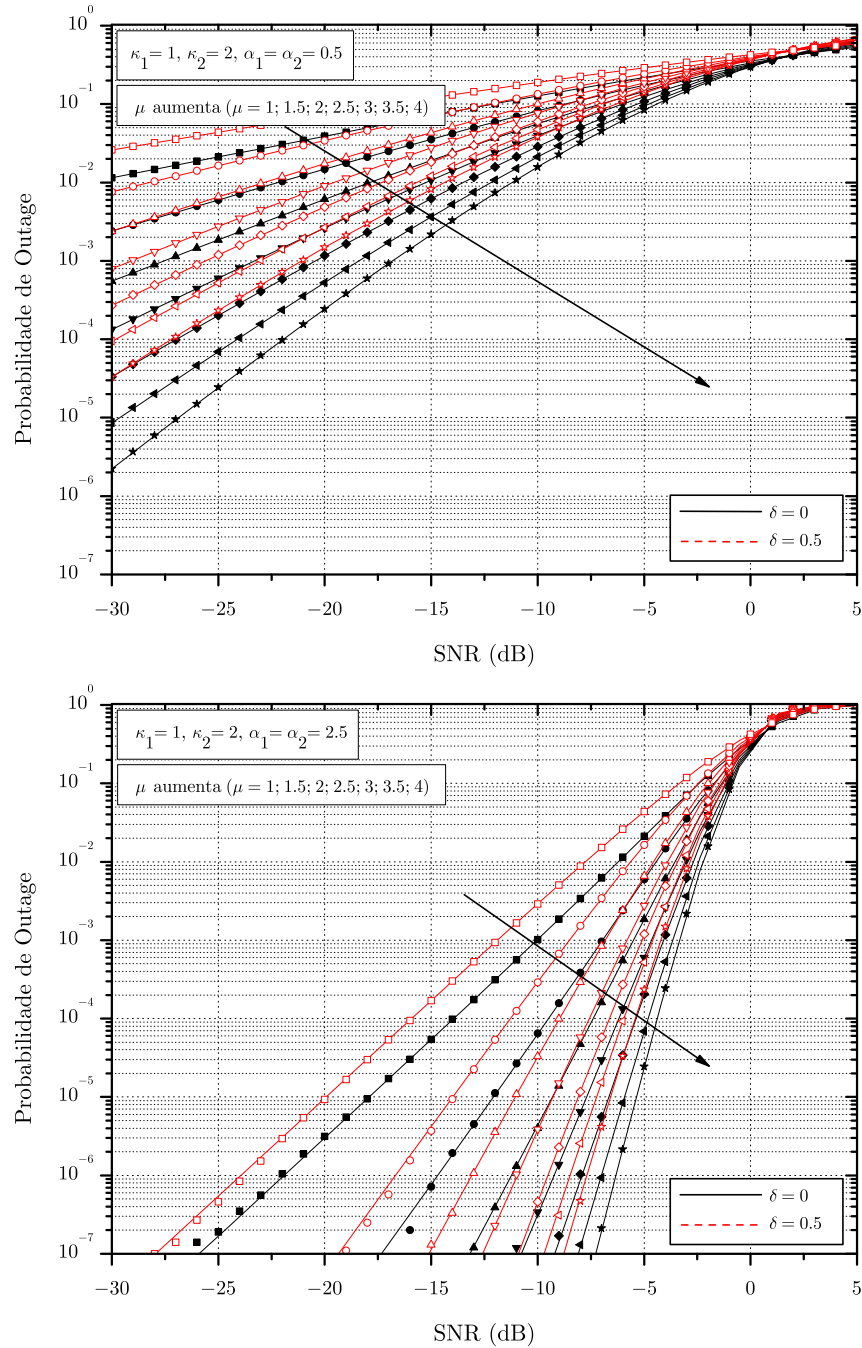


Figura 3.3: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando parâmetros μ em cada figura e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho), $\kappa_1 = 1$ e $\kappa_2 = 2$.

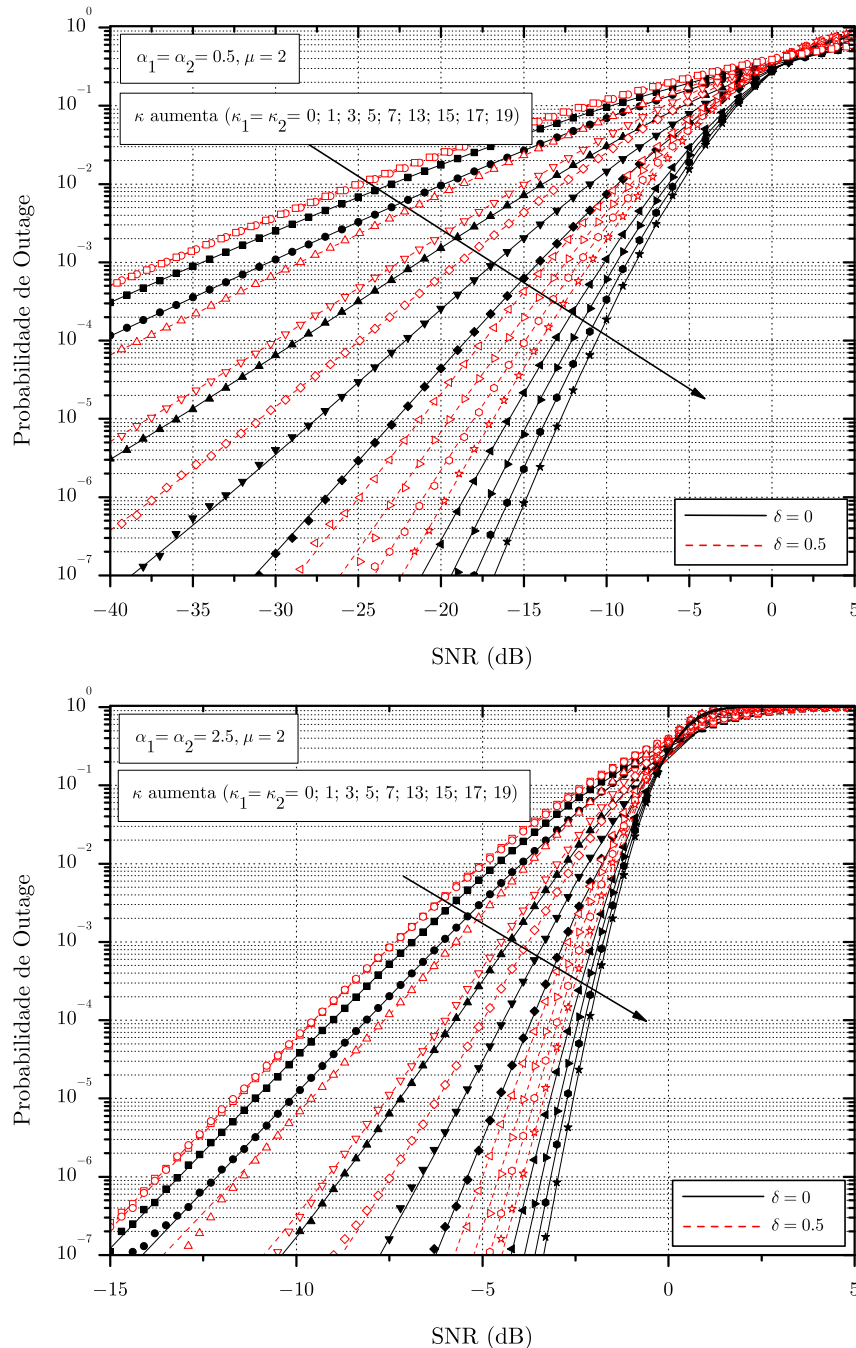


Figura 3.4: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$) em cada figura e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho) e $\mu = 2$.

