

**Inatel**

*Instituto Nacional de Telecomunicações*

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE REDES DE  
FILAS COM TRÁFEGO MODELADO POR  
DISTRIBUIÇÕES DE CAUDA PESADA**

**WELDISSON FERREIRA RUAS**

**DEZEMBRO/ 2010**

**INSTITUTO NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES – INATEL**

**MESTRADO EM TELECOMUNICAÇÕES**

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE REDES DE FILAS COM TRÀFEGO  
MODELADO POR DISTRIBUIÇÕES DE CAUDA PESADA**

**WELDISSON FERREIRA RUAS**

Dissertação apresentada ao Mestrado em  
Telecomunicações do Instituto Nacional  
de Telecomunicações – INATEL, como  
requisito parcial para obtenção do título  
de Mestre em Telecomunicações.

**ORIENTADOR: PROF. DR. JOSÉ MARCOS CÂMARA BRITO**

**SANTA RITA DO SAPUCAÍ – MG**

2010

Ruas, Weldisson Ferreira

R894a

Análise de Desempenho de Redes de Filas com Tráfico Modelado por Distribuições de Cauda Pesada / Weldisson Ferreira Ruas. – Santa Rita do Sapucaí, 2010.

101 p.

Orientador: Dr. José Marcos Câmara Brito

Dissertação de Mestrado – Engenharia de Telecomunicações – Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.

Inclui anexo e bibliografia.

1. Distribuições de Cauda Pesada 2. Pareto 3. Lognormal  
4. Weibull. I. Brito, José Marcos Câmara. II. Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL. III. Título.

CDU 621.39

**WELDISSON FERREIRA RUAS**

**ANÁLISE DE DESEMPENHO DE REDES DE FILAS COM TRÁFEGO  
MODELADO POR DISTRIBUIÇÕES DE CAUDA PESADA**

Esta dissertação foi julgada e aprovada para a obtenção  
do título de Mestre em Telecomunicações do Instituto  
Nacional de Telecomunicações.

Santa Rita do Sapucaí, 20 de dezembro de 2010

**Membros da banca**

---

Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito  
Orientador

---

Prof. Dr. Antônio Marcos Alberti  
Examinador Interno

---

Prof. Dr. Anilton Salles Garcia  
Examinador Externo - UFES

---

Prof. Dr. Luciano Leonel Mendes  
Coordenador do Curso de Mestrado – INATEL

## **Agradecimentos**

Primeiramente a Deus, por me conceder a vida e mais uma vitória.

Ao meu orientador, José Marcos Câmara Brito, pela paciência e por ter sempre cobrado o melhor de mim.

Aos meus colegas de Mestrado por estarem sempre dispostos a ajudar, e pelos tantos momentos descontraídos que tivemos dentro do LabPG. Um agradecimento especial ao colega Lucas Palhão, por ter sempre me incentivado desde o dia que aqui cheguei.

Ao Inatel pela oportunidade oferecida.

## **Dedicatórias**

Dedico este trabalho,

A minha companheira Gisele Caldeira Higino, pela compreensão e por estar sempre ao meu lado nas horas mais difíceis, pois sem ela ficaria impossível realizar mais este sonho.

A minha Filha Letícia Emanuely Ferreira Higino, que por tantas vezes abdiquei lindos momentos ao seu lado.

A minha querida Mãe Elvira Ferreira da Paixão, por nunca desistir de mostrar-me o caminho correto. Aos meus adoráveis irmãos Wilton Ruas, Noeme Ruas e Welington Ruas, por sempre me incentivarem e acreditarem em meu potencial.

*“Não diga que a canção esta perdida  
tenha fé em DEUS tenha fé na vida,  
pois com fé conseguiremos as coisas  
pretendidas, tente outra vez”*

*Raul Santos Seixas. 1945-1989*

## **Resumo**

As mudanças que ocorreram nas redes de telecomunicações nos últimos anos modificaram o perfil estatístico do tráfego nestas redes. Os modelos Markovianos, até então utilizados para analisar o desempenho das redes, passaram a ser, para muitas aplicações, inadequados, havendo necessidade de utilizar modelos que levassem em conta a auto-similaridade presente no tráfego. Neste trabalho investiga-se o comportamento de filas isoladas e redes de filas, quando o processo de chegada é modelado por uma distribuição de cauda pesada, como Pareto, Lognormal ou Weibull, e o tempo de serviço é modelado por uma distribuição Exponencial ou uma distribuição de cauda pesada, ou quando o mesmo é assumido constante. Para sistemas de filas isolados, três diferentes abordagens para caracterizar o tráfego são: parâmetros de forma fixos e tempo de serviço variável; tempo de serviço fixo e parâmetros de forma variáveis e número de fontes de tráfego variáveis, com parâmetros de forma e tempos de serviço fixos. Para as redes de filas considerou-se sistemas sem derivação/inserção intermediárias de tráfego e sistemas nos quais existe esta derivação/inserção.

**Palavras-Chave:** análise de desempenho, filas, redes de filas, distribuições de cauda pesada, auto-similaridade.

## **Abstract**

The changes that occurred in telecommunications networks in recent years also affected the statistical profile of the traffic of these networks. Markov models, previously used to analyze the performance of networks are considered to be inadequate, and thus there is the need to use models that take into account this traffic self-similarity. In this work we investigate the behavior of single queues and networks of queues, when the arrival process is modeled by a heavy tail distribution such as Pareto, lognormal or Weibull, and the service time is modeled by an exponential distribution or another heavy tail distribution, or when it is assumed constant. For single-queue systems, three different approaches to characterize the traffic were considered: fixed shape parameters and variable service time; fixed service time and variable form parameters; and variable number of traffic sources with fixed shape parameters and service times. For the networks of queues we considered systems without derivation/integration of traffic and intermediate systems in which there is such derivation/integration.

**Keywords:** performance analysis, queues, networks of queues, heavy-tailed distributions, self-similarity.



## Lista de Figuras

Figura 2.1: Comparação do tráfego real (à esquerda) e do tráfego gerado por um processo Markoviano (à direita) em várias escalas de tempo (de 0.01s a 100s). Figura extraída de On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version). Leland et al. (1994). .....	9
Figura 2.2: Funções de auto-correlação para os processos LRD e SRD com parâmetro de Hurst $H=0.8$ . .....	15
Figura 2.3: Análise de Estimativa do Parâmetro de Hurst. .....	18
Figura 3.1: Comparação entre as fdps das distribuições de cauda pesada e a distribuição Exponencial. .....	23
Figura 3.2: Histograma para a distribuição de Pareto, considerando Alpha 1.30.....	24
Figura 4.1: Cenário de simulação empregado para avaliar o comportamento de uma fila isolada. .....	31
Figura 4.2: Tempo médio de fila simulado e teórico considerando a fila M/M/1 com taxas de saída 3, 10 e 100 pacotes/segundo. .....	33
Figura 4.3: Tempo médio de fila simulado e teórico para as distribuições de Pareto, Weibull e simulado para a Lognormal considerando o cenário I e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo. .....	35
Figura 4.4: Tempo médio de fila simulado e teórico para Pareto, Weibull e simulado para Lognormal, considerando o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.30, 0.257 e 1.015, respectivamente. .....	36
Figura 4.5: Número médio de elementos na fila simulado para Pareto, Weibull e Lognormal considerando o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.30, 0.257 e 1.015, respectivamente. .....	36
Figura 4.6: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Lognormal e Weibull considerando o cenário I e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.70, 2.8515 e 0.6515, respectivamente. .....	37
Figura 4.7: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário I e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada fixo. .....	38
Figura 4.8: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário I e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada fixo. .....	39
Figura 4.9: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.30, 0.257 e 1.015, respectivamente. .....	39

Figura 4.10: Tempo médio de fila simulado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.70, 0.6515 e 2.8515 respectivamente. ....	40
Figura 4.11: Tempo médio de fila simulado e teórico para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 3$ pac/seg. ....	42
Figura 4.12: Número médio de elementos na fila simulado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 3$ pac/seg. ....	43
Figura 4.13: Tempo médio de fila simulado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 10$ pac/seg. ....	44
Figura 4.14: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 3$ pac/seg. ....	45
Figura 4.15: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 3$ pac/seg. ....	45
Figura 4.16: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 10$ pac/seg. ....	46
Figura 4.17: Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada variável: $\mu = 10$ pac/seg. ....	47
Figura 4.18: Cenário de simulação com $n$ geradores e uma fila empregados para avaliar o comportamento dos modelos de filas G/M/1, G/D/1 e G/G/1. ....	48
Figura 4.19: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Pareto/M/1. ....	49
Figura 4.20: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Lognormal/M/1 ....	49
Figura 4.21: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Weibull/M/1. ....	50
Figura 4.22: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Pareto/D/1. ....	51
Figura 4.23: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Lognormal/D/1.....	51
Figura 4.24: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Weibull/D/1. ....	52

Figura 4.25: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Pareto/Pareto/1.....	52
Figura 4.26: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1. ....	53
Figura 4.27: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Weibull/Weibull/1. ....	53
Figura 4.28: Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 16. ....	55
Figura 4.29: Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 4.8. ....	56
Figura 4.30: Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 12. ....	57
Figura 4.31: Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 1.3. ....	57
Figura 4.32: Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 19. ....	58
Figura 4.33: Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 2.5. ....	58
Figura 4.34: Tempos médios de fila não normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos.....	59
Figura 4.35: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos.....	60
Figura 4.36: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 5 e 10 Pacotes/Segundos.....	60
Figura 4.37: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 20, 50 e 100 Pacotes/Segundos. ....	61
Figura 4.38: Fator de desempenho K em função da taxa de saída $\mu$ para o modelo Pareto/M/1. ....	61
Figura 4.39: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos. Onde o tempo médio de fila M/M/1 foi multiplicado por uma constante 1.3. ....	62
Figura 4.40: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 5 e 10 Pacotes/Segundos.....	63
Figura 4.41: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos.....	64
Figura 4.42: Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída $\mu$ fixadas em 5 e 10 Pacotes/Segundos.....	64

Figura 4.43: Tempos médios de fila para os modelos Pareto/M/1 e M/M/1 considerando o cenário III, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 5. ....	65
Figura 4.44: Tempos médios de fila para os modelos Lognormal/M/1 e M/M/1 considerando o cenário III, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 6. ....	66
Figura 4.45: Tempos médios de fila para os modelos Weibull/M/1 e M/M/1 considerando o cenário III, onde o modelo M/M/1 Foi multiplicado por uma constante de valor 12. ....	66
Figura 4.46: Cenário de simulação com um único caminho com n filas empregado para avaliar o comportamento de uma rede de filas G/M/1 e G/G/1.....	68
Figura 4.47: Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Pareto/M/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1. ....	70
Figura 4.48: Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Pareto/Pareto/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1. ....	70
Figura 4.49: Análise do tempo total de rede para os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1 considerando que a distribuição G é uma Pareto.....	71
Figura 4.50: Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Lognormal/M/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1. ....	72
Figura 4.51: Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1. ....	73
Figura 4.52: Análise do tempo total de rede para os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1 considerando que a distribuição G é uma Lognormal. ....	73
Figura 4.53: Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Weibull/M/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1. .	74
Figura 4.54: Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Weibull/Weibull/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1. ....	75
Figura 4.55: Análise do tempo total de rede para os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1 considerando que a distribuição G é uma Weibull. ....	75
Figura 4.56: Cenário de simulação com quatro descartadores de pacotes, cinco geradores de pacotes e cinco filas empregados para avaliar o comportamento de uma rede de filas G/M/1, G/D/1, G/G/1 e M/M/1.....	77
Figura 4.57: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/M/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego. ....	78
Figura 4.58: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/D/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego. ....	79
Figura 4.59: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/Pareto/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	79

Figura 4.60: Tempo total de rede considerando os modelos Pareto/M/1, Pareto/D/1, Pareto/Pareto/1 e M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	80
Figura 4.61: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/M/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	81
Figura 4.62: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/D/1 e modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	82
Figura 4.63: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	82
Figura 4.64: Tempo total de rede considerando os modelos Lognormal/M/1, Lognormal/D/1, Lognormal / Lognormal /1 e M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	83
Figura 4.65: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/M/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.....	84
Figura 4.66: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/D/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego. ....	84
Figura 4.67: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/Weibull/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego. ....	85
Figura 4.68: Tempo total de rede considerando os modelos Weibull/M/1, Weibull/D/1, Weibull/Weibull/1 e M/M/1 com 50% de derivação no tráfego. ....	85
Figura 4.69: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/M/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego. ....	87
Figura 4.70: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/D/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego. ....	87
Figura 4.71: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/Pareto/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	88
Figura 4.72: Tempo total de rede considerando os modelos Pareto/M/1, Pareto/D/1, Pareto/Pareto/1 e M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	88
Figura 4.73: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/M/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	89
Figura 4.74: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/D/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	90
Figura 4.75: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	90
Figura 4.76: Tempo total de rede para os modelos Lognormal/M/1, Lognormal/D/1, Lognormal/Lognormal/1 e M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	91
Figura 4.77: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/M/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.....	92
Figura 4.78: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/D/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego. ....	92

Figura 4.79: Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/Weibull/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego. ....	93
Figura 4.80: Tempo total de rede considerando os modelos Weibull/M/1, Weibull/D/1, Weibull/Weibull/1 e M/M/1 com 5% de derivação no tráfego. ....	93

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Estatísticas para a distribuição de Pareto.....	21
Tabela 3.2: Estatísticas para a distribuição de Lognormal .....	22
Tabela 3.3: Estatísticas para a distribuição de Weibull .....	22
Tabela 3.4: Comparação das médias obtidas através da $f_{dp}$ e da $f^{-1}$ de Pareto .....	25
Tabela 3.5: Comparação entre as médias truncada e a obtida através das amostras geradas. ..	26
Tabela 4.1: Configuração de parâmetros para o cenário I - parâmetros de forma fixos.....	34
Tabela 4.2: Configuração de parâmetros para o cenário II - parâmetros de forma variável.....	41
Tabela 4.3: Configuração de Parâmetros para o cenário III - parâmetros de entrada e saída fixos. ....	48
Tabela 4.4: Configuração de Parâmetros para os modelos G/M/1, G/D/1, G/G/1 e M/M/1 para o cenário V .....	77

## Lista de Abreviaturas e Siglas

AR	<i>Autoregressive</i>
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average</i>
CV	<i>Coefficient of Variation</i>
FARIMA	<i>Fractional Autoregressive Integrated Moving Average</i>
FBM	<i>Fractional Brownian Motion</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
FGN	<i>Fractional Gaussian Noise</i>
FTP	<i>File Transfer Protocol</i>
H	<i>Parameter of Hurst</i>
LAN	<i>Local Area Network</i>
LRD	<i>Long Range Dependence</i>
MA	<i>Moving Average</i>
MMPP	<i>Markov Modulated Poisson Process</i>
MWM	<i>Model Wavelet Multifractal</i>
PDF	<i>Probability Density Function</i>
QoS	<i>Quality of Service</i>
RMD	<i>Random Midpoint Displacement</i>
SRD	<i>Short Range Dependence</i>
TAM	<i>Transform Approximation Method</i>
TELNET	<i>Teleconferencing Network</i>
U_TAM	<i>Uniform Transformation Approximation Method</i>
RV	<i>Random Variable</i>
WAN	<i>Wide Area Network</i>
WWW	<i>World Wide Web</i>



## Sumário

<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS</b>	<b>xiv</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivo e Organização do Trabalho. . . . .	6
<b>CAPÍTULO 2 – AUTO-SIMILARIDADE</b>	<b>8</b>
2.1 A Auto-Similaridade em Processos Estocásticos . . . . .	8
2.1.1 A Matemática da Auto-Similaridade . . . . .	10
2.2 Processos Estocásticos Com SRD e LRD. . . . .	13
2.3 Parâmetro de Hurst . . . . .	15
2.3.1 Estimativa do Parâmetro de Hurst . . . . .	16
2.4 Conclusões. . . . .	18
<b>CAPÍTULO 3 – DISTRIBUIÇÕES DE CAUDA PESADA</b>	<b>19</b>
3.1 Distribuições de Cauda Pesada. . . . .	19
3.1.1 Distribuição de Pareto . . . . .	20
3.1.2 Distribuição Lognormal . . . . .	21
3.1.3 Distribuição de Weibull . . . . .	22
3.1.4 Dificuldades em Simulação Utilizando Pareto . . . . .	23
3.2 O Método Teórico TAM . . . . .	26
3.3 Conclusões. . . . .	28
<b>CAPÍTULO 4 – REDES DE FILAS COM TRÁFEGO MODELADO POR DISTRIBUIÇÕES DE CAUDA PESADA</b>	<b>30</b>
4.1 Análises de Filas Isoladas . . . . .	31
4.1.1 Análise para o Cenário I. . . . .	33
4.1.2 Análise para o Cenário II . . . . .	41

4.1.3	Análise para o Cenário III. . . . .	47
4.2	Fator de Desempenho entre Filas G/M/1 e M/M/1. . . . .	54
4.2.1	Fator de Desempenho para Fila Pareto/M/1 - Cenário I. . . . .	54
4.2.2	Fator de Desempenho para Fila Lognormal/M/1 - Cenário I. . . . .	56
4.2.3	Fator de Desempenho para Fila Weibull/M/1 - Cenário I. . . . .	56
4.2.4	Fator de Desempenho para Fila Pareto/M/1 - Cenário II. . . . .	59
4.2.5	Fator de Desempenho para Fila Lognormal/M/1 - Cenário II. . . . .	62
4.2.6	Fator de Desempenho para Fila Weibull/M/1 - Cenário II. . . . .	63
4.2.7	Fator de Desempenho para Fila G/M/1 - Cenário III. . . . .	65
4.3	Análise de Rede de Filas . . . . .	67
4.3.1	Análise para o Cenário IV . . . . .	68
4.3.2	Análise para o Cenário V. . . . .	76
4.3.2.1	Cenário com 50% de Descarte de Tráfego na Saída de cada Fila. . . . .	77
4.3.2.2	Cenário com 5% de Descarte de Tráfego na Saída de cada Fila. . . . .	85
 <b>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÕES</b>		<b>94</b>
5.1	TRABALHOS FUTUROS. . . . .	95
 <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>		<b>96</b>

# Capítulo 1 - Introdução

As redes de telecomunicações passaram por grandes mudanças nas últimas décadas. Inicialmente esses sistemas eram projetados para acomodar um único tipo de tráfego, o de voz. Em decorrência disso, inúmeras pesquisas foram desenvolvidas com o objetivo de determinar métodos para o dimensionamento e análise de desempenho dessas redes. No entanto, o cenário tecnológico vem sofrendo constantes mudanças e conseqüentemente as redes de telecomunicações também são influenciadas por essas mudanças. Com isso, as modernas redes de telecomunicações não são mais projetadas para acomodar um único tipo de tráfego. Essas redes são projetadas para acomodar os mais diversos tipos de tráfego, ou seja, voz, dados, vídeo e multimídia [1] e [2]. Além disso, o volume do tráfego de dados ultrapassou o das redes telefônicas, alterando assim sua característica estatística.

Antes do surgimento da Internet, os modelos predominantes na engenharia de tráfego eram baseados em processos de Poisson [3]. Esses modelos definem que as chegadas de clientes obedecem a um processo de Poisson e o tempo de serviço possui distribuição exponencial. Esses modelos foram denominados modelos *Markovianos*, com eles *A. K. Erlang* [2] desenvolveu uma série de equações usadas para dimensionar as redes de telecomunicações: *Erlang-B*, usada para determinar a probabilidade de bloqueio de chamadas em um sistema *M/M/S/S*; *Erlang-C*, usado em sistemas não bloqueantes, para calcular o tempo que uma requisição terá que aguardar em uma fila antes de ser atendida. Esses modelos são utilizados até hoje no planejamento de capacidade em redes de comutação de circuitos, dependendo apenas da carga oferecida ao sistema,  $\rho = \lambda / \mu$ , onde  $\lambda$  é taxa de chegadas de chamadas e  $1 / \mu$  é o tempo de serviço esperado.

Em 1994, com o trabalho de *Leland et. al.* [4], a análise de desempenho em redes de pacotes sofreu uma grande transformação, pois os resultados apresentados no trabalho indicaram que os modelos *Markovianos* não eram mais adequados para modelarem o tráfego das atuais redes telecomunicações, com perfil de tráfego no qual prevalece o tráfego de dados.

Neste trabalho, *Leland et al* estabeleceram uma forma de caracterizar o tráfego em redes de pacotes com intuito de investigar sua natureza. Para tal, eles coletaram tráfego *Ethernet*, entre agosto de 1989 e fevereiro de 1992, na rede LAN (*Local Area Network*) dos laboratórios *Bell core* e detectaram a presença de rajadas (“Burstness”) ao longo de diversas escalas de tempo. Eles também constataram que o tráfego em redes de pacotes difere do tradicional tráfego das redes telefônicas. Ou seja, o tráfego em redes de pacotes apresenta características de auto-similaridade que não aparecem no tráfego telefônico (as características matemáticas relacionadas à auto-similaridade são tratadas no Capítulo 2 deste trabalho).

Posteriormente, vários outros estudos [5], [6], [7], [8] e [9] demonstraram que o tráfego em redes de pacotes apresenta características *fractais*/auto-similar. Dentre eles podemos destacar: *Beran et. al.* [10] e *Garrett et. al.*, que constataram a natura auto-similar no tráfego de vídeo; *Paxson et. al.* [11], que investigaram o tráfego das redes WAN/LAN e constataram que o tráfego apresenta características auto-similares<sup>1</sup>; e os trabalhos de *Bestavros et. al.* [12], *Addie et. al.* [13], *Harris et. al.* [14] e *Feldmann et. al.* [15], que demonstraram que o tráfego WWW possui características auto-similares.

De fato, as primeiras considerações sobre auto-similaridade em tráfego de redes de pacotes foram descritas por *Mandelbrot* em 1982 [16], porém somente em 1994 com o trabalho de *Leland et. al.* houve a confirmação de que o tráfego de dados possui característica auto-similar e que não poderia ser modelado por modelos convencionais. Desde então, as pesquisas sobre modelagem de tráfego tomaram outro rumo, podendo ser classificadas basicamente em três categorias:

- (i) Modelagem baseada em medições
- (ii) Modelagem baseada em modelos fractais
- (iii) Modelagem baseada em modelos genéricos

Destacam-se na primeira categoria os trabalhos de *Crovella et. al.* de 1997 [17], *Tan et. al.* de 2007 [1], *Hassan et. al.* de 2006 [8], *Garret et al.* de 2007 [18], *Leland et. al.* de 1994

---

<sup>1</sup> Eles mostram também que os modelos *Markovianos* aplicam-se somente ao tráfego telefônico, e em casos muito específicos, isto é, tráfego gerado por TELNET e tráfego gerado pelo controle de conexões FTP

[4], Paxson *et. al.* de 1995 [11] e Addie *et. al.* de 1997 [13], que utilizam traces de tráfego de redes com objetivo de identificar as características presentes no tráfego das redes de pacotes.

Os trabalhos classificados na segunda categoria buscam modelar o tráfego auto-similar através de modelos matemáticos fractais. Esses modelos são mencionados na literatura como capazes de capturar naturalmente a auto-similaridade presente no tráfego multimídia. Os modelos matemáticos fractais comumente citados na literatura são: MWM – *Model Wavelet Multifractal*, MMPP – *Markov Modulated Poisson Process*, FARIMA – *Fractional Autoregressive Integrated Moving Average*, ARMA – *Autoregressive Moving Average*, FBM – *Fractional Brownian Motion* e FGN – *Fractional Gaussian Noise* [11], [12], [13] e [14].

Os modelos fractais são citados na literatura como capazes de capturar, de forma natural, a característica auto-similar presente no tráfego das redes de pacotes. Embora esses modelos sejam capazes de capturar a característica auto-similar do tráfego, eles não são fáceis de serem manipulados matematicamente, daí a necessidade de desenvolver modelos que apresentem complexidade matemática inferior a esses, dando origem à terceira categoria de modelos.

Na terceira e última categoria estão os modelos genéricos, também conhecidos como modelos *Markovianos* adaptados. Estudos mostram que se esses modelos forem devidamente adaptados através das distribuições de cauda pesada, eles trazem um ganho, comparado aos modelos fractais, no que se refere ao tratamento matemático [19] e [20]. As distribuições de cauda pesada normalmente utilizadas nestes modelos são: Pareto, Lognormal e Weibull. As características destas distribuições são apresentadas no Capítulo 3 deste trabalho.

A seguir tem-se uma breve revisão de alguns trabalhos que utilizam esta abordagem para o modelamento de tráfego. O principal objetivo desta revisão é verificar quais distribuições têm sido utilizadas para o modelamento de tráfego nas redes de pacotes, e quais os parâmetros utilizados, de forma a nortear as análises que serão realizadas no Capítulo 4 deste trabalho.

Segundo Crovell e Bestavros [21], o tráfego WWW é auto-similar e pode ser construído através da superposição de um grande numero de processos *On/Off*. Esta

superposição pode ser construída através da multiplexação de um grande número de fontes *On/Off* com períodos (*On*) e (*Off*) segundo uma distribuição de cauda pesada. Tal mecanismo poderia corresponder a uma rede de estações de trabalho, onde cada estação pode estar em silêncio (*Off*) ou transmitindo a uma taxa constante (*On*). Comparando as distribuições dos tempos (*On*) e (*Off*), os autores mostraram que a distribuição do tempo (*On*) segue uma distribuição de Pareto com parâmetro de forma  $\alpha \cong 1.21$  e com auto-similaridade aproximadamente 89% mais acentuada que a distribuição (*Off*). Assim, eles constataram que a distribuição dos tamanhos dos arquivos na *Web* (que determina o período *On*) é o principal determinante do tráfego auto-similar na *Web*.

Uma metodologia de tráfego agregado usando o modelo  $M/G/\infty$ , onde os pacotes são gerados segundo uma distribuição Exponencial e atendidos por uma distribuição mista Gamma-Lognormal com função densidade de probabilidade (FDP) dada por:  $f(x) = p \log n(\mu, \sigma) + (1-p) \Gamma(\alpha, \beta)$  é apresentada no trabalho de *Hassan et. al* [8]. O modelo apresenta uma grande flexibilidade na captura das características de tráfego por correlação mista, SRD (*short-range-dependent*) e LRD (*long-range-dependent*). Por outro lado, a avaliação em ambiente de rede por meio de simulação mostrou resultados não muito otimistas em relação ao tráfego rastreado (*traces*). Uma proposta dos autores, com o objetivo de reforçar o modelo, é modificar a distribuição do intervalo entre chegadas dos pacotes, assim como a distribuição do tamanho dos pacotes, por alguma distribuição de cauda pesada. Entretanto, o modelo modificado pode melhorar o desempenho a um custo de maior complexidade computacional e execução mais lenta.

De acordo com *Fernandes et. al.* [22], a geração de tráfego sintético auto-similar através de fontes sobrepostas é de grande importância para análise de desempenho na área de simulação de redes de computadores. Através deste estudo, utilizando o modelo de fila  $M/G/\infty$  considerando uma fila isolada com as distribuições de Pareto, Lognormal e Weibull modelando o tamanho dos pacotes, eles mediram o parâmetro de *Hurst*<sup>2</sup> através de simulações para diversos valores do parâmetro de forma considerando as distribuições de cauda pesada. Para a distribuição de Pareto, eles utilizaram os seguintes valores para o parâmetro de forma  $\alpha$ : 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6 e 1.7 o que resultou respectivamente nos seguintes valores para o

---

<sup>2</sup> O parâmetro de *Hurst* será definido no Capítulo 2 deste trabalho.

parâmetro de *Hurst*  $H = (3 - \alpha) / 2$ : 0.95, 0.90, 0.85, 0.80, 0.75, 0.70 e 0.65. A distribuição Lognormal com parâmetro de forma  $\alpha$ : 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5 e 5 apresentou os seguintes valores aproximados para o parâmetro de *Hurst*  $H$ : 0.95, 0.90, 0.85, 0.80, 0.75, 0.70 e 0.65. Já para o parâmetro de forma  $\alpha$ : 0.30, 0.275, 0.15, 0.125, 0.10, 0.075 e 0.05 da distribuição de Weibull, resultaram respectivamente nos seguintes valores aproximados para o parâmetro de *Hurst*  $H$ : 0.95, 0.90, 0.85, 0.80, 0.75, 0.70 e 0.65.

No trabalho de *Addie et. al.* [23], os autores fornecem meios para avaliação de desempenho de filas PPBP - *Poisson Pareto Burst Process*. O processo PPBP também conhecido como M/Pareto/ $\infty$  ganhou destaque entre os modelos genéricos, porque modela de forma precisa o tráfego LRD, ou seja, possui as mesmas propriedades observadas no tráfego WWW. Ainda segundo os autores, a distribuição do tempo entre chegadas de pacotes transmitidos através da Internet segue uma distribuição de cauda pesada. No referido trabalho utilizou-se a distribuição de Pareto com parâmetros  $(\alpha, \beta)$  modelando o tempo entre chegadas de pacotes.

Outra forma de representar auto-similaridade nas redes multimídia é através de modelos mais simples (não *Fractais*), como G/M/1. Este modelo é composto de um sistema de fila com um servidor onde o tempo de serviço e/ou tamanho dos pacotes segue uma distribuição Exponencial e o intervalo entre chegadas de pacotes segue uma distribuição genérica. De acordo com *Gordon* [24], este modelo produz qualitativamente o comportamento *Fractal*, diferente do modelo M/M/1 *Markoviano*. Ele concluiu através de métodos matemáticos que o processo de chegadas de pacotes gerados por uma distribuição de Pareto com um parâmetro apresenta propriedade auto-similar.

O impacto da utilização das diferentes representações da distribuição de Pareto sobre medidas de desempenho em sistemas de filas isolados é apresentado por *Shortle et. al.* [25]; especificamente, eles consideraram a distribuição de Pareto com Um e Dois parâmetros para o modelo de fila Pareto/M/1. Dessa forma, observaram usando o mesmo tempo de serviço e a mesma taxa de utilização, que o tempo médio de fila para Pareto com Dois parâmetros é menor do que quando se utiliza a distribuição de Pareto com Um parâmetro. O tempo médio de fila também é menor quando comparado ao modelo convencional M/M/1.

Finalmente, *Garcia et. al.* [26] apresentaram análises utilizando a distribuição de Pareto com três parâmetros, também conhecida como distribuição de Lomax. Eles avaliaram a distribuição de Lomax através de estatísticas e de modelos de filas Pareto/M/1 e M/Pareto/1, e constataram que modelos de filas que utilizam a distribuição de Lomax apresentam maior tempo médio de fila que a distribuição de Pareto com Dois parâmetros, quando utilizam os mesmos valores para os parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ .

## 1.1 Objetivo e Organização do Trabalho

Diante das várias evidências encontradas durante a revisão bibliográfica, pode-se constatar que o tráfego auto-similar está presente nas mais diversas tecnologias de redes. Como mencionado anteriormente, existem diversos modelos matemáticos fractais capazes de tratar a auto-similaridade presente nestas tecnologias. No entanto, estes modelos apresentam uma alta complexidade no seu manuseio. Outra evidência constatada é que o tráfego auto-similar pode ser tratado através de modelos genéricos utilizando alguma das distribuições de cauda pesada (Pareto, Lognormal e Weibull) no atendimento e/ou na geração de pacotes. Portanto, a análise do comportamento das filas com processo de chegada e/ou tempo de serviço modelados por distribuições de cauda pesada são de grande interesse para a análise de desempenho das redes de telecomunicações.

Embora muitos trabalhos já tenham tratado o comportamento de filas isoladas com tráfego modelado por distribuição de cauda pesada, não foram encontrados, no esforço de pesquisa dessa dissertação, resultados que mostrasse o comportamento das redes de filas. Além disso, como visto anteriormente, há mais de uma forma de caracterizar o tráfego com as distribuições de cauda pesada, e análises comparativas do comportamento das filas isoladas para cada uma dessas formas ainda não foram sistematizados. Como as diferentes análises já apresentadas utilizaram diferentes ferramentas e/ou metodologias, uma análise comparativa a partir da compilação dos resultados já publicados pode levar a conclusões equivocadas. Por esta razão, além do objetivo principal de analisar o comportamento das redes de filas, incluímos também as análises de filas isoladas considerando diferentes abordagens para a caracterização de tráfego com distribuições de cauda pesada.



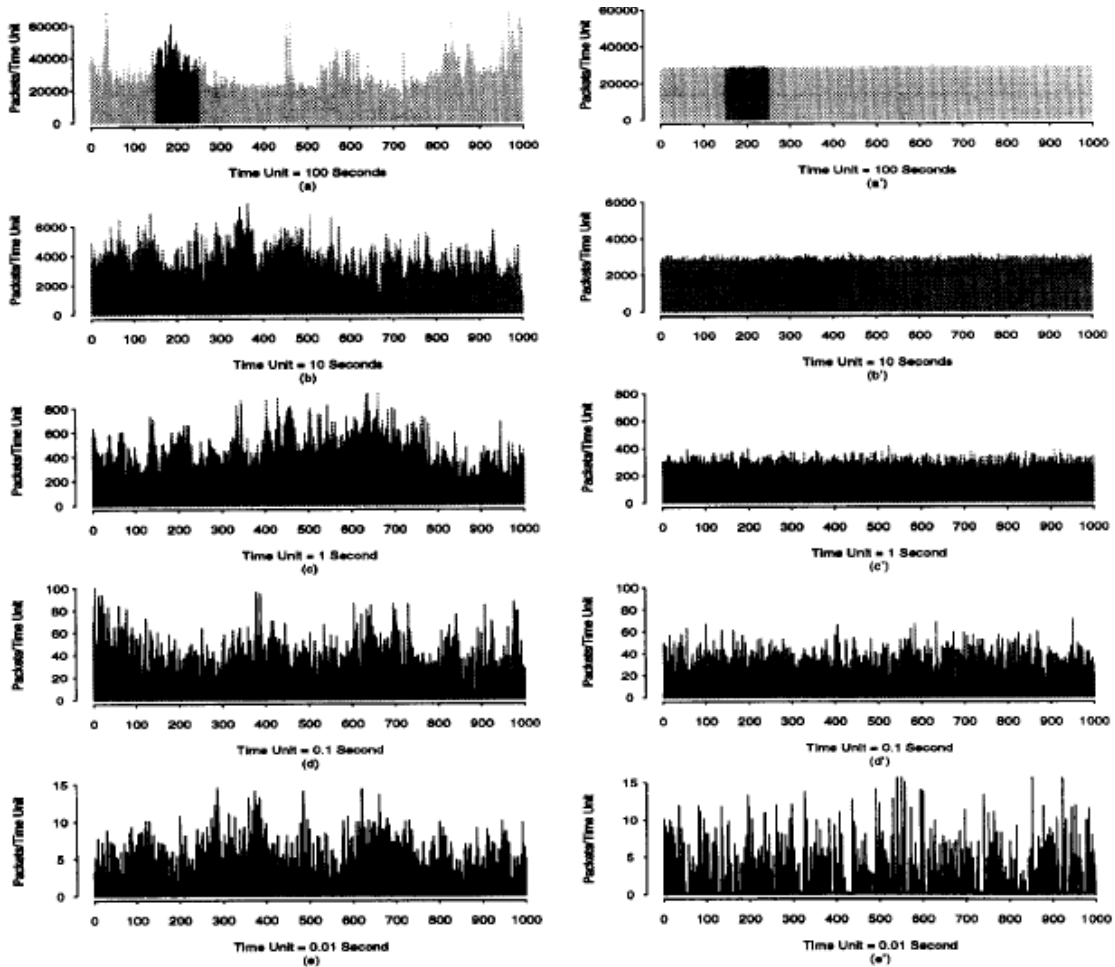
O restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta matematicamente as várias formas de se identificar processos auto-similares, bem como a definição de auto-similaridade; o Capítulo 3 descreve as principais características das distribuições de cauda pesada (Pareto, Lognormal e Weibull), bem como o modelo analítico TAM (*Transform Approximation Method*), utilizado para validar alguns modelos de simulação; o Capítulo 4 apresenta os resultados das análises comportamentais de filas isoladas e redes de filas, considerando o tráfego modelado por distribuições de cauda pesada; por fim, as conclusões são apresentadas no Capítulo 5.