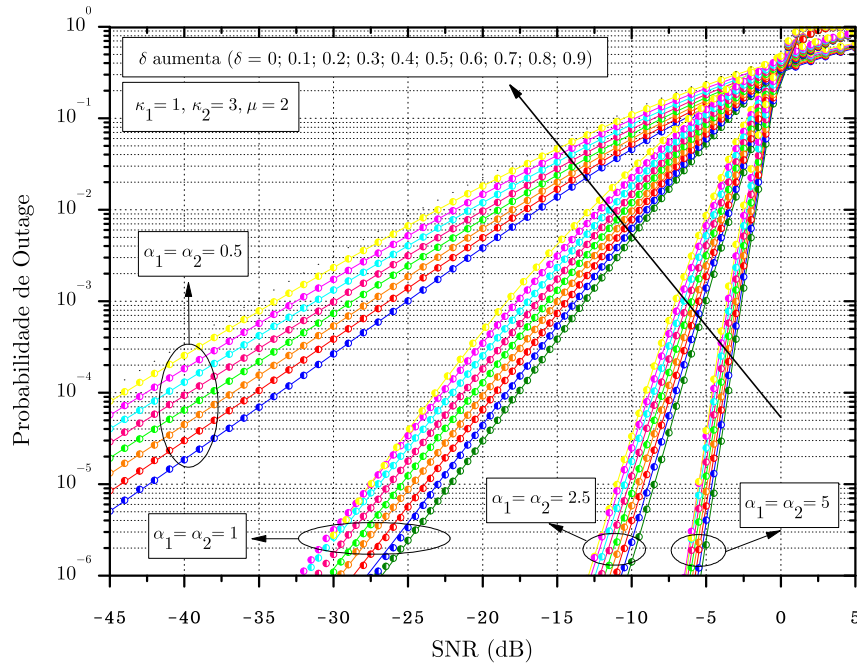


Figura 3.5: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando coeficiente de correlação δ , para diversos valores de α ($\alpha_1 = \alpha_2$) e fixados os valores de $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$.

(Vermelho), e variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$) em (0; 1; 3; 5; 7; 13; 15; 17; 19). É possível concluir, com o aumento do parâmetro κ , para um mesmo valor da SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho em todos os valores de κ .

Na Figura 3.8 verifica-se o efeito da não-linearidade, α , experimentado pelo sinal que se propaga em um ambiente com desvanecimento. Logo, foram fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\mu = 3$, $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho) e variando o parâmetro α ($\alpha_1 = \alpha_2$) em diversos valores. É possível concluir, com o aumento do parâmetro α , ou seja, o efeito da não-linearidade, para um mesmo valor de SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho em todos os valores de α .

3.2 Combinação por Razão Máxima e por Ganho Igual

Nesta seção serão deduzidas expressões para a FDC na saída dos combinadores por máxima razão MRC (do inglês, *maximal ratio combining*) e por ganho igual EGC (do inglês, *equal gain combining*). Estas expressões serão resolvidas por meio de integra-

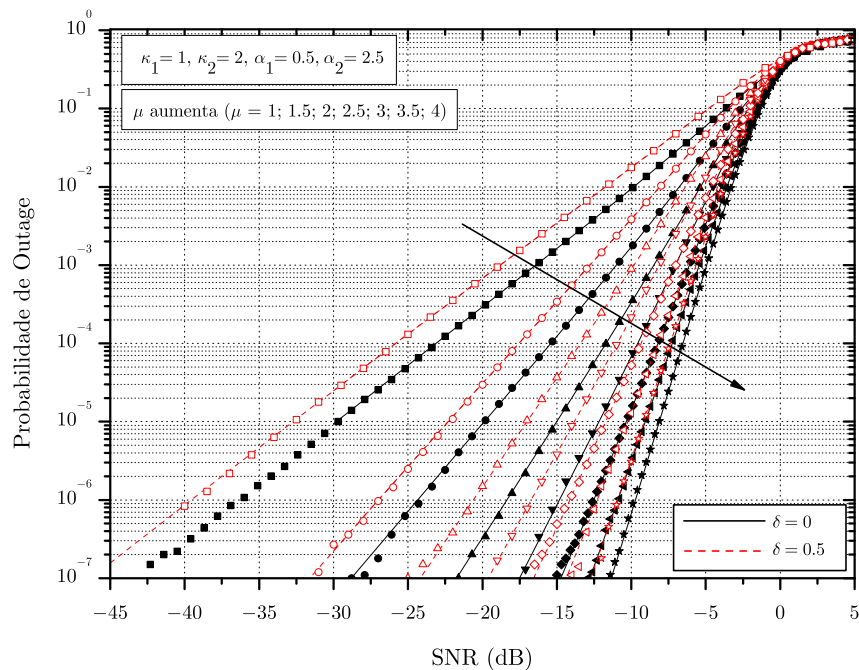


Figura 3.6: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando parâmetro μ e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho), $\kappa_1 = 1, \kappa_2 = 2, \alpha_1 = 0.5$ e $\alpha_2 = 2.5$.

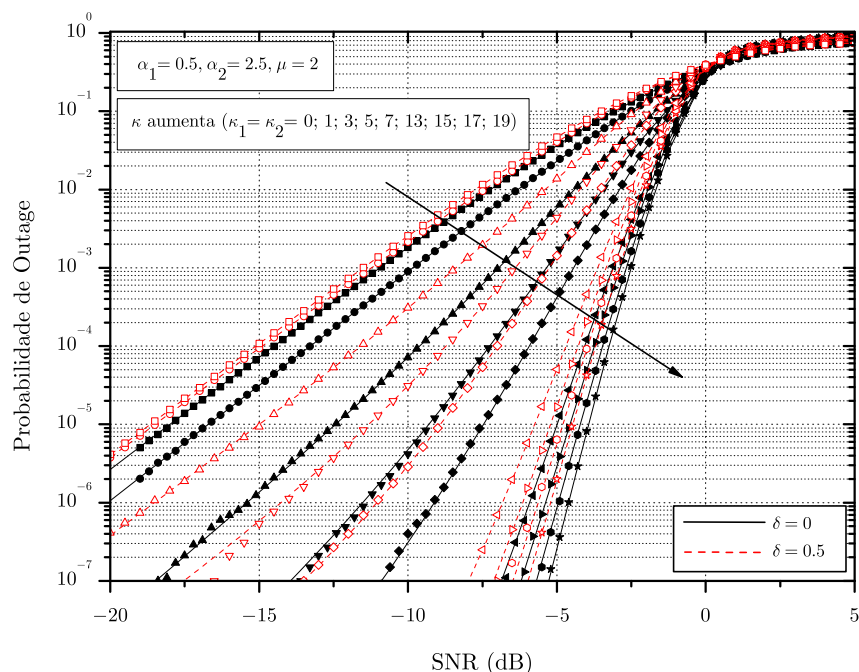


Figura 3.7: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$), sendo fixados os parâmetros $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Vermelho), $\alpha_1 = 0.5$ e $\alpha_2 = 2.5$.