## Capítulo 2 - Auto-Similaridade

Como vimos no Capítulo 1, o tráfego presente nas atuais redes de telecomunicações apresentam características de auto-similaridade. Mas afinal, o que caracteriza um processo como auto-similar? O objetivo deste capítulo é fazer um breve resumo das características dos processos estocásticos auto-similares, buscando definir alguns parâmetros que são necessários para o entendimento dos capítulos posteriores.

### 2.1 A Auto-Similaridade em Processos Estocásticos

Por processos estocásticos auto-similares entende-se um processo cujas características são preservadas em diferentes escalas (tempo, espaço etc.). Isto é, o tráfego parece o mesmo independente da escala de tempo ou espaço em que é observado. No caso de processos estocásticos, a auto-similaridade é vista no sentido de distribuição e quando analisada em escalas diferentes, a distribuição parece inalterada [4]. Pode-se visualizar empiricamente este conceito através da Figura 2.1, que mostra a estrutura de um *trace* de tráfego em cinco diferentes escalas de tempo (de 0.01s a 100s), os gráficos da esquerda representam o tráfego de uma rede de pacotes, coletado entre agosto de 1989 a fevereiro de 1992. O tráfego à direita representa uma série *Markoviana*. Observa-se que à esquerda há uma alternância de rajadas e de suavidade em todas as escalas de tempo, o que caracteriza auto-similaridade. Em contra partida, o tráfego gerado pela série *Markoviana* modifica-se lentamente tornando-se suave para maiores escalas de tempo.



**Figura 2.1:** Comparação do tráfego real (à esquerda) e do tráfego gerado por um processo Markoviano (à direita) em várias escalas de tempo (de 0.01s a 100s). Figura extraída de *On the Self-Similar Nature of Ethernet Traffic (Extended Version)*. Leland et. al. (1994).

Existem várias formas de se caracterizar auto-similaridade em séries temporais, uma delas é através do parâmetro de *Hurst* (O parâmetro de *Hurst*  $H$  mede o grau de auto-similaridade em séries temporais), outra é empiricamente, onde é feita uma análise gráfica do tráfego, como mostrado através da Figura 2.1. Entretanto, esta última não possui propriedades matemáticas, o que pode levar a interpretações errôneas do tráfego em questão. Portanto, a forma adequada de se definir série temporal auto-similar é através de processos estocásticos estacionários de segunda ordem, sejam eles contínuos ou discretos [27], [28] e [29].

Outro comportamento que deve ser levado em consideração em redes de pacotes é a presença de auto-correlação existente entre as amostras. Ou seja, uma vez que um processo estocástico apresenta rajadas em diferentes escalas de tempo, este também apresenta

dependência de longa duração LRD (*Long Range Dependence*). A presença de LRD em processos estocásticos é caracterizada pela chegada de pacotes ao sistema em longos intervalos de tempo e apresentar correlação entre elas. Em outras palavras, a correlação entre as chegadas decai tão lentamente que só tende a zero no infinito, ao contrário de processos com dependência de curta duração SRD (*Short Range Dependence*), em que o decaimento é Exponencial e tende a zero mais rapidamente [30] e [31]. Na Subseção 2.2.2 é feita uma breve descrição de processos estocásticos estacionários de segunda ordem e estritamente estacionários. Posteriormente, é incorporado o parâmetro de *Hurst* a estes processos caracterizando estatisticamente auto-similaridade e dependência de longa duração LRD.

### 2.1.1 A Matemática da Auto-Similaridade

Antes de apresentar o conceito matemático de processos estocásticos auto-similares, são expostos alguns conceitos fundamentais para análises futuras:

- (i) Processos estocásticos estacionários
- (ii) Processos estocásticos estacionários no sentido amplo ou fracamente estacionário
- (iii) Processos estocásticos agregados

Definição 1: Um processo estocástico é dito ser estacionário se suas características estatísticas não variam com o tempo. Nestes processos a função de auto-correlação  $\rho_k(\tau)$  só depende de  $\tau$  [32]. Isto é:

$$\rho_k(\tau) = \rho_k(t_2 - t_1), \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (2.1)$$

onde  $\rho_k(\tau)$  é definido como:

$$\rho_k(\tau) = \overline{X(t)X(t+\tau)} \quad (2.2)$$

Definição 2: Um processo é estacionário no sentido amplo ou fracamente estacionário se existe um valor médio e uma função de auto-correlação que são independentes de deslocamento na origem do tempo [32]. Isto é:

$$\overline{X(t)} = \text{const.} \quad e \quad \rho_k(t_1, t_2) = \rho_k(\tau), \quad \tau = t_2 - t_1 \quad (2.3)$$

Definição 3: Considere um processo estocástico no sentido amplo  $X_k$ . Um novo processo estocástico agregado no sentido amplo  $X_k^{(m)}$  pode ser obtido tomando a média aritmética da série original  $X_k$  em blocos de tamanhos  $m$  que não se sobrepõe. Portanto, a nova série é denotada da seguinte forma [33]:

$$X_k^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} X_i, \quad k, m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.4)$$

Para uma melhor compreensão, a nova série da expressão (2.4) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} X_1^{(m)} &= (X_1 + X_2 + \dots + X_m) / m \\ X_2^{(m)} &= (X_{m+1} + X_{m+2} + \dots + X_{2m}) / m \\ X_3^{(m)} &= (X_{2m+1} + X_{2m+2} + \dots + X_{3m}) / m \\ &\cdot \quad \quad \quad \cdot \\ &\cdot \quad = \quad \cdot \\ &\cdot \quad \quad \quad \cdot \end{aligned} \quad (2.5)$$

resultando em

$$X_k^{(m)} = \frac{1}{m} (X_{km-m+1} + X_{km-m+2} + \dots + X_{km}) \quad (2.6)$$

Existem diversas referências que abordam a auto-similaridade de forma analítica. Por este motivo neste trabalho não é feita uma exposição aprofundada de processos estocásticos auto-similares. [34], [35] e [36].

Matematicamente, podem-se definir processos estocásticos auto-similares, sejam eles contínuos ou discretos, estacionários no sentido amplo ou não, das seguintes formas:

Definição 4: Um processo estocástico  $X_k$  é dito ser auto-similar com parâmetro de Hurst  $H = (3-\alpha)/2$  se  $m \geq 1$ ,  $1 < \alpha < 2$  e as seguintes seqüências tiverem a mesma distribuição. Isto é [34]:

$$[mX_k^{(m)}, k \geq 1] \stackrel{\Delta}{=} [m^H X_k, k \geq 1] \quad (2.7)$$

onde  $\stackrel{\Delta}{=}$  significa igualdade de distribuição e existe somente um valor para  $H$  e  $m$  que satisfaz a equação. Portanto, a distribuição e as características estatísticas são as mesmas, tanto para a soma agregada como para a série original [34].

Outra forma de se caracterizar processos estocásticos auto-similares é através de sua função de auto-correlação, cujo decaimento é mais lento do que um processo Exponencial, ou ainda através de sua função de auto-correlação que é não somável, isto é, apresenta soma infinita.

Definição 5: Um processo estocástico é auto-similar se a série original  $X_k$  apresentar a mesma função de auto-correlação das séries obtidas pela divisão proporcional da mesma. Portanto, a auto-similaridade é caracterizada pela função de auto-correlação que possui as seguintes características [33] e [34]:

$$\rho_k^{(m)} \stackrel{\Delta}{=} \rho(k) \quad \text{para todo } m = 1,2,3,\dots \text{ e } k = 1,2,3,\dots \quad (2.8)$$

Onde  $\rho_k^{(m)}$  é a função de auto-correlação obtida através da série original  $X_k$ .

Outro indicio de que um processo estocástico apresenta auto-similaridade pode ser visto através da função densidade espectral<sup>3</sup>  $f$ , como indicado pela eq. (2.9) ou ainda através da distribuição de probabilidade que apresenta cauda pesada. Distribuição de cauda pesada e suas características são assuntos abordados no Capítulo 3, [33] e [34].

$$S(f) = f^{-\theta}, \quad 0 < \theta < 1, \quad f \rightarrow 0 \quad (2.9)$$

---

<sup>3</sup> Função de densidade espectral de um processo estocástico estacionário é definida como a transformada inversa de Fourier da sua função de auto-correlação.

Definição 6: Um processo estocástico  $X_k$  de tempo discreto é exatamente auto-similar de segunda ordem com parâmetro de *Hurst*  $1/2 < H < 1$ , se: [33] e [34].

$$C_x(k) = \frac{Var(k)}{2} \left[ (k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H} \right] \quad \text{para todo } k \geq 1, \quad (2.10)$$

e  $X_k$  é assintoticamente auto-similar de segunda ordem com parâmetro de *Hurst* se: [34] e [37].

$$\lim_{m \rightarrow \infty} C_x(k)^{(m)} = \frac{Var(k)}{2} \left[ (k+1)^{2H} - 2k^{2H} + (k-1)^{2H} \right] \quad (2.11)$$

onde  $C_x(k)^{(m)}$  é a auto-covariância do processo agregado  $X_k^{(m)}$  com nível de agregação  $m$ . As Equações (2.10) e (2.11) afirmam que a estrutura da auto-covariância é preservada exatamente auto-similar ou assintoticamente em diferentes escalas de agregação.

## 2.2 Processos Estocásticos com LRD e SRD

Muitos autores não fazem uma distinção entre processos estocásticos auto-similares e processos com dependência de longa duração LRD. Entretanto, o comportamento auto-similar do tráfego é caracterizado através da invariância da função de auto-correlação para diferentes níveis de agregação de um processo estocástico estacionário. Por outro lado, a dependência de longa duração refere-se à correlação existente entre as amostras distantes entre si. Os conceitos de dependência de longa duração LRD e de curta duração SRD são melhores explicados através de definições matemáticas como se segue:

Definição 7: Um processo estocástico  $X_k$  com função de densidade espectral  $f$  e variância  $Var(X_k^{(m)})$ ,  $m \rightarrow \infty$  é dito possuir curta duração ou dependência de curta duração *SRD* se a sua função de auto-correlação  $\rho(k)$  têm a seguinte forma: [38] e [39].

$$\rho(k) = e^{-\beta k}, \quad k > 0, \quad \beta = 2H - 2 \quad (2.12)$$

Ou mais precisamente através das definições (a, b e c).

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} \rho(k) < \infty$$

$$(b) f(0) < \infty$$

$$(c) \lim_{m \rightarrow \infty} \{m \text{Var}(X_k^{(m)})\} < \infty$$

Por outro lado, Um processo estocástico  $X_k$  também com função de densidade espectral  $f$  e variância  $\text{Var}(X_k^{(m)})$ ,  $m \rightarrow \infty$  é dito possuir longa duração ou dependência de longa duração LRD se a sua função de auto-correlação  $\rho(k)$  para valores suficientemente grandes de  $k$  e  $\beta = 2H - 2$  obedecer á seguinte forma: [38] e [39].

$$\rho(k) = k^{-\beta} \tag{2.13}$$

As definições (a, b e c) para um processo com dependência de longa duração são denotadas da seguinte forma:

$$(a) \sum_{k=0}^{\infty} \rho(k) = \infty$$

$$(b) f(0) = \infty$$

$$(c) \lim_{m \rightarrow \infty} \{m \text{Var}(X_k^{(m)})\} = \infty$$

Estas condições são necessariamente equivalentes, uma implica na outra. Portanto,  $(a) \rightarrow (b) \rightarrow (c)$ , porém segundo *Beram et. al.* 1994, o inverso não é mais valido  $(c) \rightarrow (b) \rightarrow (a)$ . A condição (a) mostra que a função de auto-correlação de um processo LRD é não somável, isto implica que o seu decaimento é mais lento do que um processo Exponencial; este comportamento também é conhecido como decaimento hiperbólico<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup> Nome dado ao efeito do decaimento da função de auto-correlação ser mais lento do que uma função Exponencial, ou mais precisamente segundo uma lei de potencia.



A Figura 2.2 mostra o comportamento das funções de auto-correlação para os processos SRD e LRD respectivamente. Ambas tiveram o parâmetro de *Hurst* configurado com valor  $H = 0.8$ . Observa-se que o decaimento da função de auto-correlação de um processo LRD é hiperbólico, ou seja, sua função de auto-correlação decai mais lentamente do que um processo SRD [40].

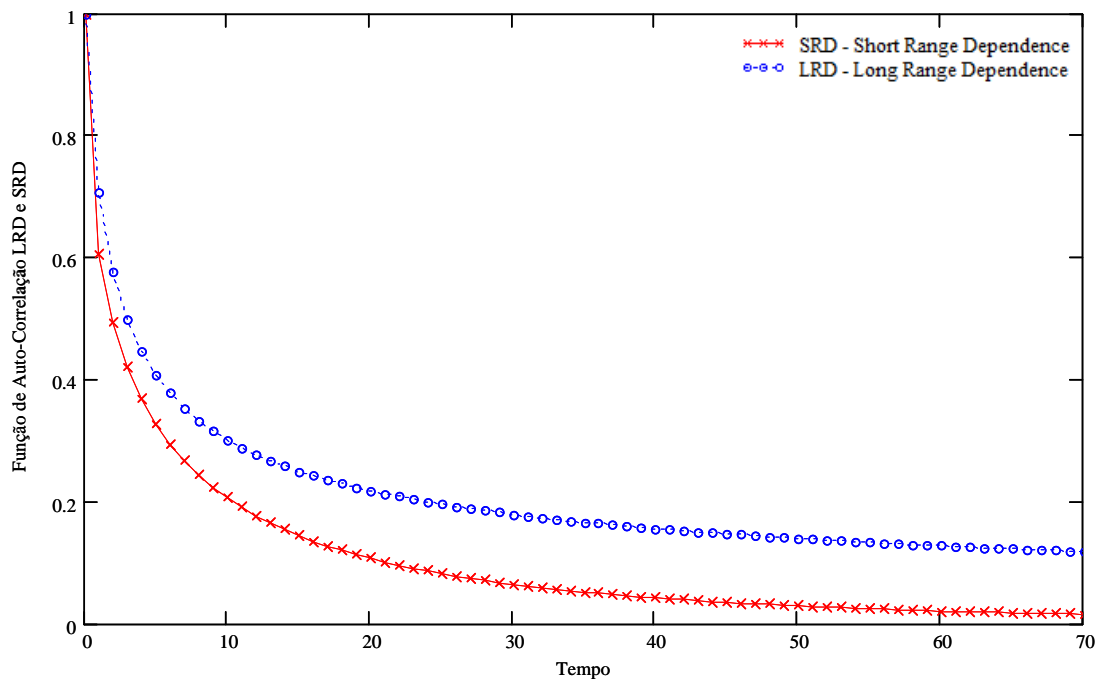


Figura 2.2: Funções de auto-correlação para os processos LRD e SRD com parâmetro de Hurst  $H=0.8$ .

### 2.3 O Parâmetro de Hurst

A partir da constatação da natureza auto-similar do tráfego em redes de pacotes [4], houve uma constante busca por modelos que capturassem tal característica. Até o momento modelos com diferenciação fracionária ou modelos *fractais* e modelos genéricos (este último desde que incorpore alguma distribuição de cauda pesada) foram propostos. Embora os modelos com diferenciação fracionária incorporem naturalmente a estrutura auto-similar do tráfego em redes de pacotes, eles possuem uma alta complexidade no seu manuseio. Daí a necessidade de desenvolver modelos que apresente complexidade inferior aos já existentes.

Uma forma de se definir o quão um processo estocástico é auto-similar é através de sua função de auto-correlação que decai hiperbolicamente apresentando soma infinita. Outro indicio que um processo apresenta natureza auto-similar é através de sua função densidade de probabilidade FDP que apresenta o efeito de cauda pesada, ou ainda, através do parâmetro de *Hurst*  $H$  [33] e [40]. Como foi mencionado na Seção 2.2 o parâmetro de *Hurst*  $H$  determina o grau de auto-similaridade de um processo estocástico e varia no intervalo de  $(0,1]$ . Para  $(0.5 < H < 1)$  diz-se que o processo estocástico apresenta dependência de longa duração LRD e conseqüentemente auto-similaridade, quanto mais próximo de 1 (um) maior o grau de auto-similaridade de um processo estocástico. Para  $H = 0.5$  as amostras são descorrelacionadas e a função de auto-correlação apresenta decaimento exponencial. E para  $0 < H < 0.5$  o processo apresenta dependência de curta duração SRD ou dependência negativa [41].

### 2.3.1 Estimativa do Parâmetro de Hurst

Um fator importante para análise de desempenho em redes de pacotes é determinar o quanto um processo estocástico é auto-similar. Pesquisas mostraram que uma correta estimativa do parâmetro de *Hurst* possibilita uma melhor caracterização do tráfego, permitindo uma alocação realista dos recursos da rede e uma maior garantia de QoS (Qualidade de Serviço) [38].

Varias técnicas são utilizadas para estimar o grau de auto-similaridade de um processo estocástico, dentre elas podemos destacar: método da variância amostral [42], método do periodograma [39], método do estimador de *Whittle* e método da estatística  $R/S$  [40] etc, sendo este último mais comumente usado por apresentar baixa complexidade matemática. Como visto, existem varias publicações relacionadas á estimação do parâmetro de *Hurst* na literatura, por este motivo não é feita uma exposição rigorosa sobre o assunto neste trabalho. Conceitualmente a estatística  $R/S$  ou (*rescaled adjusted range statistic*) é definida como: seja  $X_k : k = 1, 2, 3, \dots, n$  um conjunto de observações com média amostral  $\overline{X(n)}$  e variância amostral  $S^2(n)$ , onde  $n$  é o número de amostras de uma série temporal qualquer. Então a estatística  $R/S$  é denotada por:

$$\frac{R(n)}{R(s)} = \frac{1}{R(s)} [\max(0, W_1, W_2, \dots, W_n) - \min(0, W_1, W_2, \dots, W_n)], \quad (2.13)$$

onde  $W_k = (X_1 + X_2 + \dots + X_k) - k\bar{X}(n)$ , com  $k \geq 1$ .

No caso de séries temporais que representam processos estocásticos auto-similares, a eq. (2.13) pode ser substituída por: [43].

$$E(R(n)/R(s)) \cong cn^H, \quad n \rightarrow \infty \quad (2.14)$$

onde  $c$  é uma constante positiva e independe de  $n$  e  $H$ . Antes do trabalho de *Leland et al.* [4] usava-se esta definição para processos estocásticos de qualquer natureza. No entanto, pesquisas mostraram que séries temporais que apresentam dependência de curta duração, ou seja, que são descorrelacionadas devem ser modeladas pela seguinte equação: [43].

$$E(R(n)/R(s)) \cong cn^H, \quad n \rightarrow \infty \quad e \quad H = 0.5 \quad (2.15)$$

Quando o número de amostras de uma serie temporal é suficientemente grande  $n \rightarrow \infty$  a técnica R/S é denotada por: [43].

$$E(R(n)/R(s)) \approx (n/2)^H, \quad \text{para } 0.5 < H < 1 \quad (2.16)$$

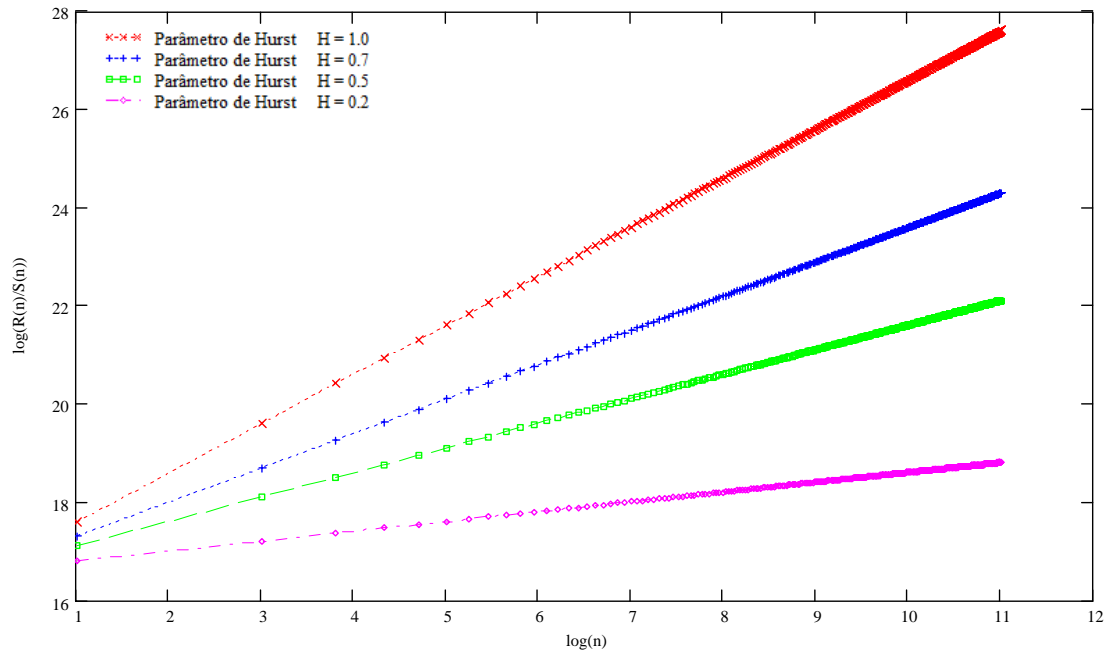
onde  $H \cong \log(R(n)/S(n))/(\log(n) - \log(2))$ .

O parâmetro de *Hurst* é então estimado sobre a análise gráfica de  $\log(R(n)/S(n))$  versus  $(\log(n))$ , onde se desprezam os valores muito pequenos de  $n$ . Estes valores são desprezados pelo simples fato de que eles são de natureza de dependência de curta duração. Para se tornar a estimativa mais confiável, descarta-se também os valores para  $n$  suficientemente grande. Por fim, a estimativa do parâmetro de *Hurst*  $H$  é definida através da equação (2.16) e da inclinação de uma reta ajustada ao gráfico via mínimos quadrados<sup>5</sup>. Onde

---

<sup>5</sup> O método dos mínimos quadrados é uma técnica de otimização matemática que procura encontrar o melhor ajuste para uma curva de dados reais, tentando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre a curva desejada e a curva real.

esta inclinação pode assumir valores entre  $]0,5;1]$ . A Figura 2.3 mostra o gráfico de  $\log(R(n)/S(n))$  versus  $(\log(n))$  para a estimativa do parâmetro de *Hurst*.



**Figura 2.3:** Análise de Estimativa do Parâmetro de Hurst.

## 2.4 Conclusões

Neste Capítulo apresentou-se a definição de processos estocásticos auto-similares, bem como algumas formas para caracterizá-lo em termos de suas propriedades estatísticas. Apresentou-se também o conceito de parâmetro de *Hurst*, utilizado para medir o grau de auto-similaridade de um processo.

## Capítulo 3 - Distribuições de Cauda Pesada

Como apresentado no Capítulo 1, às distribuições de cauda pesada – Pareto, Lognormal e Weibull – podem ser utilizadas para modelar o tráfego nas redes de pacotes, como solução alternativa de menor complexidade aos modelos fractais.

Nos estudos realizados neste trabalho, estas distribuições são utilizadas para modelar o processo de chegada dos pacotes e/ou o tempo de serviço, permitindo a análise do comportamento de filas isoladas e redes de filas quando o tráfego apresenta característica auto-similar.

O objetivo deste capítulo é apresentar um resumo das características estatísticas destas distribuições, bem como apresentar um modelo analítico que permite analisar o desempenho de filas isoladas nestas condições e que é utilizado para validar os cenários de simulação utilizados.

### 3.1 Distribuições de Cauda Pesada

As distribuições de cauda pesada possuem várias propriedades que são qualitativamente diferentes das distribuições mais comumente encontradas, tais como as distribuições Exponencial, Normal ou de Poisson. Estas distribuições são definidas da seguinte forma:

Seja  $X$  uma variável aleatória (V.A.) com função densidade de probabilidade  $f(x)$  e função de distribuição acumulada  $F(x)$ . A (V.A.)  $X$  apresenta distribuição de cauda pesada ou  $X$  segue uma distribuição de cauda pesada se: [44].

$$P(X > x) \approx L(x)x^{-\alpha}, \quad \alpha > 0, \quad x \rightarrow \infty \quad (3.1)$$

Onde  $L(x)$  é uma função que decai lentamente tendendo ao infinito quando:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{L(cx)}{L(x)} = 1, \quad \forall c > 0 \quad (3.2)$$

### 3.1.1 Distribuição de Pareto

A função de distribuição de Pareto originou-se a partir do princípio de Pareto, no qual o economista Italiano *Vilfredo Pareto* observou que 80% da riqueza da Itália provinha de 20% da população. Pareto também afirma que a maioria dos resultados são determinados por um pequeno número de causas. Este princípio é aplicado em vários campos do conhecimento, como: economia, produtividade, desenvolvimento e teoria de filas [45].

Existem três representações para a distribuição de Pareto, com Um, Dois e Três parâmetros. No trabalho apresentado em [25], *Fischer et. al.* 2002, mostram através do modelo de fila Pareto/M/1, usando o mesmo tempo de serviço e a mesma taxa de utilização, que a distribuição de Pareto com Dois parâmetros apresenta tempo médio de fila menor que a distribuição de Pareto com Um parâmetro. O tempo de fila é menor também do que uma distribuição de Poisson. Este fato está relacionado com o parâmetro de deslocamento  $\gamma$ , pois na representação de Pareto com Dois parâmetros só ocorre à chegada do primeiro pacote a partir do valor definido por  $\gamma$ , que na distribuição de Pareto com Um parâmetro possui valor igual a zero.

A ferramenta de simulação utilizada neste trabalho (*ARENA 11.0 Professional*) não disponibiliza de forma padronizada a distribuição de Pareto, portanto, para as simulações foi utilizada uma adaptação através da sua função inversa Eq. (3.5). Outra questão que deve ser levada em consideração é o fato da distribuição de Pareto utilizar em nossas simulações. Durante as pesquisas observou-se que a distribuição de Pareto com Um Parâmetro é utilizada com maior frequência e, portanto, esta foi a representação escolhida para nossas análises. As estatísticas para a distribuição de Pareto com um parâmetro são apresentadas na Tabela 3.1 [25].

**Tabela 3.1:** Estatísticas para a distribuição de Pareto

$f_{dp}$	$f(x) = \frac{\alpha}{(1+x)^{\alpha+1}}, \quad 1 < \alpha < 2, \quad x \geq 0$	(3.3)
$f_{dc}$	$F(x) = P[X \leq x] = 1 - \frac{1}{(1+x)^\alpha}$	(3.4)
$f^{-1}$	$f^{-1} = (1-U)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1$	(3.5)
$E[x]$	$E[x] = \frac{1}{(\alpha-1)}$	(3.6)
$\sigma_x^2$	$\sigma_x^2 = \frac{2}{(\alpha-2)(\alpha-1)} - \left[ \frac{1}{(\alpha-1)} \right]^2$	(3.7)
$\sigma_x$	$\sigma_x = \sqrt{\frac{2}{(\alpha-2)(\alpha-1)}}$	(3.8)

Onde  $U$  é uma distribuição Uniforme e  $\alpha$  deve respeitar o intervalo mencionado na Eq. (3.3). Existem três faixas a serem observadas para o parâmetro de forma  $\alpha$  da distribuição de Pareto: (i)  $0 < \alpha < 1$ , (ii)  $1 < \alpha < 2$  e (iii)  $\alpha > 2$ . Para o caso (iii) a distribuição tem média e variância finitas mas o processo de chegadas não é auto-similar. Para o caso (ii) a média é finita, porém a variância é infinita, o que caracteriza processos auto-similares. Em (i) a média e a variância são infinitas, impossibilitando o cálculo da carga do sistema ( $\rho$ ). Em modelagem de tráfego esta distribuição foi proposta, utilizando  $1 < \alpha < 2$ , para modelar os intervalos de tempo entre chegadas de pacotes em redes multimídia, onde seu parâmetro de forma possui a seguinte relação com o parâmetro de *Hurst*  $\alpha = 3 - 2H$  [45].

### 3.1.2 Distribuição Lognormal

Embora a Lognormal seja citada em vários trabalhos como uma distribuição de cauda pesada, ela não possui variância infinita, que é a principal característica de uma distribuição de cauda pesada [21] e [46]. Mas como seus momentos, que são sempre finitos, aumentam muito rapidamente, muitos a utilizam como uma alternativa viável em modelagem de tráfego. Por não possuir variância infinita, ela é a única dentre as distribuições utilizadas neste trabalho que não requer restrições em seus parâmetros. As estatísticas para a distribuição Lognormal são apresentadas na Tabela 3.2.

**Tabela 3.2:** Estatísticas para a distribuição de Lognormal

$f_{dp}$	$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\left[\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]}, \quad \sigma^2 > 0, \quad \mu \in R, \quad x \in (0, +\infty)$	(3.9)
$f_{dc}$	$F(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left[\frac{\ln x - \mu}{\sqrt{2\sigma^2}}\right]$	(3.10)
$E[x]$	$E[x] = e^{\mu + \sigma^2/2}$	(3.11)
$\sigma_x^2$	$\sigma_x^2 = (e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$	(3.12)
$\sigma_x$	$\sigma_x = \sqrt{e^{2\mu + \sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)}$	(3.13)

### 3.1.3 Distribuição de Weibull

Outra distribuição citada em vários trabalhos como sendo de cauda pesada e capaz de modelar o tempo entre chegadas dos pacotes em um tráfego auto-similar é a distribuição de Weibull [48] e [22]. No entanto, o seu parâmetro de forma requer restrições para que a mesma seja de cauda pesada. Em [47], *Martin J. Fischer* afirma que a distribuição de Weibull apresenta propriedades de cauda pesada quando o parâmetro de forma for devidamente escolhido dentro do intervalo  $0 < \alpha \leq 1$ . As estatísticas para esta distribuição são apresentadas na Tabela 3.3.

**Tabela 3.3:** Estatísticas para a distribuição de Weibull

$f_{dp}$	$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} e^{-(x/\beta)^\alpha}, \quad 0 < \alpha \leq 1, \quad \beta > 0, \quad x \in (0, +\infty)$	(3.14)
$f_{dc}$	$F(x) = P[X \leq x] = 1 - e^{-(x/\beta)^\alpha}$	(3.15)
$E[x]$	$E[x] = \beta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right)$	(3.16)
$\sigma_x^2$	$\sigma_x^2 = \frac{1}{\alpha} \beta^2 \left[2\Gamma(2/\alpha) - \Gamma(1/\alpha)^2 / \alpha\right]$	(3.17)
$\sigma_x$	$\sigma_x = \beta \Gamma\left(1 + \frac{3}{\alpha}\right) \beta^3 - 3$	(3.18)



A Figura 3.1 estabelece uma comparação entre as FDPs para a distribuição Exponencial e as três distribuições de cauda pesada (Pareto, Lognormal e Weibull). Os parâmetros para as distribuições de cauda pesada foram configurados de acordo com as restrições a cada uma delas. Pode-se observar que as distribuições de cauda pesada decaem mais lentamente do que a distribuição exponencial, tendendo à zero no infinito.

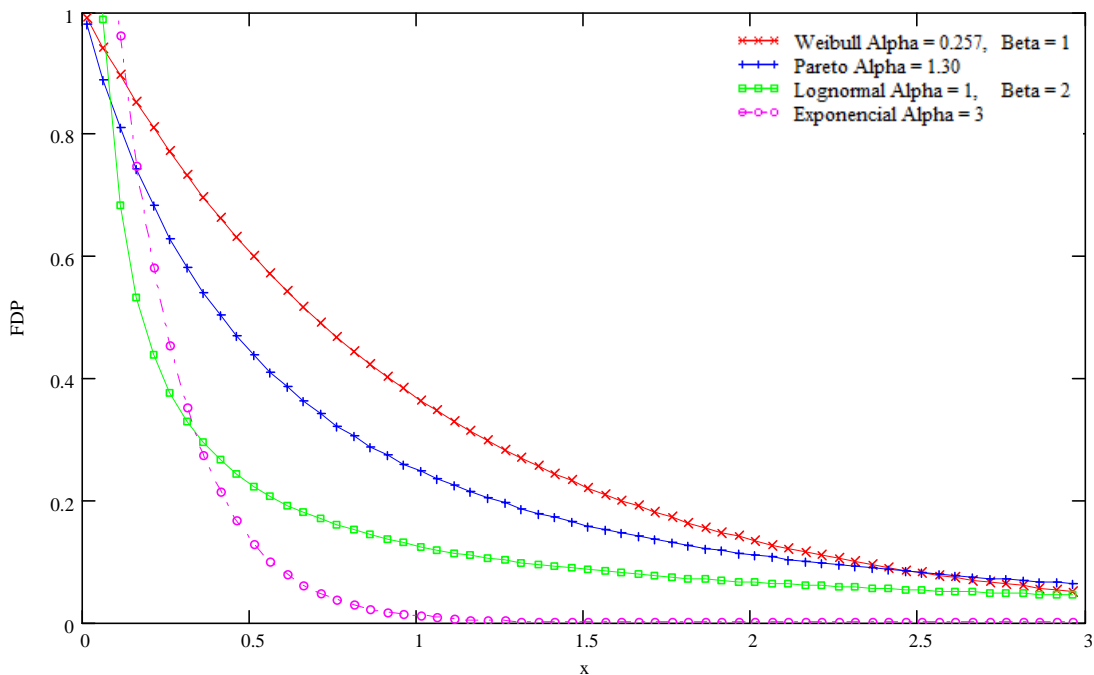
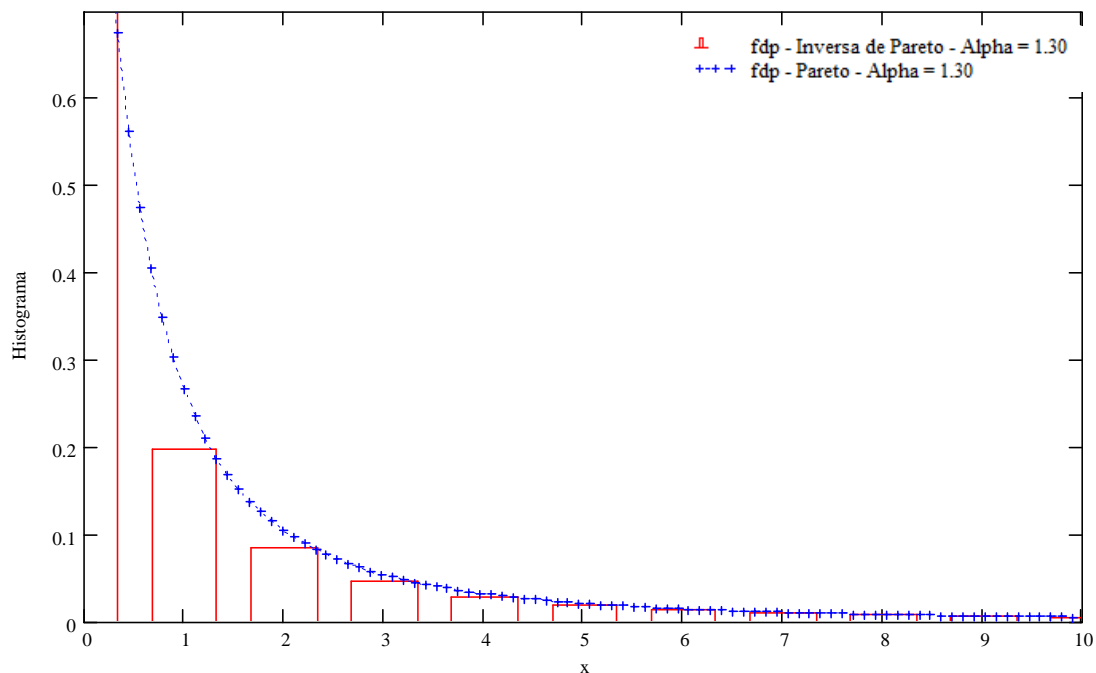


Figura 3.1: Comparação entre as FDPs das distribuições de cauda pesada e a distribuição Exponencial.