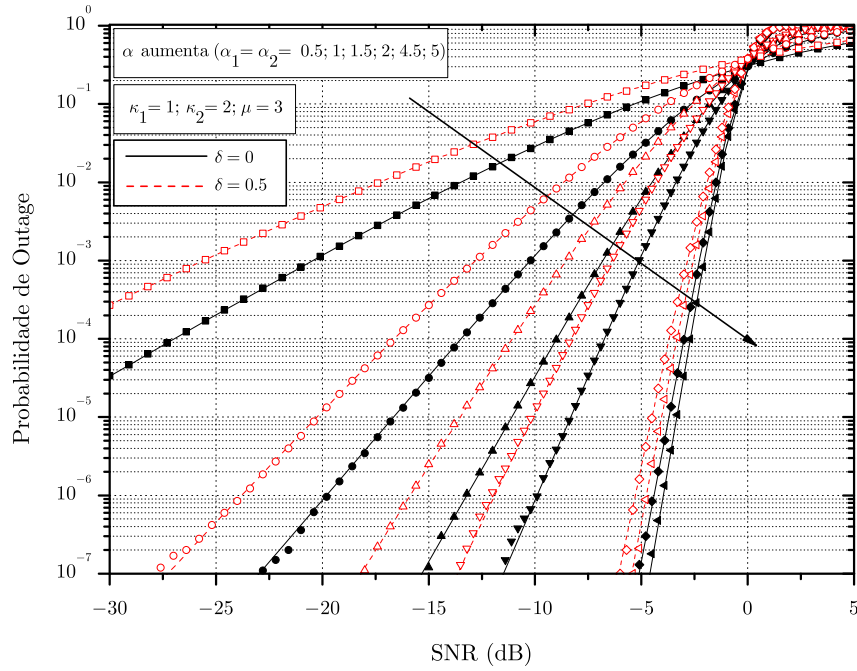


Figura 3.8: Probabilidade de Outage de um sistema SC de dois ramos em um canal α - κ - μ , variando o parâmetro α ($\alpha_1 = \alpha_2$), sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$, $\mu = 2$, $\delta = 0$ (Preto) e $\delta = 0.5$ (Vermelho).

ção numérica já que não foram encontradas as soluções fechadas para as integrais.

3.2.1 Combinação por Razão Máxima

No sistema MRC, os sinais recebidos são postos em fase, cada sinal é apropriadamente amplificado para uma combinação ótima e os sinais resultantes são adicionados. O valor da SNR na saída do combinador com dois ramos é escrito como

$$\Xi = \Xi_1 + \Xi_2. \quad (3.8)$$

A FDC conjunta pode ser calculada integrando-se a FDP conjunta em Ξ_1 e Ξ_2 , sobre o plano bidimensional limitado pelos hiperplanos $\Xi = \Xi_1 + \Xi_2$ e suas coordenadas. Usando o procedimento descrito em [43], a FDC conjunta $F_{\text{MRC}}(\xi)$ na saída do combinador é dada por

$$F_{\text{MRC}}(\xi) = \int_0^\xi \int_0^{\sqrt{\xi_2 - \xi_2^2}} f_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2. \quad (3.9)$$

3.2.2 Combinação por Ganho Igual

No sistema EGC, os sinais recebidos são postos em fase e adicionados. O valor da SNR na saída do combinador de dois ramos é escrito por

$$\Xi = \frac{\Xi_1 + \Xi_2}{\sqrt{2}}. \quad (3.10)$$

A FDC conjunta pode ser calculada integrando-se a FDP conjunta em $\Xi_1 + \Xi_2$, sobre o plano bidimensional limitado pelos hiperplanos $\Xi = (\Xi_1 + \Xi_2)/\sqrt{2}$ e suas coordenadas. Utilizando-se do procedimento deduzido em [43], a FDC conjunta $F_{\text{EGC}}(\xi)$ na saída do combinador é dada por

$$F_{\text{EGC}}(\xi) = \int_0^{\sqrt{2}\xi} \int_0^{\sqrt{2}\xi^2 - \xi_1^2} f_{\Xi_1, \Xi_2}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2. \quad (3.11)$$

As Figuras 3.9 e 3.10 representam as probabilidades de *outage* teóricas, obtidas pelas equações (3.9) e (3.11), e os símbolos representam os resultados obtidos por meio de simulações no software Matlab utilizando metodologia descrita na Seção 2.2.3 para ramos descorrelacionado ($\delta = 0$) e correlacionados ($\delta = 0.5$) com diferentes valores de μ e sendo fixados os parâmetros κ ($\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$), utilizando as técnicas de diversidade com receptores MRC e EGC, respectivamente. Pode-se observar a excelente concordância entre as curvas teóricas e simuladas, revelando precisão dos resultados obtidos. É possível concluir com o aumento do parâmetro μ para uma mesma SNR, diminui a probabilidade de *outage* e a correlação degrada o desempenho. Ao comparar as curvas, pode-se notar que a técnica MRC supera a EGC para qualquer conjunto de parâmetros, ou seja, para um determinado par dos parâmetros κ e μ , os resultados da técnica MRC em uma mesma probabilidade de *outage* é inferior. É importante destacar que a diferença de desempenho entre as técnicas MRC e EGC é mínima. Além disso, a variação de desempenho sob ao aumento ou diminuição do parâmetro de correlação δ , é praticamente a mesmo para ambas técnicas de recepção. Pode-se observar que o impacto da correlação com a variação do número de *clusters* μ é mínima.

As Figuras 3.11 e 3.12 representam as probabilidades de *outage* teóricas, obtidas pelas equações (3.9) e (3.11), e os símbolos representam os resultados obtidos por meio de simulações no software Matlab utilizando metodologia descrita na Seção 2.2.3 para ramos descorrelacionado ($\delta = 0$) e correlacionados ($\delta = 0.5$), com $\mu = 2$, e variando os parâmetros κ ($\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$), utilizando as técnicas de diversidade com receptores MRC e EGC, respectivamente. Agora, similar à conclusão anterior, observe que com

o aumento do parâmetro κ diminui a probabilidade de *outage* (para uma mesma SNR) e a correlação degrada o desempenho. O impacto da correlação é maior para altos valores de κ .

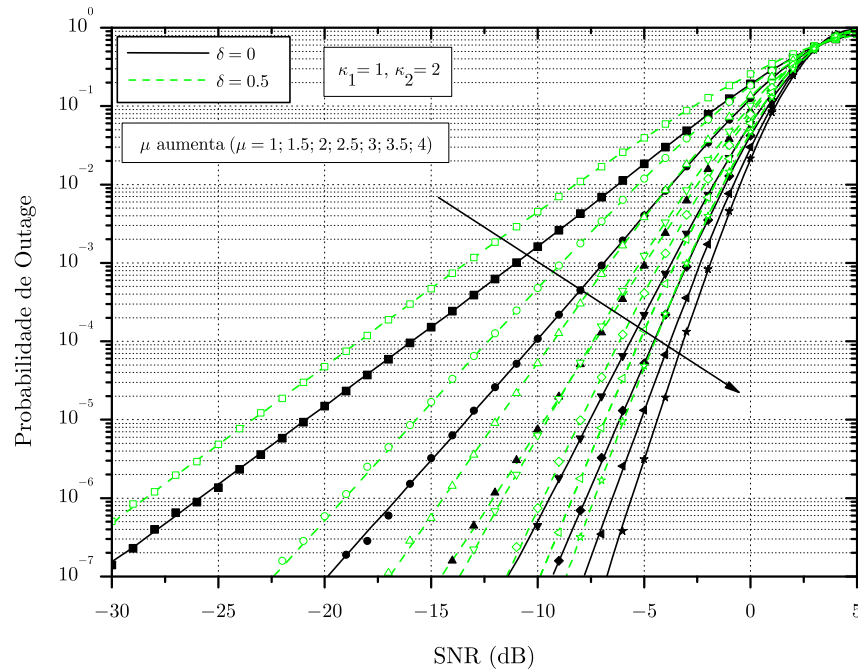


Figura 3.9: Probabilidade de Outage de um sistema MRC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro μ e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Verde), $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$.