### 3.1.4 Dificuldades em Simulações Utilizando Pareto

Como exposto anteriormente, a ferramenta utilizada para as simulações não disponibiliza a distribuição de Pareto diretamente, sendo necessário utilizar o método da transformada inversa para gerar esta distribuição a partir de uma distribuição Uniforme. Para validar a geração de números aleatórios com a distribuição de Pareto utilizou-se o histograma, que é uma ferramenta estatística utilizada para representar uma grande quantidade de amostras. Através da análise do histograma é possível interpretar estas informações de forma mais fácil e simples, do que acompanhando uma grande tabela ou um relatório com somente números e/ou valores. O histograma foi construído a partir de um número suficientemente

grande de amostras, (da ordem de  $10^5$ ) utilizando a Eq. (3.5) considerando  $\alpha = 1.3$ . Em seguida foi comparado com a curva traçada a partir da Eq. (3.3) com o mesmo valor para o parâmetro de forma  $\alpha$ . A Figura 3.2 apresenta os resultados.



**Figura 3.2:** Histograma para a distribuição de Pareto, considerando Alpha 1.30.

Observa-se através do histograma que as Equações (3.3) e (3.5) possuem resultados de probabilidades iguais quando utilizado o mesmo valor para o parâmetro de forma  $\alpha$ . dessa forma, a Eq. (3.5) pode ser empregada para geração de amostras com a distribuição de Pareto.

Uma dificuldade encontrada nas simulações utilizando a distribuição de Pareto está relacionada com o valor médio da variável. Comparando a média calculada pela Eq. (3.6) com o valor obtido a partir das amostras geradas Eq. (3.5), observou-se que os resultados eram diferentes para o mesmo valor do parâmetro de forma  $\alpha$ , como pode ser visto através da Tabela 3.4.

**Tabela 3.4:** Comparação das médias obtidas através da  $fdp$  e da  $f^{-1}$  de Pareto

$fdp$ Pareto	$E[x]$ Pareto	Parâmetro $\alpha$	Resultados Obtidos
$f(x) = \frac{\alpha}{(1+x)^{\alpha+1}}$	$E[x] = 1/(\alpha - 1)$	1.10	10.00
		1.30	3.333
		1.60	1.666
		1.90	1.111
$f^{-1} = (1-U)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1$	Obtida através das amostras geradas	1.10	7.079
		1.30	2.971
		1.60	1.582
		1.90	1.088

Observa-se que as médias obtidas das amostras geradas pela inversa de Pareto possuem valores sempre menores em relação às médias obtidas pela  $fdp$ . Dessa forma, os resultados calculados e simulados para a carga do sistema são sempre diferentes, e conseqüentemente os tempos médios de fila e tempo médio total de sistema também. *Fischer et. al. 2002*, mostraram que este problema pode ser resolvido através da média truncada [49]. Diferente da média não truncada de Pareto que é obtida através de sua  $fdp$ , a truncada é obtida pela  $fdc$  da Eq. (3.4), dividida pela  $fdc_T$  de Pareto truncada, onde a variável aleatória T é sempre decrementada e pode assumir valores da ordem de  $10^{10}$ . A  $fdc$  truncada é dada pela Eq. (3.19).

$$F_T(x) = \frac{1 - \frac{1}{(1-x)^\alpha}}{1 - \frac{1}{(1-T)^\alpha}}, \quad 1 < \alpha < 2, \quad T > 0 \quad (3.19)$$

Da Eq. (3.19) extrai-se a média truncada de Pareto, que é dada por  $E_T[x] = \alpha / F(T)[(1/\alpha(1+T)^\alpha) - (1/(\alpha-1)(1+T)^{\alpha-1}) + (1/\alpha(\alpha-1))]$ , onde  $F(T) = 1 - 1/(1+T)^\alpha$ . A Tabela 3.5 mostra que a média truncada e a obtida pela função inversa de Pareto possuem valores aproximadamente iguais, considerando o mesmo valor para o parâmetro de forma  $\alpha$ , e um valor fixado em  $10^3$  para o parâmetro de truncamento  $T$ .

**Tabela 3.5:** Comparação entre as médias truncada e a obtida através das amostras geradas.

<i>fdc</i> Pareto	$E[x]$ Pareto	Parâmetro $\alpha$	Resultados Obtidos
$F(x) = 1 - \frac{1}{(1+x)^\alpha}$	$E_T[x] = \frac{\alpha}{F(T)} \left[ \frac{1}{\alpha(1+T)^\alpha} - \frac{1}{(\alpha-1)(1+T)^{\alpha-1}} + \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \right]$	1.10	7.236
		1.30	2.970
		1.60	1.576
		1.90	1.088
$f^{-1} = (1-U)^{\frac{-1}{\alpha}} - 1$	Obtida através das amostras geradas	1.10	7.079
		1.30	2.971
		1.60	1.582
		1.90	1.088

### 3.2 O Método Teórico TAM (*Transform Approximation Method*)

Para validar os modelos de simulação utilizados no capítulo 4 buscou-se uma ferramenta analítica para modelamento de sistemas de filas isolados com as distribuições de cauda pesada.

Uma das características das distribuições de cauda pesada é possuírem variância infinita, por este motivo, elas não possuem infinitos momentos [50], o que implica na inexistência de uma forma fechada da transformada de *Laplace*. Para contornar esse problema, *Harris* e *Fischer* em [48] sugeriram um método para obter uma aproximação, chamado de Método da Aproximação da Transformada – TAM. Desde então, este método é utilizado para analisar numericamente filas isoladas exclusivamente para os modelos G/M/1 e M/G/1. A seguir apresentamos a análise para o modelo G/M/1, que é o modelo considerado nas análises do Capítulo 4.

A abordagem usual para a obtenção teórica do tempo médio de fila e do tempo total de sistema considerando o modelo de fila G/M/1 requer a solução de um problema (*rootfinding*) envolvendo o método TAM. No caso da fila G/M/1, a forma adequada do problema é muitas vezes chamada de equação fundamental de processos de ramificação. Este problema pode ser solucionado determinando o valor do parâmetro auxiliar  $\sigma$  através da equação dada em (3.20) [48].

$$\sigma = A^*(\mu - \mu\sigma) \quad (3.20)$$

Onde  $A^*(s)$  é a transformada de *Laplace* para a distribuição de cauda pesada utilizada modelando o tempo entre chegadas dos pacotes e  $1/\mu$  é o tempo médio de serviço previsto. Segundo *Gross* em [50] e [48], para que o sistema se mantenha em equilíbrio a Eq. (3.20) deve conter somente um valor real, tal que,  $0 < \sigma < 1$  e  $0 < \rho < 1$ , em que  $\rho = \lambda/\mu$  representa a carga no sistema e  $\lambda$  é a taxa de chegada de pacotes.

Buscando solucionar a Eq. (3.20) e determinar o valor de  $\sigma$ , tem-se, a Eq. (3.21) que representa a transformada de *Laplace* de uma FDP qualquer [50] e [48].

$$f^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} f(x) dx, \quad \Re(s) \geq 0 \quad (3.21)$$

Se  $f(x)$  é uma distribuição de cauda pesada, então  $f^*(s)$  possui uma aproximação para a transformada de *Laplace* da seguinte forma: [50] e [48].

$$\sigma \cong \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e^{-sx(i)} = \frac{1}{N} e^{-(\mu - \mu\sigma)x(i)} \quad (3.22)$$

Onde  $x(i)$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , são escolhidos como uma aproximação de  $N$  pontos equiprováveis para a variável aleatória  $x$ , Ou seja,  $x(i)$  são as amostras TAM.

Quando a distribuição de cauda pesada é uma distribuição de Pareto, as amostras  $x(i)$  são dadas por: [51].

$$x(i) = \frac{1}{\left[1 - \left(\frac{i}{N+1}\right)\right]^{\frac{1}{\alpha}}} - 1 \quad (3.23)$$

Já quando a distribuição utilizada para modelar o tempo entre chegadas é uma Weibull, as amostras  $x(i)$  são representadas por: [51].

$$x(i) = \left[ \beta \left( -\ln \left( 1 - \frac{1}{N+1} \right) \right)^\alpha \right] \quad (3.24)$$

O valor de  $\sigma$  pode ser obtido através do método numérico de *Newton*, onde  $\sigma$  pode ser determinado iterativamente. Para um dado valor de  $N$ , calcula-se o valor de  $\sigma$ , em seguida aumenta-se o valor de  $N$  e calcula-se novamente o valor de  $\sigma$ . Quando os valores de  $\sigma$  estiverem suficientemente próximos, termina-se a iteração. Para determinar o valor de  $\sigma$  utilizamos a ferramenta *MathCad*, partindo já de um valor de  $N$  suficientemente alto,  $N = 10^5$ , para evitar o processo iterativo.

Calculado o valor de  $\sigma$ , podem-se utilizar as expressões (3.25) e (3.26) para calcular o tempo médio de fila e o tempo médio total no sistema.

$$E(W) = \frac{\sigma}{\mu(1-\sigma)} \quad (3.25)$$

$$E(W_q) = \frac{1}{\mu(1-\sigma)} \quad (3.26)$$

A distribuição Lognormal, infelizmente, não possui uma representação simples para as amostras  $x(i)$ . Entretanto, *Harris* e *Fischer* em [51] propuseram um método utilizando a ferramenta *Microsoft Excel Visual Basic* e a distribuição *Uniforme* em conjunto com a inversa da Lognormal, denominado de *U\_TAM Uniform Transformation Approximation Method*. Eles avaliaram os resultados teóricos e simulados, para o modelo de fila G/M/1, e constataram que embora o método TAM apresente resultados melhores, o método U\_TAM apresenta aplicabilidade bastante razoável.

### 3.3 Conclusões

Neste Capítulo fez-se uma revisão das características estatísticas das distribuições de cauda pesada utilizadas na modelagem de tráfego auto-similar. O método analítico TAM,

utilizado para analisar filas com tráfego modelado pelas distribuições de Pareto e Weibull, foi apresentado. Ainda, mostrou-se que, quando se utilizada a distribuição de Pareto, há necessidade de se operar com a média truncada, de forma a garantir convergência entre os resultados simulados e os resultados teóricos.

## Capítulo 4 - Redes de Filas com Tráfego Modelado por Distribuição de Cauda Pesada

Como descrito no Capítulo 1, o tráfego nas modernas redes de comutação de pacotes não podem ser modelados pela distribuição de Poisson, sendo necessário utilizar novas abordagens, como as distribuições de cauda pesada, para melhor caracterizar o tráfego.

Vários estudos analisam o desempenho de sistemas isolados de filas com tráfego de entrada modelado por distribuições de cauda pesada, como Pareto, Lognormal ou Weibull, mas há ainda uma lacuna quando se trata de analisar o desempenho de redes de filas submetidas a esse tipo de tráfego.

O objetivo deste capítulo é analisar, por meio de simulação, o desempenho das redes de filas quando o tráfego de entrada é modelado por uma distribuição de cauda pesada. Vários cenários são considerados e estão descritos nas seções seguintes do capítulo. Os modelos de fila utilizados nas simulações foram G/M/1, G/D/1 e G/G/1.

São analisados também alguns cenários com filas isoladas, para investigar a influência de diferentes formas de caracterizar o tráfego no comportamento da fila. Embora resultados para cada uma dessas formas estejam disponíveis na literatura (veja Capítulo 1), é difícil fazer comparações a partir desses resultados, pois os mesmos foram gerados a partir de ferramentas distintas e não necessariamente utilizaram a mesma metodologia. Logo, as análises com filas isoladas têm o intuito de obter resultados que possam ser utilizados para uma análise comparativa das diversas formas de se caracterizar o comportamento auto-similar do tráfego a partir de distribuições de cauda pesada.

O parâmetro de desempenho considerado nas análises é o tempo médio de permanência de um pacote na fila, em função da taxa de utilização do servidor (denotada por  $\rho$ ).



Os resultados simulados são obtidos com a ferramenta de simulação por evento discreto *ARENA 11.0 Professional*. O número médio de amostras para todas as simulações foi escolhido de forma a atingir um intervalo de confiança de 5%, com 95% de confiabilidade. Dessa forma, os resultados das simulações asseguram que em aproximadamente 95% das tentativas, os valores obtidos com a simulação estarão contidos no intervalo de  $\pm 5\%$  do valor medido informado.

O restante deste capítulo está organizado da seguinte forma: a Seção 4.2 apresenta a análise de filas isoladas considerando os modelos genéricos (G/M/1, G/D/1 e G/G/1) utilizando três diferentes cenários. Uma comparação dos resultados simulados, utilizando dois diferentes cenários (posteriormente denominados I e II), também é apresentada nesta seção. A Seção 4.3 apresenta o conceito de fator de desempenho entre as filas G/M/1 e M/M/1. Por fim, a Seção 4.4 apresenta os resultados obtidos para as redes de filas.

## 4.1 Análises de Filas Isoladas

Nesta seção investiga-se o desempenho de sistemas de filas isolados quando o tráfego é modelado por uma distribuição de cauda pesada.

As análises efetuadas têm um duplo objetivo: o primeiro é o de validar o comportamento do simulador utilizado a partir da comparação dos resultados obtidos com resultados de modelos analíticos disponíveis, o segundo é o de investigar a influência de diferentes cenários de caracterização do modelo de tráfego e de simulação no desempenho do sistema de fila.

A Figura 4.1 mostra o diagrama em blocos do sistema considerado, no qual tem-se uma fonte geradora de tráfego, uma única fila onde os pacotes são processados e um bloco recebe pacotes processados.



**Figura 4.1:** Cenário de simulação empregado para avaliar o comportamento de uma fila isolada.

O fator de utilização do servidor ( $\rho$ ) é a relação entre a taxa de chegada de pacotes na entrada da fila ( $\lambda$ ) multiplicado pelo tempo médio de serviço de cada pacote ( $1/\mu$ ). Ou seja.

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (4.1)$$

Para determinar o tempo médio de fila em função da utilização do servidor é necessário variar o valor de ( $\rho$ ) entre 0 e 1. Essa variação pode ser obtida de duas formas, variando o valor de ( $\mu$ ) ou variando o valor de ( $\lambda$ ), respectivamente denominados de cenários I e II.

Em um modelo de tráfego Poissoniano não há diferença comportamental para os cenários I e II. No entanto, quando o tráfego é modelado por uma distribuição de cauda pesada, a variação de  $\lambda$  é obtida variando-se os parâmetros de forma da distribuição e os resultados dos cenários I e II são diferentes.

Ainda, considerou-se um terceiro cenário, denominado de cenário III, no qual o tráfego é gerado a partir da composição de um determinado número de fontes idênticas, cada uma gerando tráfego segundo uma distribuição de causa pesada.

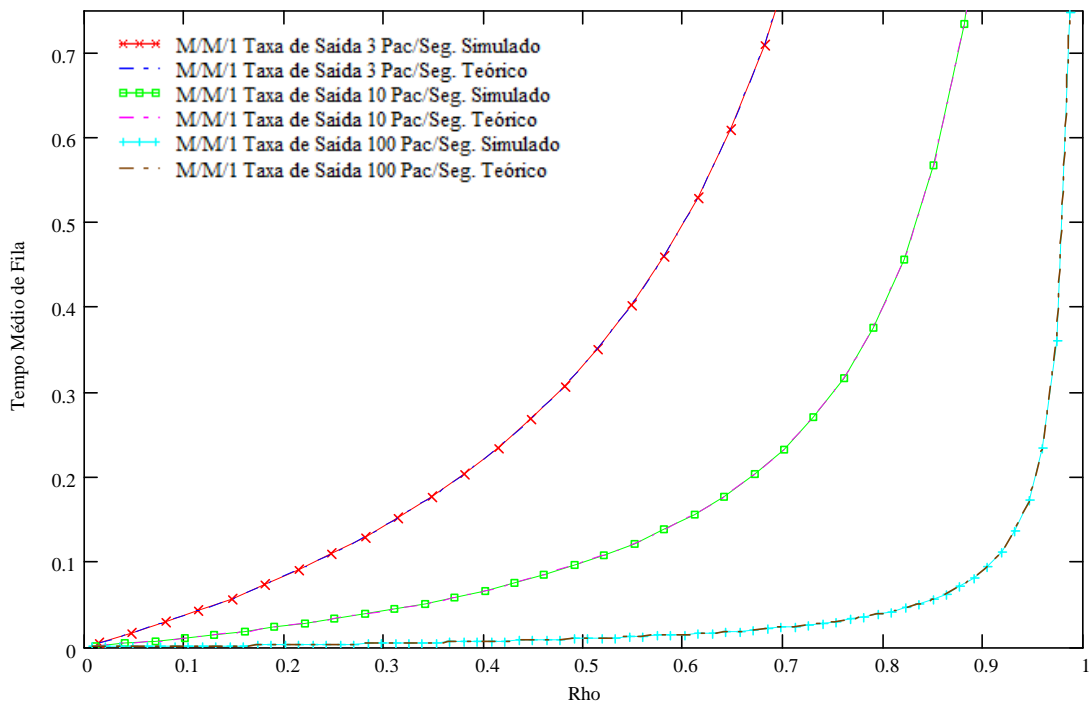
Antes de analisar o sistema com distribuições de cauda pesada, são realizadas algumas simulações considerando o modelo de fila M/M/1, com o objetivo de validar o comportamento do simulador. Para este tipo de sistema o tempo médio de permanência na fila pode ser calculado por [52]:

$$E(t_w) = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} \quad (4.2)$$

A expressão (4.2) indica que o tempo de fila, como era de se esperar, depende do fator de utilização do servidor e do tempo de serviço. Normalizando em relação ao tempo de serviço tem-se:

$$E(t_w)_N = \frac{\rho}{(1-\rho)} \quad (4.3)$$

A Figura 4.2 mostra o tempo médio de fila obtido no sistema da Figura 4.1 por meio de simulação e o resultado obtido por meio da equação (4.2). Considerou-se um servidor com as seguintes taxas de saída:  $\mu = 3, 10$  e  $100$  pacotes/segundo. Como pode-se observar, os resultados são idênticos, o que valida o comportamento do simulador, ao menos para tráfego Poissoniano.



**Figura 4.2:** Tempo médio de fila simulado e teórico considerando a fila M/M/1 com taxas de saída 3, 10 e 100 pacotes/segundo.

#### 4.1.1 Análise para o Cenário I

No cenário I a variação na utilização do servidor é obtida pela variação do tempo de serviço, com a taxa de chegada de pacotes fixa. Como o valor médio da taxa de chegada de pacotes é função dos parâmetros de forma das distribuições utilizadas, como descrito no Capítulo 3, isso equivale a fixar os parâmetros de forma das distribuições e variar o tempo médio de serviço. Esta abordagem para definição do tráfego de entrada é utilizada em: [3]-[48] e [51].

A Tabela 4.1 traz a configuração dos parâmetros para este cenário. O parâmetro de forma da distribuição de Pareto foi fixado em 1.30, obedecendo ao intervalo  $1 < \alpha < 2$  descrito no Capítulo 3 [45]. Já para a distribuição de Weibull o intervalo  $0 < \alpha < 1$  deve ser respeitado para que a distribuição seja considerada de cauda pesada [48], tendo-se adotado o valor  $\alpha = 0.257$ . Por fim, os parâmetros da distribuição Lognormal foram escolhidos de forma a se obter os mesmos valores de utilização, com os mesmos tempos de serviço, que os obtidos para a distribuição de Weibull.

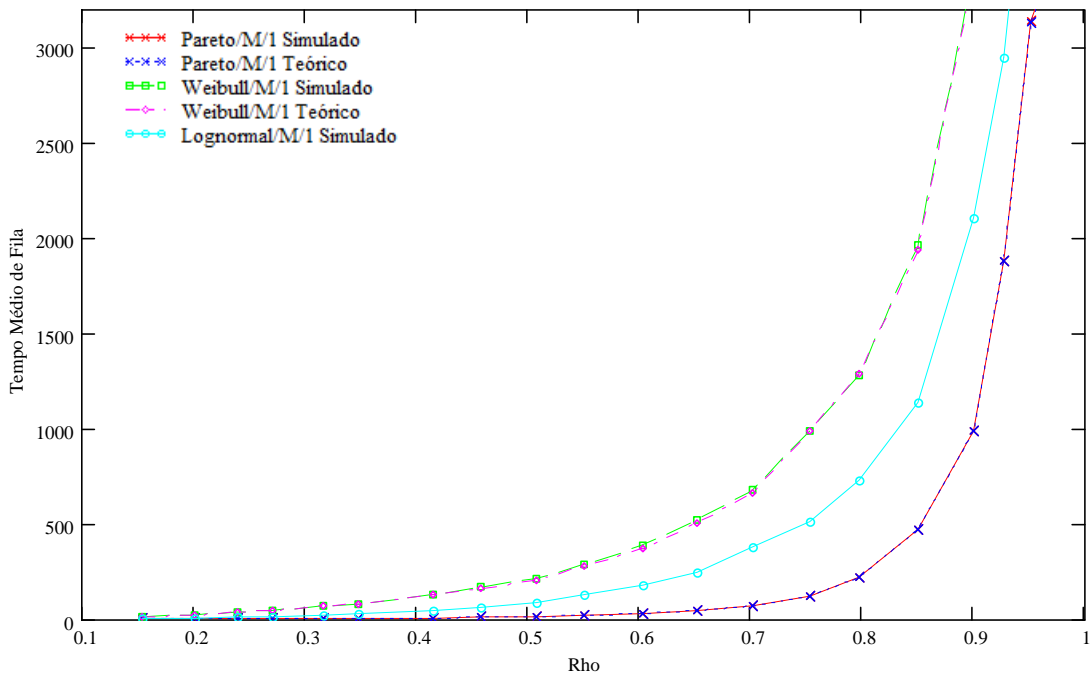
Observa-se que, em função dos valores escolhidos para os parâmetros de forma, o tempo de serviço variou de forma diferente para a distribuição de Pareto, se comparado com as outras duas.

**Tabela 4.1:** Configuração de parâmetros para o cenário I - parâmetros de forma fixos.

G	Alpha	Beta	Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/M/1		Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/D/1		Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/G/1		$\rho$	
			Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Carga Min.	Carga Max.
Pareto	1.30	-	0.4591	2.9407	0.4591	2.9407	0.4591	2.9332	0.1532	0.9813
Lognormal	1.015	2.0	3.1236	20.007	3.1236	20.007	3.1236	20.007	0.1532	0.9813
Weibull	0.257	1.0	3.1245	20.013	3.1245	20.013	3.1245	20.013	0.1532	0.9813

A Figura 4.3 mostra o tempo médio de fila obtido por meio de simulação e utilizando o método analítico TAM (*Transform Approximation Method*), apresentado no Capítulo 3, para as distribuições de Pareto e Weibull. Para a distribuição Lognormal apenas o resultado simulado é apresentado, uma vez que o método TAM não se aplica diretamente a esta distribuição (veja Capítulo 3). Os resultados são obtidos com os parâmetros estabelecidos conforme definido na Tabela 4.1.

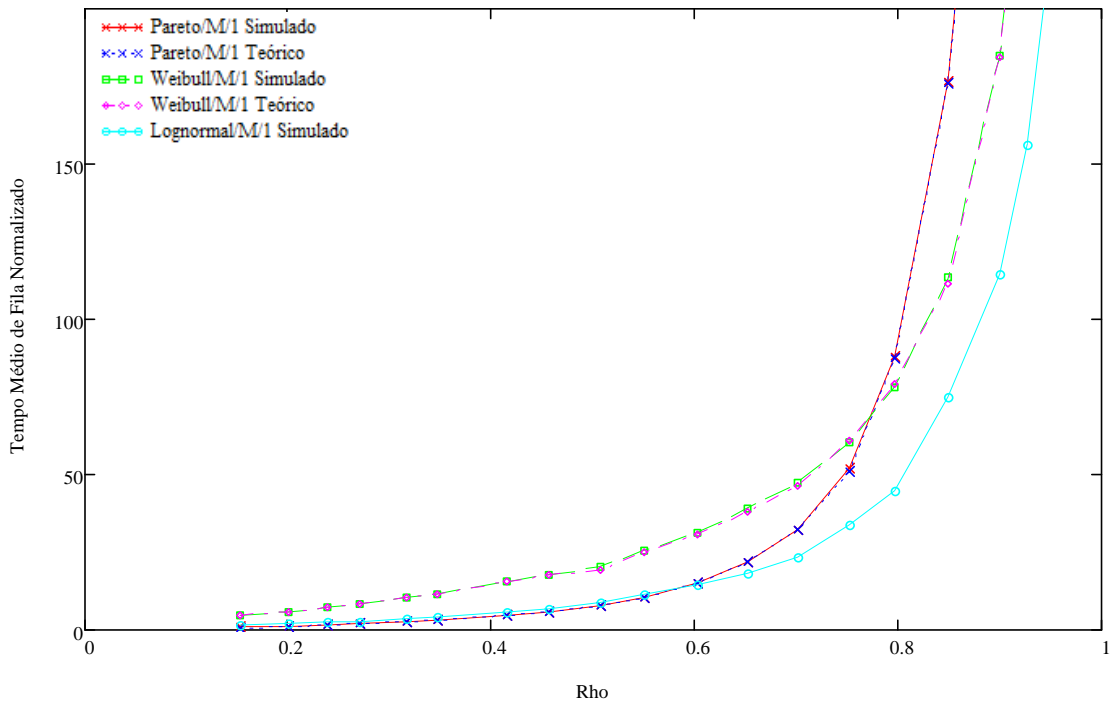
Os resultados apresentados na Figura 4.3, embora sirvam para validar a operação do simulador, não podem ser utilizados para uma comparação direta do desempenho dos três modelos de fila G/M/1 considerados. Isso ocorre porque os tempos de serviço nos três modelos foram ajustados para se obter a variação desejada para o parâmetro  $\rho$  e, como consequência, assumiram valores distintos em cada modelo.



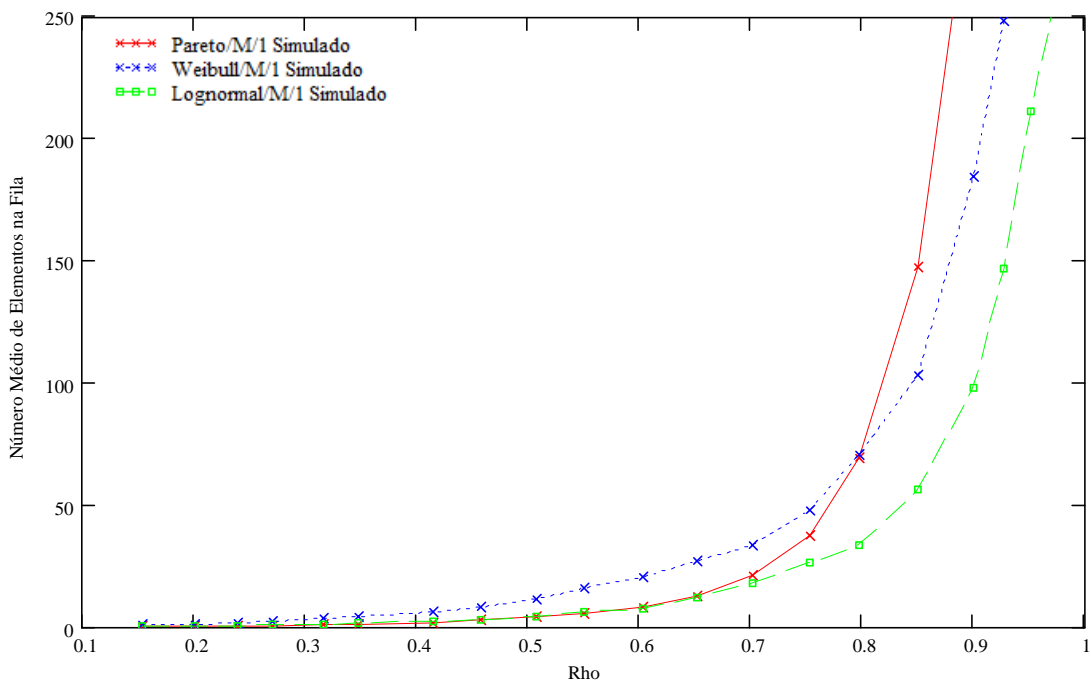
**Figura 4.3:** Tempo médio de fila simulado e teórico para as distribuições de Pareto, Weibull e simulado para a Lognormal considerando o cenário I e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo.

Para permitir a comparação do desempenho, a Figura 4.4 mostra o tempo médio de fila normalizado em relação ao tempo de serviço ( $1/\mu$ ). Tal comparação poderia também ser feita a partir do parâmetro número médio de elementos na fila, que é mostrado na Figura 4.5. Como era de se esperar, qualitativamente, os resultados apresentados pelas Figuras 4.4 e 4.5 são idênticos. Com base na Figura 4.4, pode-se observar que a distribuição Lognormal resulta no menor tempo médio de fila, enquanto as distribuições de Pareto e Weibull resultam em pior desempenho, com Weibull pior que Pareto para  $\rho < 0.78$  e Pareto pior que Weibull em caso contrário.

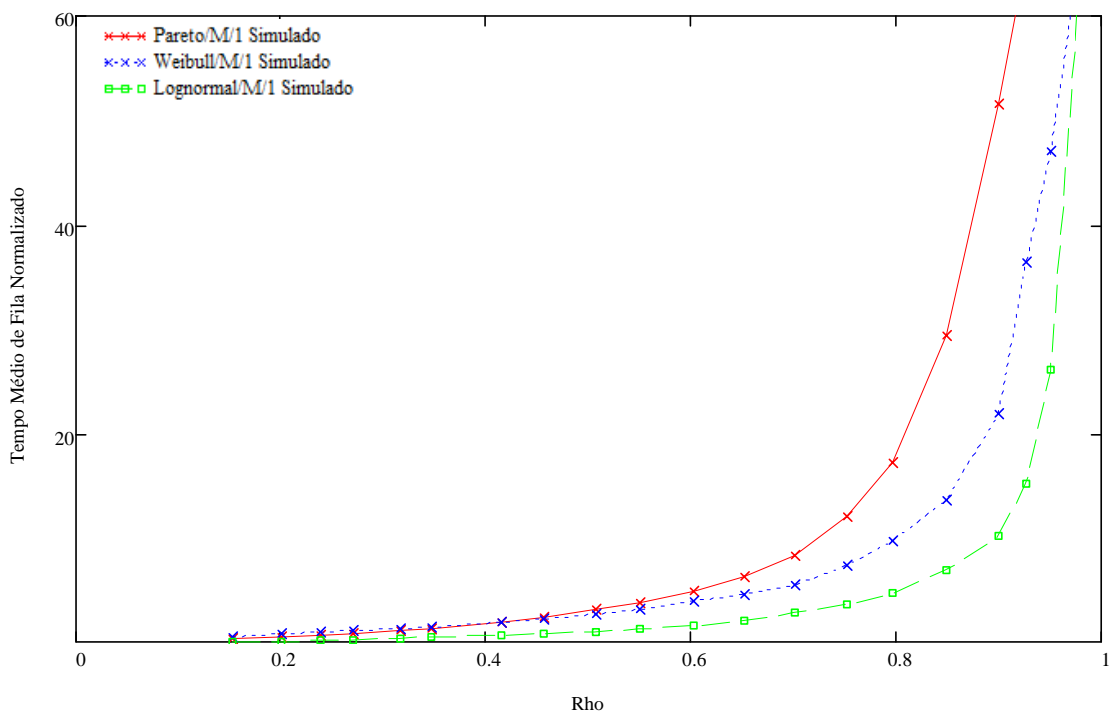
Durante as simulações observou-se que os desempenhos das filas com tráfego modelado por distribuição de cauda pesada variam com os seus parâmetros de forma. Para ilustrar essa influência a Figura 4.6 mostra o tempo médio de fila normalizado para as filas G/M/1. Os parâmetros utilizados para as distribuições consideradas foram: 1.70 para a distribuição de Pareto, 2.8515 para a Lognormal e 0.6515 para Weibull.



**Figura 4.4:** Tempo médio de fila simulado e teórico para Pareto, Weibull e simulado para Lognormal, considerando o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.30, 0.257 e 1.015, respectivamente.



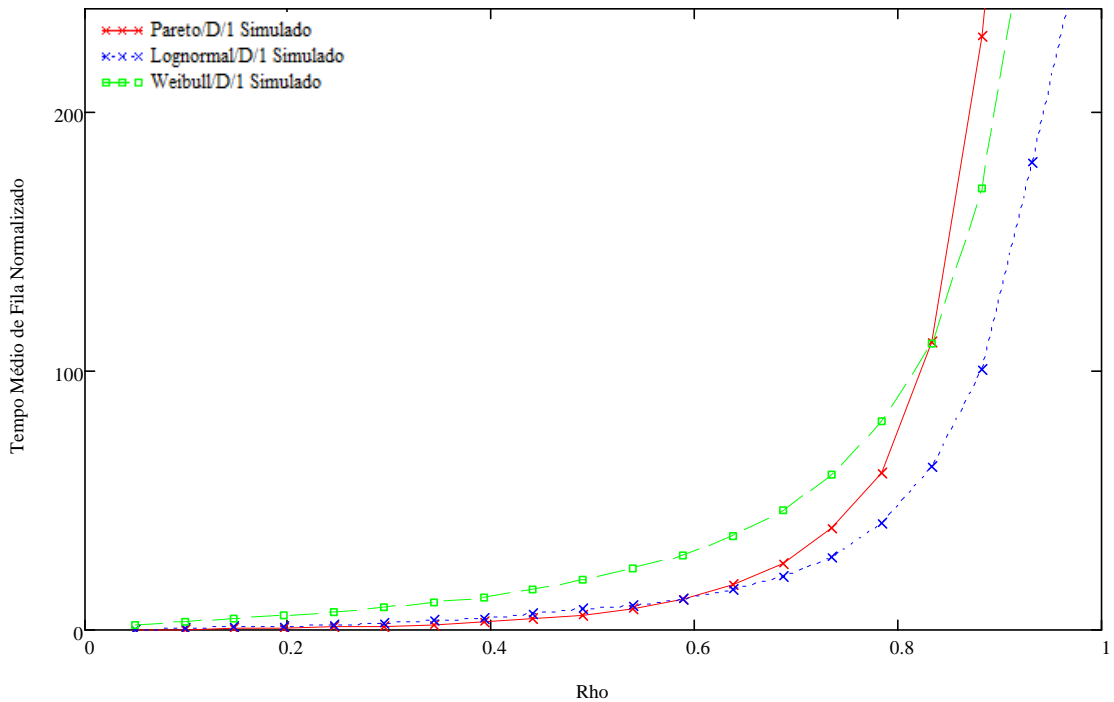
**Figura 4.5:** Número médio de elementos na fila simulado para Pareto, Weibull e Lognormal considerando o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.30, 0.257 e 1.015, respectivamente.



**Figura 4.6:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Lognormal e Weibull considerando o cenário I e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.70, 2.8515 e 0.6515, respectivamente.

As Figuras 4.4 e 4.6 mostram que, mesmo respeitando os limites dos parâmetros de forma das distribuições de cauda pesada e normalizando o tempo médio de fila, o comportamento das filas varia com os parâmetros de forma da distribuição considerada. Percebe-se que o tempo médio da distribuição de Pareto tornou-se maior para o modelo apresentado na Figura 4.6, diferentemente do apresentado na Figura 4.4. Observa-se ainda que a distribuição Lognormal apresentou o menor tempo médio de fila em ambos os casos.