O efeito da correlação é mostrado com mais destaque na Figura 3.13. Esta figura representa algumas curvas de probabilidade de *outage* para valores fixos de $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$, e sendo variado o coeficiente de correlação δ ($\delta = 0$ a 0.8), utilizando a técnica MRC. A Figura 3.14 representa gráficos semelhantes, agora utilizando a técnica de diversidade com receptor EGC. A fim de comparar as probabilidades de *outage* para os receptores MRC e EGC sob a variação do coeficiente de correlação, a Figura 3.15 representa as probabilidades de *outage* para diferentes valores de κ e μ . Pode-se concluir que existe uma melhoria substancial quando os parâmetros κ e/ou μ aumenta, isto é, quanto maiores forem os parâmetros κ e/ou μ , melhores são os desempenhos. No entanto, com valores mais elevados de κ , por exemplo, $\kappa_1 = \kappa_2 = 19$, não há vantagem da aplicação do receptor MRC, desde que ambos receptores, possuem quase os mesmos desempenhos. A mesma linha de raciocínio se aplica ao aumento do parâmetro μ .

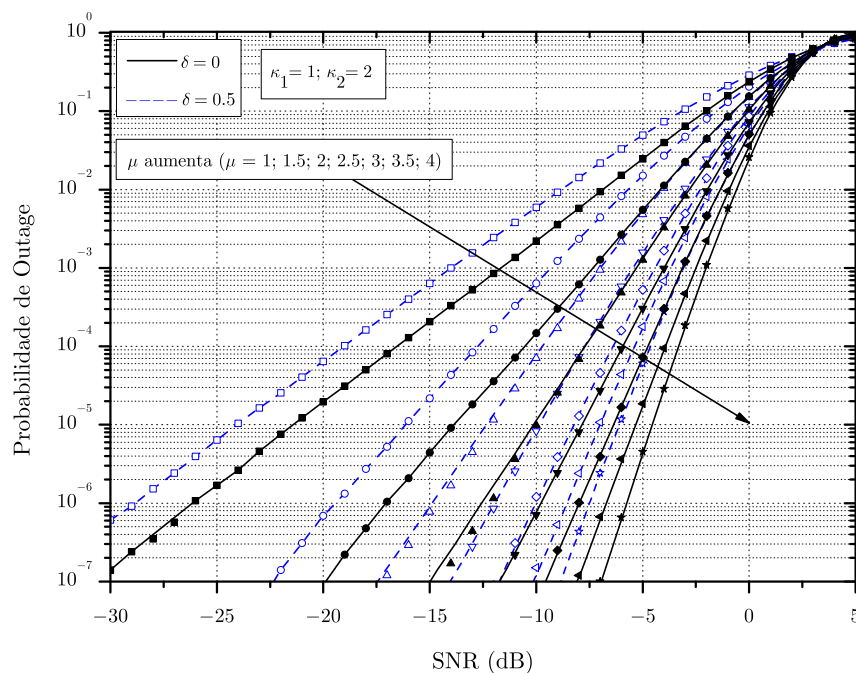


Figura 3.10: Probabilidade de Outage de um sistema EGC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro μ e fixados os valores $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Azul), $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 2$.

3.3 Conclusão

Este capítulo apresentou a definição de probabilidade de *outage* e suas aplicações nas distribuições κ - μ e α - κ - μ . Especificamente, foram analisadas o desempenho em termos de probabilidade de *outage* em combinadores por seleção (SC), por máxima razão (MRC) e por ganho igual (EGC) nas diversas configurações possíveis em relação aos parâmetros que descrevem um canal com desvanecimento correlacionado.

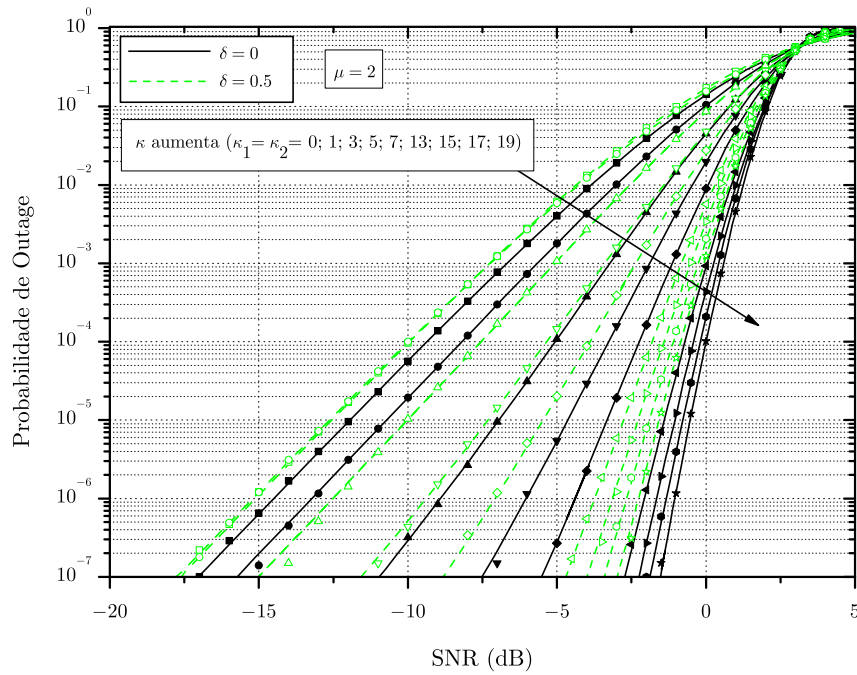


Figura 3.11: Probabilidade de Outage de um sistema MRC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$), sendo fixados os parâmetros $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Verde) e $\mu = 2$.

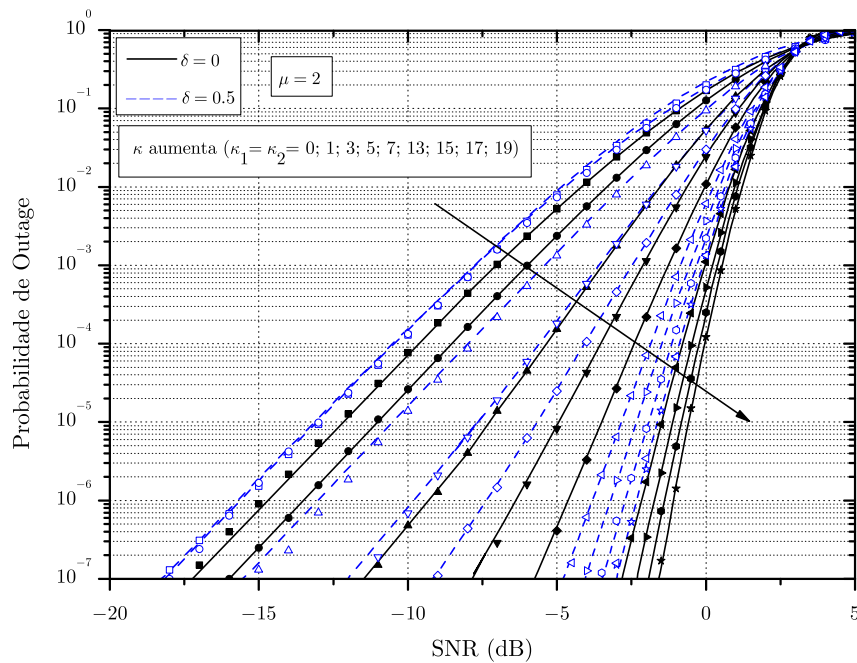


Figura 3.12: Probabilidade de Outage de um sistema EGC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro κ ($\kappa_1 = \kappa_2$), sendo fixados os parâmetros $\delta = 0$ (Preto), $\delta = 0.5$ (Azul) e $\mu = 2$.