A Figura 4.7 mostra os resultados obtidos considerando agora o modelo de fila G/D/1, com o processo de chegada modelado pelas distribuições de Pareto, Lognormal e Weibull. Observa-se que existe uma semelhança comportamental entre os modelos G/M/1 e G/D/1, isto é, a distribuição Lognormal continua possuindo o menor tempo médio de fila e a de Pareto o maior, para cargas maiores do que 0.82. Para cargas inferiores a este valor a distribuição de Weibull possui o maior tempo médio de fila. Os parâmetros de forma utilizados aqui foram os definidos na Tabela 4.1.



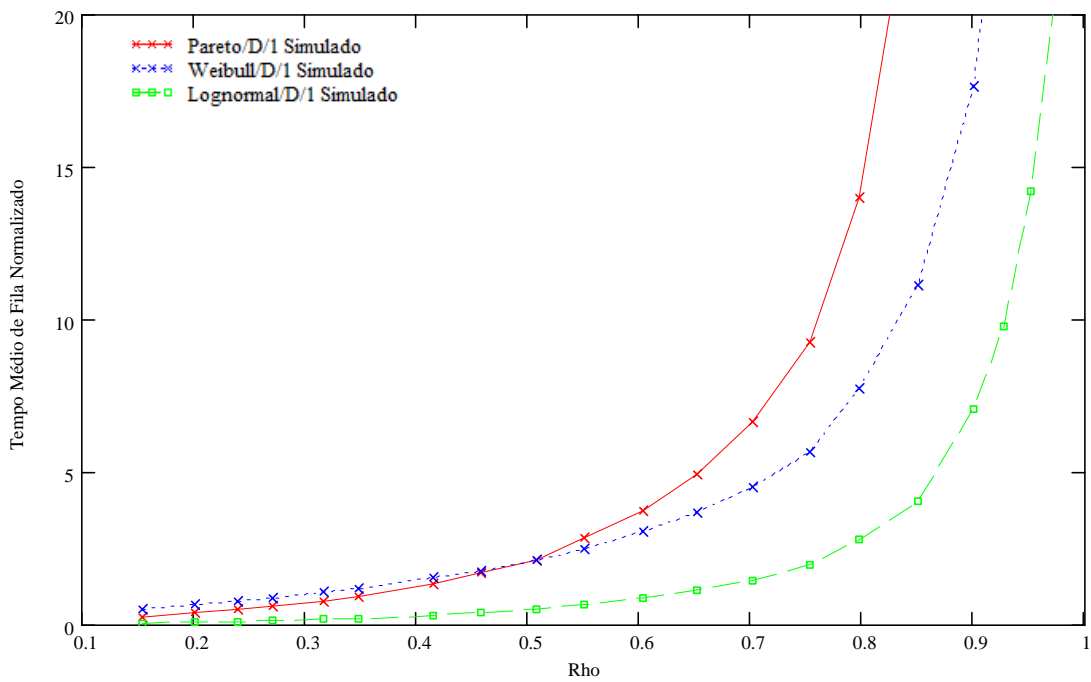
**Figura 4.7:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário I e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada fixo.

Pode-se constatar ainda, por meio das Figuras 4.4 e 4.7, que os tempos médios de fila para o modelo G/D/1 são sempre menores (cerca de 3 vezes para Pareto e 2 vezes para Lognormal e Weibull) do que os mesmos tempos para o modelo G/M/1. Para as distribuições Lognormal e Weibull a diferença é aproximadamente a mesma observada quando se compara os modelos M/D/1 e M/M/1.

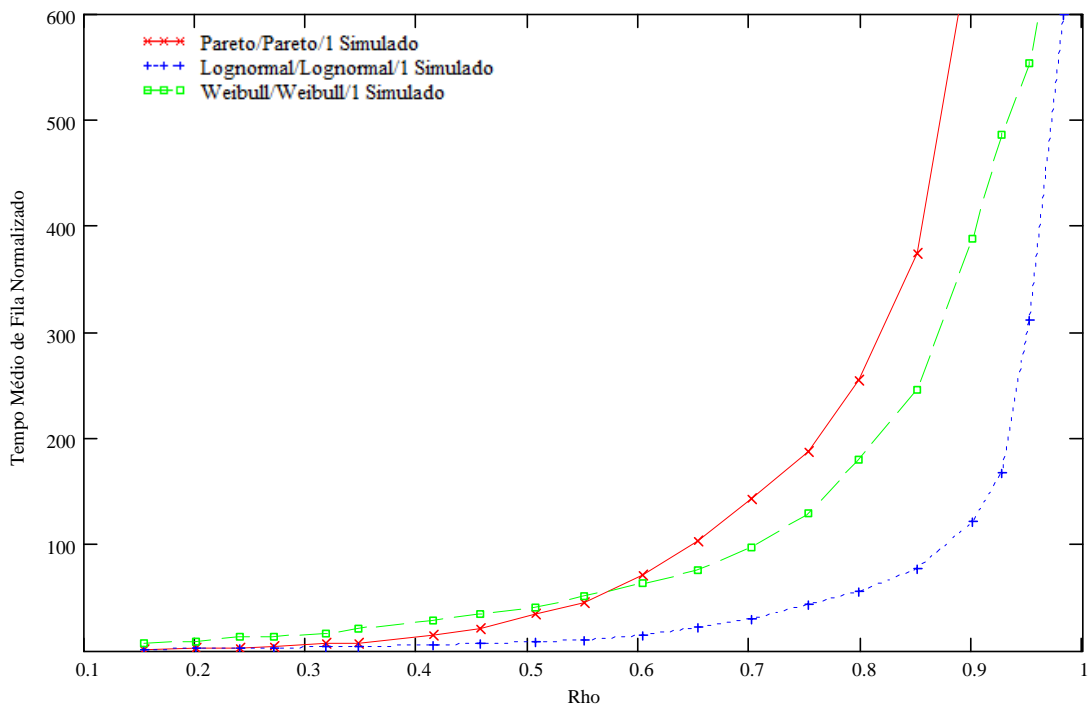
A Figura 4.8 mostra os resultados obtidos para as filas G/D/1, com os seguintes parâmetros de forma: 1.70 para a distribuição de Pareto, 2.8515 para a Lognormal e 0.6515 para Weibull. Comparando com a Figura 4.7, observa-se mais uma vez que os resultados dependem dos parâmetros de forma.

As Figuras 4.9 e 4.10 mostram agora os resultados obtidos com modelos do tipo G/G/1. considerou-se que os processos de chegada e partida foram modelados pelas distribuições de Pareto, Lognormal e Weibull, dando origem aos modelos Pareto/Pareto/1, Lognormal/Lognormal/1 e Weibull/Weibull/1.





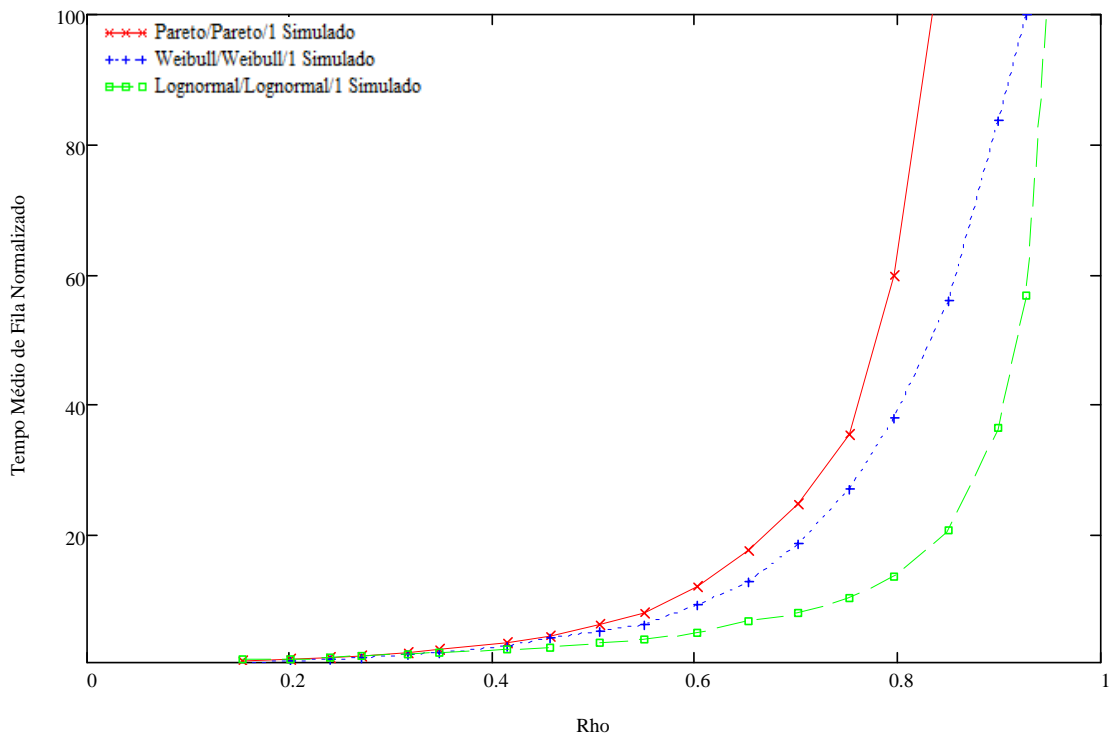
**Figura 4.8:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário I e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada fixo.



**Figura 4.9:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.30, 0.257 e 1.015, respectivamente.

Observa-se que os tempos médios de filas ilustrados na Figura 4.9 também possuem semelhança comportamental com os modelos anteriores (G/M/1 e G/D/1), quando são utilizados os mesmos valores dos parâmetros de forma. Entretanto, o ponto em comum para o tempo médio de fila das distribuições de Pareto e Weibull acontece antes ( $\rho = 0.57$ ). Pode-se observar ainda que a distribuição Lognormal continua a possuir o menor tempo médio de fila.

Por fim, a Figura 4.10 mostra que, mais uma vez, os resultados obtidos dependem dos parâmetros de forma das distribuições.



**Figura 4.10:** Tempo médio de fila simulado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada fixo: 1.70, 0.6515 e 2.8515 respectivamente.

Finalizando esta seção, pode-se concluir que os tempos médios de filas não dependem somente do fator de utilização do servidor. Mostrou-se que quando os parâmetros de forma assumem valores diferentes na entrada do sistema, os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1 produzem resultados para os tempos médios de filas diferentes, para um mesmo valor de  $\rho$ .

#### 4.1.2 Análise para o Cenário II

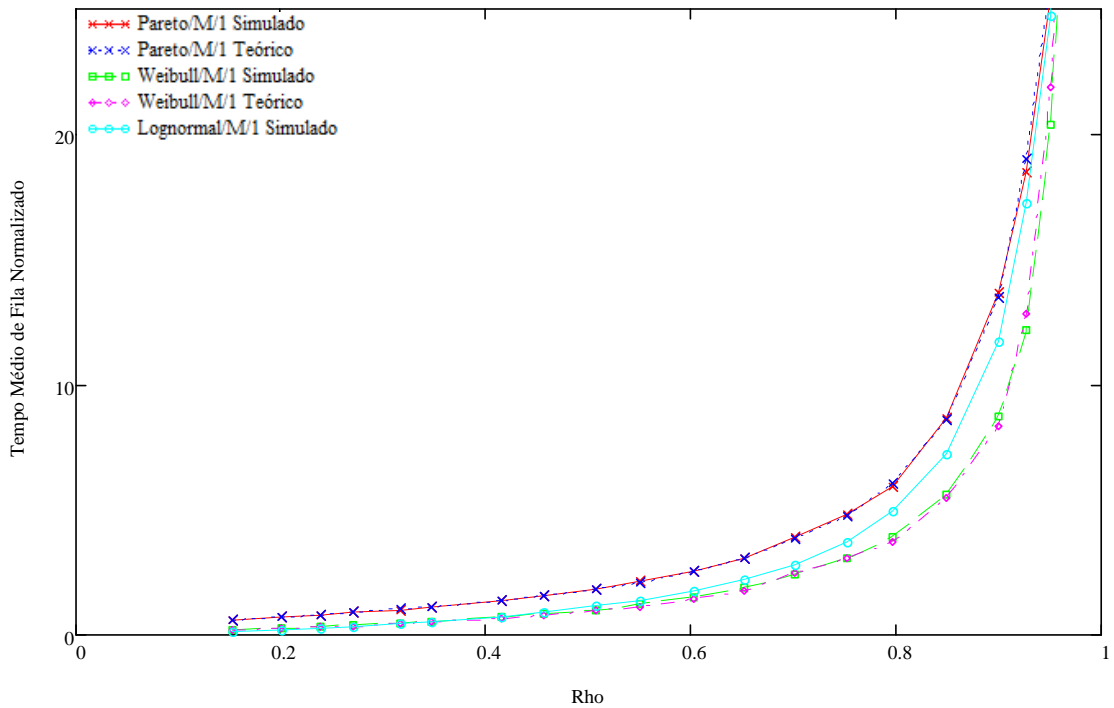
No cenário II os tempos de serviço de cada modelo foram fixados e os parâmetros de forma das distribuições de cauda pesada foram variados para se obter o desempenho de cada fila em função do fator de utilização ( $\rho$ ). Essa abordagem tem a vantagem de permitir a comparação dos resultados sem a necessidade de normalização dos tempos médios de filas, mas resultam, em alguns casos, em valores dos parâmetros de entrada fora da faixa recomendada para a caracterização de tráfego auto-similar, conforme definido no Capítulo 3. A Tabela 4.2 resume os valores utilizados para os diversos parâmetros.

*Tabela 4.2: Configuração de parâmetros para o cenário II - parâmetros de forma variável.*

G	Alpha variável		Beta Fixo	Tempo de Serviço Fixo para o Modelo G/M/1	Tempo de Serviço Fixo para o Modelo G/D/1	Tempo de Serviço Fixo para o Modelo G/G/1	$\rho$	
	Alpha Min.	Alpha Max.					Carga Min.	Carga Max.
Pareto	0.4596	2.9439	-	0.333 Seg.	0.333 Seg.	0.333 Seg.	0.1532	0.9813
Lognormal	-1.579	0.2773	1.0	0.333 Seg.	0.333 Seg.	0.333 Seg.	0.1532	0.9813
Weibull	0.1698	1.0879	0.5	0.333 Seg.	0.333 Seg.	0.333 Seg.	0.1532	0.9813

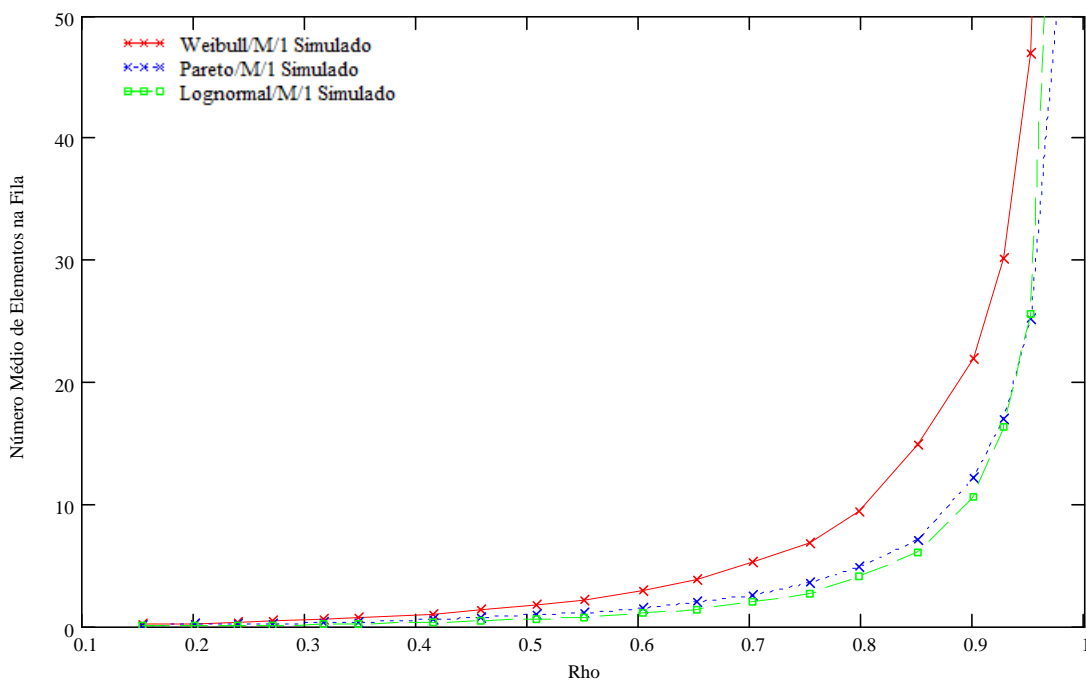
Os resultados teóricos para Pareto e Weibull, são também apresentados para validar a simulação. A Figura 4.11 mostra os tempos médios de filas para as filas Pareto/M/1, Lognormal/M/1 e Weibull/M/1. Observa-se que se utilizarmos o mesmo tempo de serviço para o modelo G/M/1 e variarmos o parâmetro de forma, a distribuição de Pareto possui o maior tempo médio de fila e a de Weibull o menor, para qualquer valor de carga submetido ao sistema.

Ao contrario dos resultados apresentados na Figura 4.4, onde é mostrado que se mantermos os parâmetros de forma fixos e variarmos o tempo de serviço considerando o mesmo modelo de fila, o tempo médio de fila modifica-se, ou seja, a distribuição Lognormal passa a possuir o menor tempo médio e as distribuições de Pareto e Weibull intercalam-se entre maior e menor tempo, tendo um ponto em comum para uma carga de aproximadamente 78%.



**Figura 4.11:** Tempo médio de fila simulado e teórico para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 3$  pac/seg.