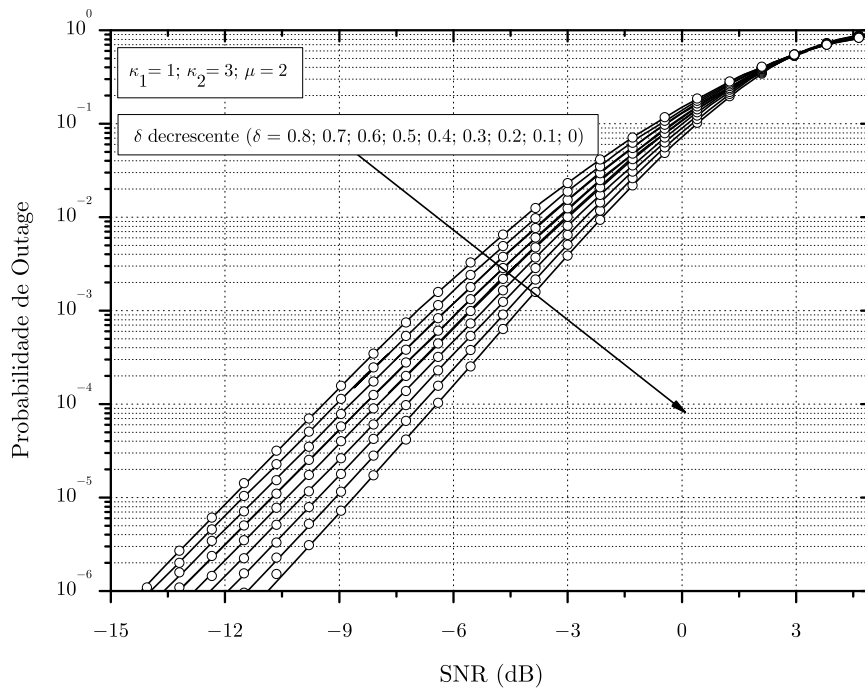


Figura 3.13: Probabilidade de Outage de um sistema MRC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro δ , sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$.

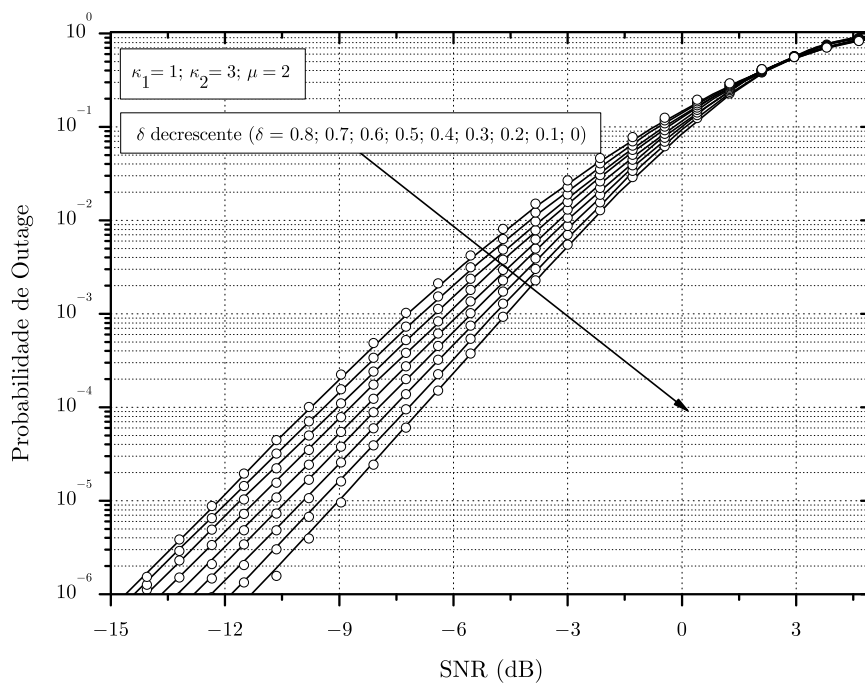


Figura 3.14: Probabilidade de Outage de um sistema EGC de dois ramos em um canal κ - μ variando o parâmetro δ , sendo fixados os parâmetros $\kappa_1 = 1$, $\kappa_2 = 3$ e $\mu = 2$.

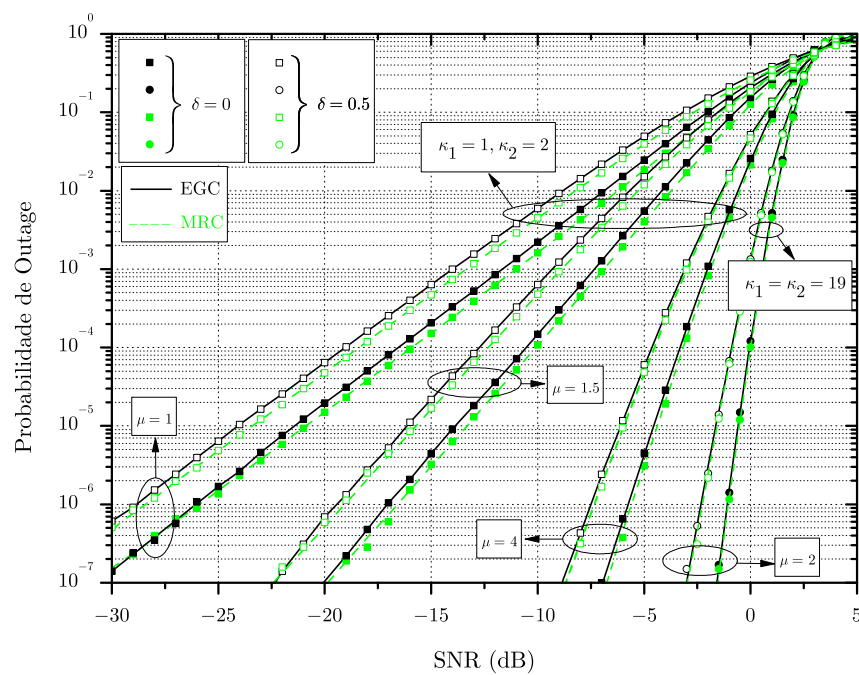


Figura 3.15: Probabilidade de Outage de um sistema MRC (Verde) e EGC (Preto) de dois ramos em um canal κ - μ .

Capítulo 4

Conclusões e trabalhos futuros

4.1 Conclusões

Nesta dissertação foram deduzidas expressões exatas para o modelo de duas variáveis α - κ - μ correlacionadas. De forma específica, as seguintes estatísticas foram encontradas: função densidade de probabilidade conjunta, função de distribuição cumulativa conjunta, coeficiente de correlação e algumas estatísticas relacionadas ao parâmetro SNR na saída do combinador de seleção, a saber, probabilidade de indisponibilidade e função densidade de probabilidade.

As expressões fazem uso de funções de Bessel e funções Gamma incompleta. Elas são matematicamente tratáveis e possuem flexibilidade suficiente para acomodar um grande número de cenários de correlação, úteis na análise de um ambiente com desvanecimento mais geral.

Todas as expressões deduzidas foram analisadas e particularizadas para sinais κ - μ correlacionados.

Como contribuição importante desta dissertação, todas as formulações teóricas são validadas via simulação com a utilização do método de Cholesky com o objetivo de produzir correlação entre as variáveis Gaussianas que compõem o processo α - κ - μ , e consequentemente produzir a correlação entre as variáveis α - κ - μ .

4.2 Trabalhos Futuros

Ao longo deste trabalho foram identificados vários problemas que ainda não foram resolvidos e que seriam contribuições interessantes para a área. São estes:

1. Cálculo da capacidade de canal para modelos com desvanecimento correlacionados
2. Análise matemática das estatísticas relacionadas ao combinador de ganho igual (EGC) e combinador de máxima razão (MRC)
3. Análise matemática das estatísticas relacionadas às distribuições α - κ - μ e κ - μ multivariável

Apêndice A

Códigos em Matlab

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Modelo - Simulações - Dissertação - Geração das Amostras Correlacionadas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clear all
clc
fid = fopen('Figura.txt', 'w');
fprintf(fid,'K1 K2 Mu CoeficientedeCorrelacao Var1 Var2 Media1...
Media2ER1e2 ER2e2 CorreR1eR2Envoltoria RhoEnv CorreR1eR2Potencia...
RhoPot Media_SNR1 Media_SNR2 Tempo \r\n\n');
tic % Contador
%% Entrada dos parametros
K1 = 1 ;%Valor de K1.
K2 = 2 ;%Valor de K2.
alfa1 = 1 ;%Valor de Alfa1.
alfa2 = 1 ;%Valor de Alfa2.
mu = [1 1.5 2 2.5 3 3.5 4];%Valor de Mu.

NumerodeAmostras = 10^8 ;%Numeros de amostras.
CoeficientedeCorrelacao = 0 ;%Delta.
Levels_dB = -30:1:5 ;
Levels = 10.^(Levels_dB/10) ;%Conversao de dB para linear.
Eb = 1 ;%Energia de Bit.
N_0 = 1 ;%Energia do Ruído.
[linhas,colunas] = size(mu);
for q =1:colunas;
    Mu = 2*mu(q);
    gg=mu(q)
    var1 = 1/(2*mu(q)*(1+K1)) ;%Variância1.
    var2 = 1/(2*mu(q)*(1+K2)) ;%Variância2.
    desvio = sqrt([var1 var2]) ;%DesvioPadrao.
    Variancias_Var1_Var2 = [var1 var2]
    media1 = sqrt(K1+var1) ;%Media1.
    media2 = sqrt(K2+var2) ;%Media2.
    Medias_Media1_Media2_Media = [media1 media2]

    ValoresdeK1 = (media1^2)/var1;%Verificando valores de K1.
    ValoresdeK2 = (media2^2)/var2;%Verificando valores de K2.

    ER1e2 = 2*mu(q)*var1+2*mu(q)*(media1^2);
    ER2e2 = 2*mu(q)*var2+2*mu(q)*(media2^2);

    ER1_ER2 = [ER1e2 ER2e2]

    sigma = eye(Mu,Mu);
    MatrizdeCorrelacao = eye((2*Mu),(2*Mu));
    %% Matriz - Diagonal principal igual ao desvio padrao

    for a = 1:2*Mu;
        if a <= Mu;
            sigma(a,a) = desvio(1);
        else
            sigma(a,a) = desvio(2);
        end
    end
end
%% Gerando Matriz de Correlação

```

```

for l = 1:2*Mu;
    for k = 1:2*Mu;
        if mod(k,2) == 1 && l == Mu + k && k <= Mu
            MatrizdeCorrelacao(k,l) = CoeficientedeCorrelacao;
            MatrizdeCorrelacao(l,k) = CoeficientedeCorrelacao;
        end
        if mod(k,2) == 0 && l == Mu + k && k <= Mu
            MatrizdeCorrelacao(k,l) = CoeficientedeCorrelacao;
            MatrizdeCorrelacao(l,k) = CoeficientedeCorrelacao;
        end
    end
end

%% FATORIZACAO DE CHOLESKY (METODO DA DECOMPOSICAO DE CHOLESKY)
L1 = chol(MatrizdeCorrelacao,'lower');
% AMOSTRAS GAUSSIANAS
%Gerando Amostras Gaussianas de media zero e variancia unitaria.
AmostrasGaussianas = randn((2*Mu),NumerodeAmostras) ;
    %Conferindo geraçao.
Media_Desvio_Var_AmostrasGaussi1 = [mean(AmostrasGaussianas(1,:)) ...
    std(AmostrasGaussianas(1,:)) var(AmostrasGaussianas(1,:))]
Media_Desvio_Var_AmostrasGaussi2 = [mean(AmostrasGaussianas(Mu+1,:)) ...
    std(AmostrasGaussianas(Mu+1,:)) var(AmostrasGaussianas(Mu+1,:))]

%% CHOLESKY * AMOSTRAS GAUSSIANAS
%Amostras correlacionadas.
AmostrasCorrelacionadas = (sigma* L1* AmostrasGaussianas) ;

%% Media (a) -- ADICIONANDO MÉDIAS.
for g = 1:Mu;
    AmostrasCorrelacionadas(g,:)=AmostrasCorrelacionadas(g,:)+media1;
end
for o = Mu+1:2*Mu;
    AmostrasCorrelacionadas(o,:)=AmostrasCorrelacionadas(o,:)+media2;
end

%Conferindo amostras.
Media_Desvio_Var_AmostrasCorrel1=[mean(AmostrasCorrelacionadas(1,:)) ...
    std(AmostrasCorrelacionadas(1,:)) var(AmostrasCorrelacionadas(1,:))]
Media_Desvio_Var_AmostrasCorrel2=[mean(AmostrasCorrelacionadas(Mu+1,:)) ...
    std(AmostrasCorrelacionadas(Mu+1,:)) ...
    var(AmostrasCorrelacionadas(Mu+1,:))]

%Coeficiente de correlação.
CoefdeCorrelacaoFuncao = corrcoef(AmostrasCorrelacionadas');
AmostrasCorrelacionadas = AmostrasCorrelacionadas.^2;

%% Coeficiente de correlacao de potencia
r1e2=sum(AmostrasCorrelacionadas(1:Mu,:));
r2e2=sum(AmostrasCorrelacionadas(Mu+1:end,:));
%% Valor do Alfa 1
r1e2 = r1e2.^(2/alfa1);
%% Valor do Alfa 2
r2e2 = r2e2.^(2/alfa2);

```

```

CorreR1eR2potencia = corr(r1e2',r2e2')           ;%Verificando Correlação.
AmostrasSNRPot = zeros(2,NumeroDeAmostras) ;
AmostrasSNRPot = [r1e2; r2e2] * Eb / N_0;
MatrizdeCovarianciaPot = cov(AmostrasSNRPot');%Verificando Covariancia.
rhoPot = MatrizdeCovarianciaPot(1,2)/sqrt(var(AmostrasSNRPot(1,:)) ...
      *var(AmostrasSNRPot(2,:)));%Verificando Coeficiente de correlação.

%% Coeficiente de correlacao da envoltoria
r1e0=sqrt(sum(AmostrasCorrelacionadas(1:Mu,:)));
r2e0=sqrt(sum(AmostrasCorrelacionadas(Mu+1:end,:)));
CorreR1eR2envoltoria= corr(r1e0',r2e0')           ;%Verificando Correlação.

AmostrasSNREnv = zeros(2,NumeroDeAmostras);
AmostrasSNREnv = [r1e0; r2e0] * Eb / N_0;
MatrizdeCovarianciaEnv = cov(AmostrasSNREnv');%Verificando Covariancia.
rhoEnv = MatrizdeCovarianciaEnv(1,2)/sqrt(var(AmostrasSNREnv(1,:)) ...
      *var(AmostrasSNREnv(2,:)));%Verificando Coeficiente de correlação.

AmostrasSNR = zeros(2,NumeroDeAmostras);
AmostrasSNR = [r1e2; r2e2] * Eb / N_0;
MatrizdeCovariancia = cov(AmostrasSNR');

Media_SNR = [mean(AmostrasSNR(1,:)) mean(AmostrasSNR(2,:))]
%% APLICANDO TECNICAS DE DIVERISIDADE.
%% Selection Combiner
SNR_SC = max(AmostrasSNR, [], 1);
    t = 1;
for j = 1:1:length(Levels);
    SNR_CDF(t,j) = sum(SNR_SC <= Levels(j))/length(SNR_SC);
end

%% Maximal-Ratio
SNR_MRC = sum(AmostrasSNR(:, :));
    t = 1;
for j = 1:1:length(Levels);
    SNR_CDF(t,j) = sum(SNR_MRC <= Levels(j))/length(SNR_MRC);
end

%% Equal-gain
SNR_EGC1 = sqrt(AmostrasSNR(:, :));
SNR_EGC2 = sum(SNR_EGC1(:, :));
SNR_EGC = (SNR_EGC2.^2)/2;
    t = 1;
for j = 1:1:length(Levels);
    SNR_CDF(t,j) = sum(SNR_EGC <= Levels(j))/length(SNR_EGC);
end

%% Aplicando dados das curvas teoricas.

if q == 1;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';
end
if q == 2;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';

```

```

end
if q == 3;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';
end
if q == 4;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';
end
if q == 5;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';
end
if q == 6;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';
end
if q == 7;
    Teorica = ( dlmread ('SC_a-k-m_alfa1=X_alfa2=X_ ...
        delta=XpX_mu=XpX_kappal=XpX_kappa2=XpX.dat'))';
end

%% Gerando Figuras
semilogy(Teorica(1,:),Teorica(2,:))
hold on
semilogy(Levels_dB,SNR_CDF(t,:),strcat('r','o'));
grid on;
b=toc;
x = datestr(datenum(0,0,0,0,0,b),'HH:MM:SS')    ;%Tempo de simulação

y = [K1 K2 gg CoeficientedeCorrelacao var1 var2 ...
    media1 media2 ER1e2 ER2e2 CorreR1eR2envoltoria ...
    rhoEnv CorreR1eR2potencia rhoPot Media_SNR b]

%Gerando tabela com valores das Simulações.
xlswrite('_ValoresdasSimulacaoFig.xls',y,'Figura',sprintf('%d',q)) ;
indstring = sprintf('A%d',q);

%Gravando dados das simulações.
save(['C:\Geordan\...\Dissertacao\Fig\' indstring '.mat']);
dlmwrite(['C:\Geordan\...\Dissertacao\Fig\' indstring '_pratico.dat'],...
    [Levels_dB' SNR_CDF(t,:)'], 'delimiter', '\t', 'newline', 'pc') ;

fprintf(fid,'\r\n');
fprintf(fid,'%6.9f \n\n',y);
end
fclose(fid)
indstring = num2str(1,'%1.1i');
axis([-30 5 1e-7 1]);
xlabel('SNR (dB)');
ylabel('Outage Probability');
hold on
saveas(t,'Figura','jpg');
disp(' Concluido')
t=toc;
disp(datestr(datenum(0,0,0,0,0,t),'HH:MM:SS'))

```


Modelo - Simulações - Dissertação - Gráficos Teóricos

```

Clear[K, δ, μ, κ1, κ2, α1, α2, numeropontos, maximo, minimo, aux];
K = 100;
δ = 0.000001;
μ = 2.000001;
κ1 = 1;
κ2 = 2;
α1 = 2;
α2 = 2;
numeropontos = 50;
pointer =
  OpenWrite["SC_a-k-m_alfa12_alfa22_delta0p0_mu2p0_kappa1p0_kappa22p0.dat"];
maximo = 5;
minimo = -30;
For[i = 1, i ≤ numeropontos, i++,
  aux = minimo +  $\frac{(i - 1)}{\text{numeropontos} - 1} (\text{maximo} - \text{minimo})$ ;
  γ =  $10^{\frac{\text{aux}}{20}}$ ;
  f[ρ1_, ρ2_, δ_, μ_, κ1_, κ2_, α1_, α2_] :=
    
$$\left( \rho_1^{\alpha_1 - 1} \times \rho_2^{\alpha_2 - 1} \times \alpha_1 \times \alpha_2 \times \text{Gamma}[\mu - 1] \times \mu^2 \times (1 + \kappa_1) \times (1 + \kappa_2) \times (1 - \delta^2)^{(2 \times \mu - 3)} \right) /$$


$$\left( \delta \times \mu \times \left( \sqrt{\kappa_2} - \delta \times \sqrt{\kappa_1} \right) \times \left( \sqrt{\kappa_1} - \delta \times \sqrt{\kappa_2} \right) \right)^{(\mu - 1)} \times$$


$$e^{\left( -\frac{\mu}{(1 - \delta^2)} \times (\kappa_1 + \kappa_2 - 2 \times \delta \times \sqrt{\kappa_1 \times \kappa_2} + (1 + \kappa_1) \times \rho_1^{\alpha_1} + (1 + \kappa_2) \times \rho_2^{\alpha_2}) \right)}$$

    Sum[ (μ + k - 1) Binomial[2 μ + k - 3,
      2 μ - 3] BesselI[μ + k - 1,  $\left( \frac{(2 \times \delta \times \mu \times \rho_1^{\frac{\alpha_1}{2}} \times \rho_2^{\frac{\alpha_2}{2}} \times \sqrt{(1 + \kappa_1)(1 + \kappa_2)})}{(1 - \delta^2)} \right)$ ],
      BesselI[μ + k - 1,  $\left( \frac{2 \times \mu \times \rho_2^{\frac{\alpha_2}{2}} \times \sqrt{1 + \kappa_2} \times (\sqrt{\kappa_2} - \delta \times \sqrt{\kappa_1})}{(1 - \delta^2)} \right)$ ],
      BesselI[μ + k - 1,  $\left( \frac{2 \times \mu \times \rho_1^{\frac{\alpha_1}{2}} \times \sqrt{1 + \kappa_1} \times (\sqrt{\kappa_1} - \delta \times \sqrt{\kappa_2})}{(1 - \delta^2)} \right)$ ], {k, 0, K}];
  SC = Abs[NIntegrate[f[ρ1, ρ2, δ, μ, κ1, κ2, α1, α2], {ρ1, 0, γ}, {ρ2, 0, γ}]];
  Write[pointer, N[aux], OutputForm["\t"], OutputForm[AccountingForm[SC, 8]]];
];
Close[pointer];

```

Referências Bibliográficas

- [1] W. C. Jakes, *Microwave Mobile Communications*. New York: Wiley, 1997.
- [2] W. R. Braun and U. Dersch, “A physical mobile radio channel model,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 40, no. 2, pp. 472–482, May 1991.
- [3] M. Simon and M. Alouini, *Digital Communications over Fading Channels*. John Wiley & Sons, 2000.
- [4] W. C. Y. Lee, *Wireless and Cellular Communications*. McGraw Hill, 2006.
- [5] D. A. Guimarães, *Digital Transmission - A Simulation-Aided Introduction with VisSim/Comm*, 1, Ed. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
- [6] R. A. A. de Souza, *Contribuições Teóricas para o Estudo de Funções de Distribuição Correlacionadas em um Canal sem Fio*. Tese (Doutorado em Engenharia de Telecomunicações), Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Campinas, 2009.
- [7] G. Fraidenraich and M. D. Yacoub, “The α - η - μ and the α - κ - μ fading distributions,” *IEEE, The 9th International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications - ISSSTA2006*, vol. 1, pp. 16–20, 2006.
- [8] E. Salahat and A. Hakam, “Performance analysis of α - η - μ and α - κ - μ generalized mobile fading channels,” in *European Wireless 2014; 20th European Wireless Conference*, May 2014, pp. 1–6.
- [9] R. Cogliatti, R. A. A. de Souza, and M. D. Yacoub, “Practical highly efficient algorithm for generating κ - μ and η - μ variates and a near-100% efficient algorithm for generating α - μ variates,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 16, no. 11, pp. 1768–1771, Nov. 2012.

- [10] A. K. Papazafeiropoulos and S. A. Kotsopoulos, "Second-order statistics for the envelope of α - κ - μ fading channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 14, no. 4, pp. 291–293, Apr. 2010.
- [11] K. P. Peppas, "Sum of nonidentical squared κ - μ variates and applications in the performance analysis of diversity receivers," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 61, no. 1, pp. 413–419, Jan 2012.
- [12] P. C. Sofotasios and S. Freear, "The α - κ - μ /gamma distribution: A generalized non-linear multipath/shadowing fading model," in *2011 Annual IEEE India Conference (INDICON)*, Dec 2011, pp. 1–6.
- [13] M. R. Bhatnagar, "On the sum of correlated squared κ - μ shadowed random variables and its application to performance analysis of MRC," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 64, no. 6, pp. 2678–2684, June 2015.
- [14] S. Kumar, "Approximate outage probability and capacity for κ - μ shadowed fading," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 4, no. 3, pp. 301–304, June 2015.
- [15] S. Jovkovic, D. Milic, D. Djosic, M. Petrovic, S. Veljkovic, and C. Stefanovic, "Level crossing rate of L -branch SC receiver over α - κ - μ fading channel in the presence α - κ - μ co-channel interference," *WSEAS Transactions on Communications*, vol. 13, pp. 249–255, Feb. 2014.
- [16] D. Krstic, M. Stefanovic, V. Milenkovic, and D. Bandjur, "Level crossing rate of product of two α - κ - μ random variables," *5th International Conference on Circuits, Systems, Control, Signals (CSCS '14), Salerno, Italy*, vol. 13, pp. 622–630, Feb. 2014.
- [17] J. Zhang, Z. Tan, H. Wang, Q. Huang, and L. Hanzo, "The effective throughput of MISO systems over κ - μ fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 63, no. 2, pp. 943–947, Feb. 2014.
- [18] P. C. Sofotasios, E. Rebeiz, L. Zhang, T. A. Tsiftsis, D. Cabric, and S. Freear, "Energy detection based spectrum sensing over κ - μ and κ - μ extreme fading channels," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 62, no. 3, pp. 1031–1040, Mar. 2013.
- [19] R. Subadar, T. S. B. Reddy, and P. R. Sahu, "Performance of an L -SC receiver over κ - μ and η - μ fading channels," in *2010 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, May 2010, pp. 1–5.

- [20] X. Wang and N. C. Beaulieu, “Switching rates of dual selection diversity in κ - μ and η - μ fading channels,” in *Wireless Communications and Networking Conference, 2009. WCNC 2009. IEEE*, Apr. 2009, pp. 1–5.
- [21] R. A. A. de Souza, A. M. O. Ribeiro, and D. A. Guimarães, “On the efficient generation of α - κ - μ and α - η - μ white samples with applications,” *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2015, pp. 1–13, Aug. 2015.
- [22] R. Cogliatti and R. A. A. de Souza, “A near-100% efficient algorithm for generating α - κ - μ and α - η - μ variates,” in *Vehicular Technology Conference (VTC Fall), 2013 IEEE 78th*, Sept 2013, pp. 1–5.
- [23] P. K. Chong, S.-E. Yoo, S. H. Kim, and D. Kim, “Wind-blown foliage and human-induced fading in ground-surface narrowband communications at 400 MHz,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 60, no. 4, pp. 1326–1336, May 2011.
- [24] S. Jovkovic, D. Milic, D. Djosic, S. Panic, S. Veljkovic, and C. Stefanovic, “Second order statistics of SC receiver output SIR in the presence of α - κ - μ multipath fading and co-channel interference,” *International Conference on Communications, Signal Processings and Computers (CSCP 2014) Interlaken, Switzerland*, vol. 14, pp. 27–31, Feb. 2014.
- [25] P. C. Sofotasios and S. Freear, “The α - κ - μ extreme distribution: Characterizing nonlinear severe fading conditions,” *Proc. of Australasian Telecommunication Networks and Applications Conference (ATNAC)*, pp. 1–4, Nov. 2011.
- [26] M. Stefanovic, S. R. Panic, D. Stefanovic, B. Nikolic, and A. Cvetkovic, “Second order statistics of selection combining receiver over κ - μ fading channels subject to co-channel interferences,” *Radio Science*, vol. 47, no. 6, pp. n/a–n/a, 2012. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1029/2012RS004997>
- [27] G. Chandrasekaran and S. Kalyani, “Performance analysis of cooperative spectrum sensing over κ - μ shadowed fading,” *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2015.
- [28] S. Kumar, “Approximate outage probability and capacity for κ - μ shadowed fading,” *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 3, pp. 301–304, 2015.
- [29] M. D. Yacoub, “The α - μ distribution: A physical fading model for the stacy distribution,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, pp. 27–34, Jan. 2007.
- [30] ———, “The κ - μ distribution and the η - μ distribution,” *IEEE Antennas Propagat. Mag.*, vol. 49, pp. 68–81, Feb. 2007.

- [31] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. New York: Dover, 1972.
- [32] A. H. Nuttall, “Some integrals involving the Q-function,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp. 95–96, 1975.
- [33] M. A. G. Villavicencio, *Distribuição Bivariável κ - μ* . Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Campinas, 2014.
- [34] K. S. Miller, *Multidimensional Gaussian distributions*, ser. SIAM series in applied mathematics. Wiley, 1964.
- [35] A. Jeffrey and D. Zwillinger, *Table of Integrals, Series, and Products*, ser. Table of Integrals, Series, and Products Series. Elsevier Science, 2007.
- [36] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, ser. McGraw-Hill Series in Electrical Engineering. McGraw-Hill, 1984.
- [37] M. D. Yacoub, “Foundations of mobile radio engineering,” *CRC Press*, Feb. 1993.
- [38] M. Nakagami, “The m -distribution - a general formula of intensity distribution of rapid fading,” *Statistical Methods in Radio Wave Propagation*, pp. 3–36, 1960.
- [39] J. Gentle, *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, ser. Statistics and computing. Springer, 1998.
- [40] J. R. Mendes, M. D. Yacoub, and U. S. Dias, “Power correlation coefficient of a very general fading model in maximal ratio combining,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 58, no. 9, pp. 2472–2479, Sep. 2010.
- [41] M. Schwartz, W. R. Bennett, and S. Stein, *Communication Systems and Techniques*. New York: McGraw-Hill, 1966.
- [42] G. K. Karagiannidis, D. S. Zogas, and S. A. Kotsopoulos, “On the multivariate Nakagami- m distribution with exponential correlation,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 51, no. 8, pp. 1240–1244, Aug. 2003.
- [43] M. D. Yacoub, C. R. C. M. da Silva, and J. E. Vargas, “Second-order statistics for diversity-combining techniques in nakagami-fading channels,” *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 50, no. 6, pp. 1464–1470, Nov. 2001.