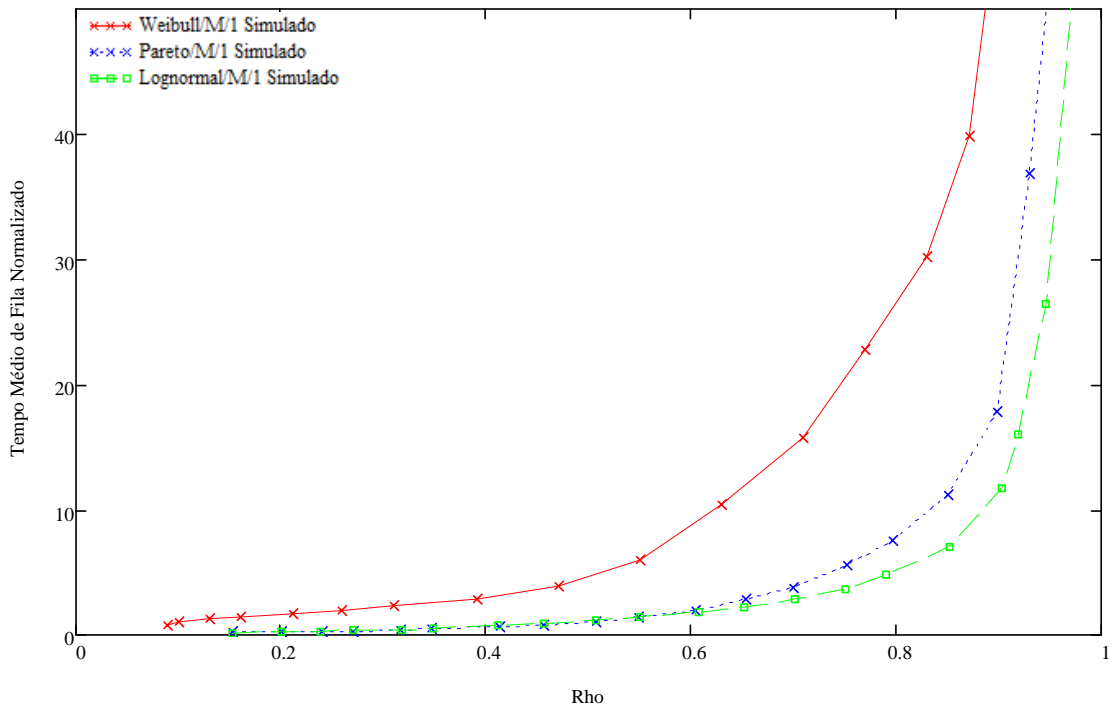
A Figura 4.12 apresenta o número médio de elementos na fila para os modelos G/M/1. Comparando esta Figura com a Figura 4.11, observa-se que, diferente do que ocorreu no cenário I, o comportamento qualitativo do tempo médio de fila e do número médio de elementos na fila não se manteve. Este é um comportamento inesperado, para o qual não se encontrou uma explicação satisfatória. O efeito pode estar relacionado ao fato do comportamento das filas, como mostrado para o Cenário I, variar com os parâmetros de forma (mesmo para valores idênticos de carga), que no Cenário II são variados para se obter a variação desejada do fator de utilização. No entanto, não se encontrou uma forma razoável para comprovar a relação entre causa e efeito. Vale ressaltar que a possibilidade de problema no modelo de simulação foi descartada, uma vez que o mesmo foi validado para este cenário, e para o anterior, comparando-se os resultados obtidos com simulação com os resultados obtidos pelo modelo analítico TAM.



**Figura 4.12:** Número médio de elementos na fila simulado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 3$  pac/seg.

Para o cenário I, apresentou-se a influência do parâmetro de forma nos resultados. Neste cenário é investigada a influência da taxa de saída  $\mu$ . Para tal, primeiro considerou-se um servidor com taxa de saída  $\mu = 3$  pacotes/segundo, já ilustrado na Figura 4.11, e, em seguida, a taxa de saída foi aumentada para 10 pacotes/segundo, cujos resultados são mostrados na Figura 4.13. Como pode-se observar, os tempos médios ilustrados pelas Figuras são qualitativamente diferentes. Para a primeira observação, a distribuição de Weibull possui o menor tempo de fila e a de Pareto o maior, já para a observação seguinte, a distribuição de Weibull possui o maior tempo de fila e a Lognormal o menor.

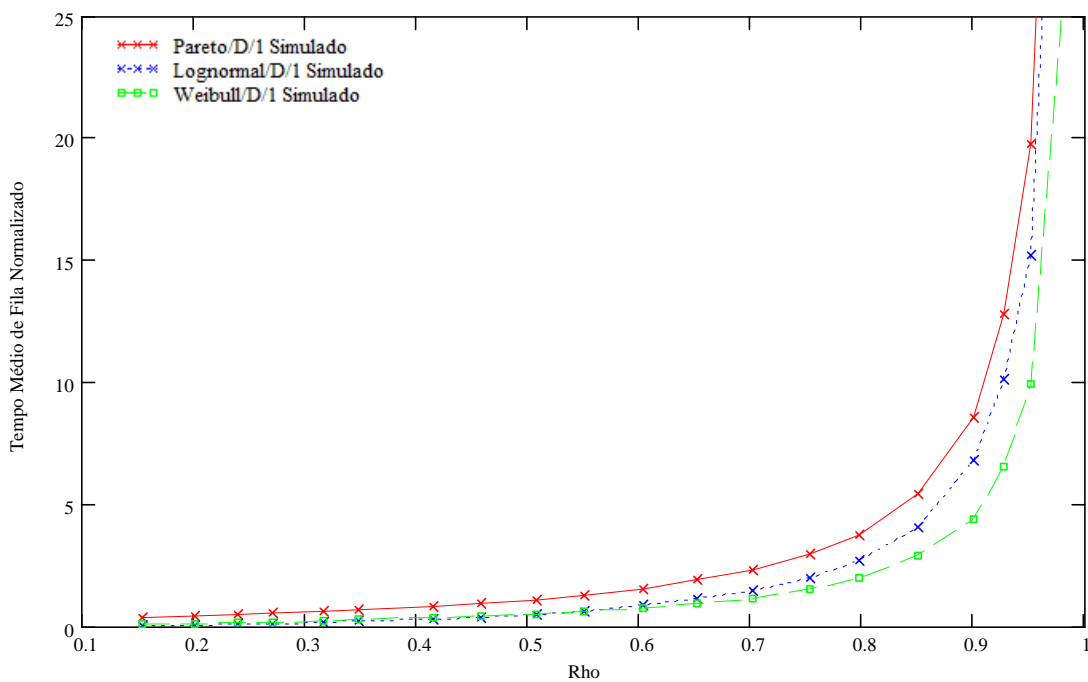
Deve-se observar que ao variar o valor fixado para  $\mu$  houve também mudança na faixa de variação dos parâmetros de forma, que passaram a ser: 1.532 a 9.813 para a distribuição de Pareto, - 0.9265 a - 2.7837 para Lognormal e 0.0509 a 0.3263 para Weibull.



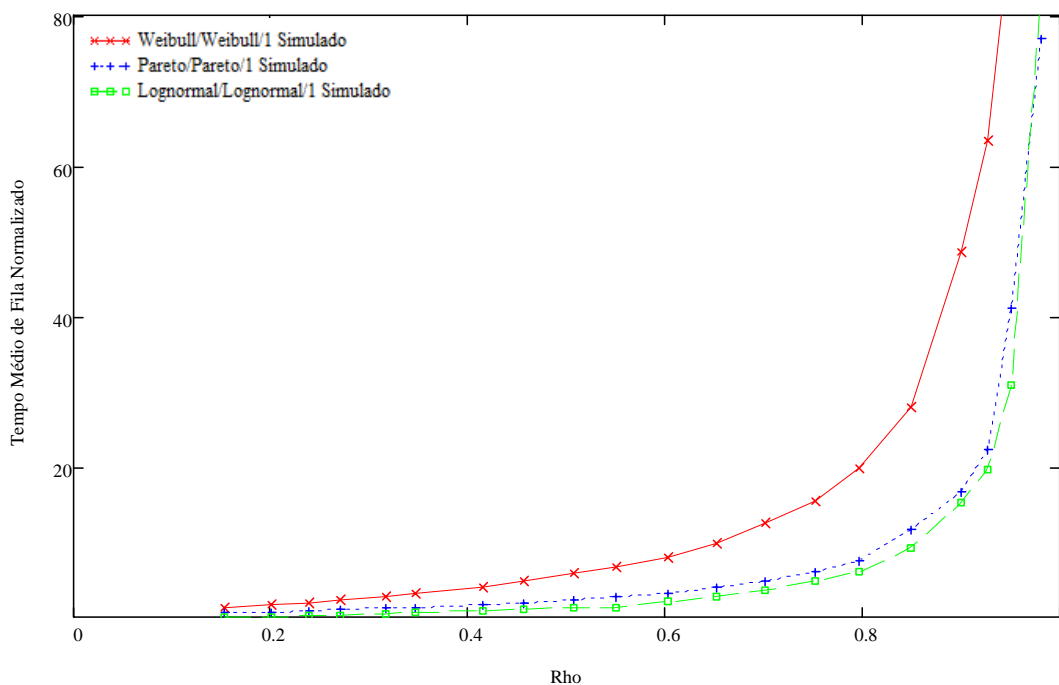
**Figura 4.13:** Tempo médio de fila simulado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/M/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 10$  pac/seg.

As Figuras 4.14 e 4.15 mostram agora os resultados para os modelos G/D/1 e G/G/1, com parâmetros de forma variáveis de acordo com os citados na Tabela 4.2 e taxa da saída fixada em 3 pacotes/segundo. Percebe-se que os tempos médios de filas também são qualitativamente diferentes para os modelos em questão, com a distribuição de Weibull tendo o menor tempo no modelo G/D/1 e o maior tempo no modelo G/G/1. Além disso, pode-se observar que as curvas inverteram suas posições de um modelo para o outro.

Quando a comparação é realizada para os modelos G/D/1 e G/G/1, considerando os parâmetros de forma fixos e variáveis, as Figuras 4.7 e 4.14 mostram que se variarmos o parâmetro de forma, o tempo médio de fila referente ao modelo G/D/1 é 10 vezes menor em relação ao mesmo modelo com parâmetro de forma fixo. Já as Figuras 4.9 e 4.15 mostram que, quando o parâmetro de forma sofre variações para o modelo G/G/1, o tempo médio de fila é cerca de 8 vezes menor, comparando a situação com parâmetro de forma fixo. Percebam que esta comparação só pode ser feita porque os tempos médios de filas foram todos normalizados em função do tempo de serviço.

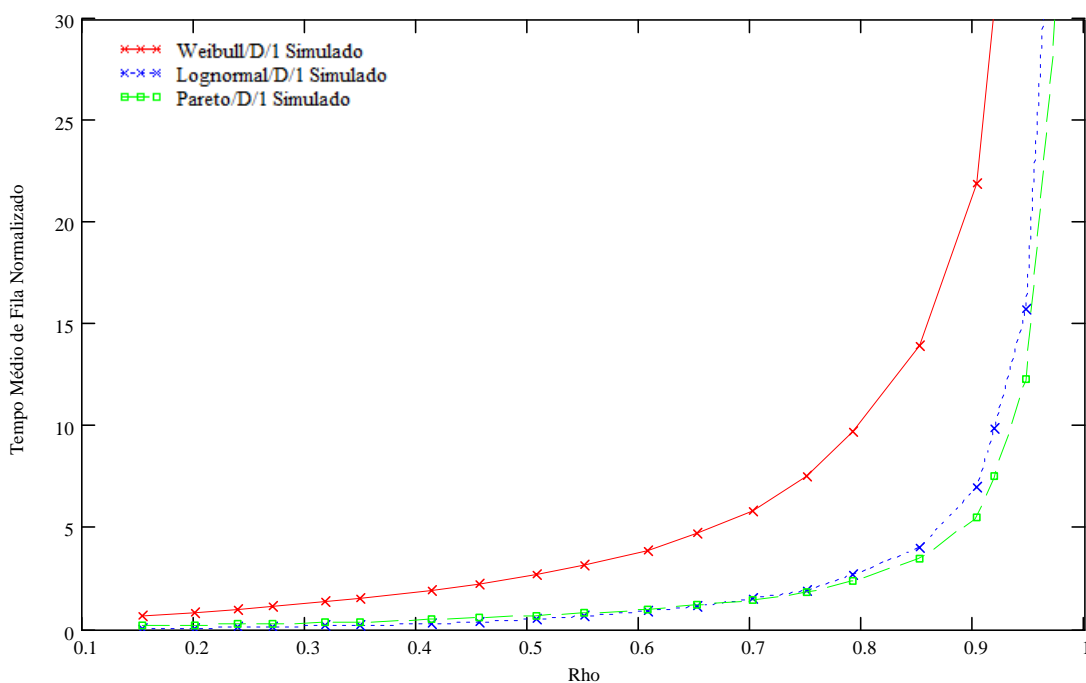


**Figura 4.14:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 3$  pac/seg.



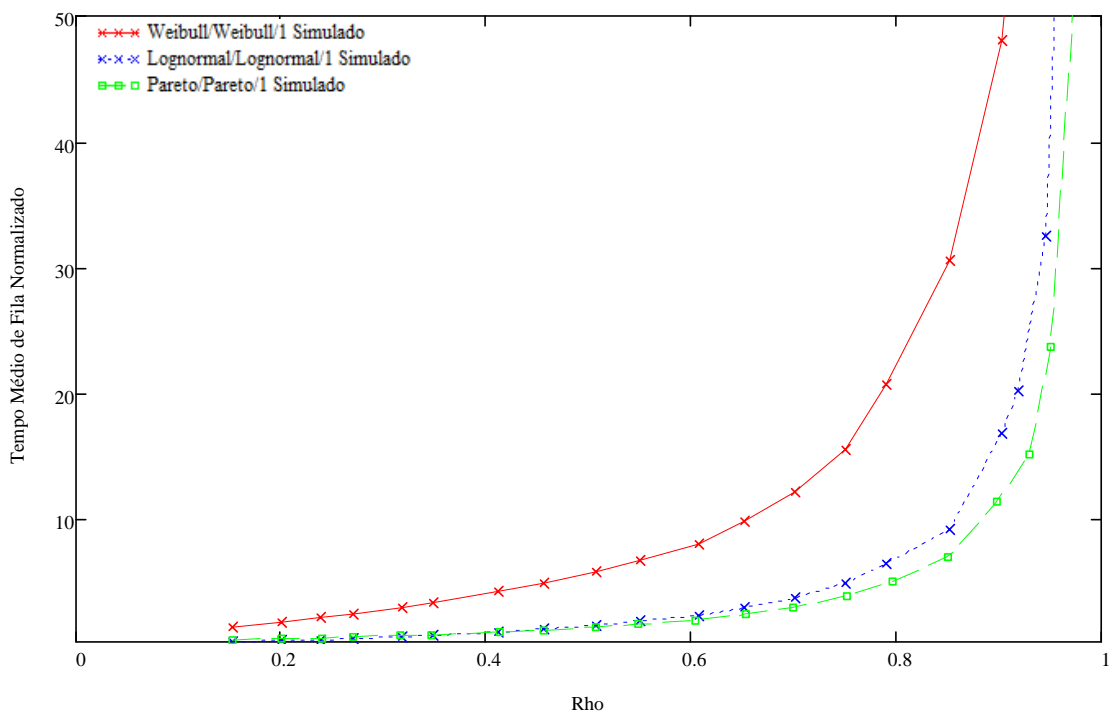
**Figura 4.15:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 3$  pac/seg.

Finalizando esta seção têm-se as Figuras 4.16 e 4.17, que mostram a influência da taxa de saída  $\mu$  para os modelos G/D/1 e G/G/1 considerou-se agora a taxa de saída de 10 pacotes/segundo. As Figuras 4.14 e 4.16 mostram, para taxas de saídas 3 e 10 pacotes/segundo respectivamente, que os tempos médios de filas são diferentes considerando o mesmo modelo de fila. Pode-se observar ainda, através das Figuras 4.15 e 4.17, que os tempos médios de filas também são diferentes para o modelo G/G/1, o que mostra a influência da taxa de saída  $\mu$  para ambos os modelos.



**Figura 4.16:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/D/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 10$  pac/seg.





**Figura 4.17:** Tempo médio de fila simulado e normalizado para as distribuições de Pareto, Weibull e Lognormal considerando o cenário II e o modelo G/G/1 com parâmetro de entrada variável:  $\mu = 10$  pac/seg.

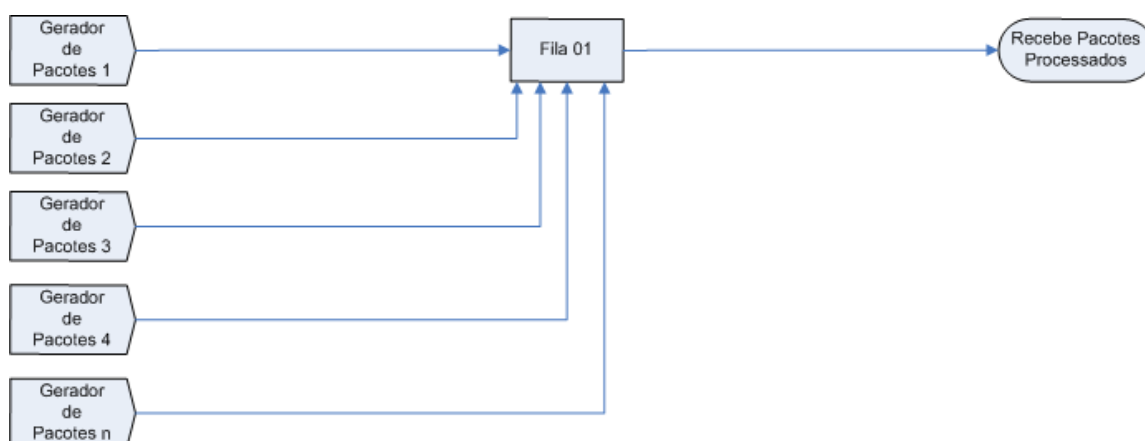
### 4.1.3 Análise para o Cenário III

No cenário III considera-se que o tráfego de entrada no sistema de fila é a composição de tráfegos oriundos de  $n$  fontes idênticas e independentes, todas com as mesmas características. Dessa forma, a variação do fator de utilização do servidor é obtida variando o número de fontes geradoras de tráfego. Essa abordagem para definição do tráfego de entrada foi utilizada em [12] [22] e [53]. A Figura 4.18 ilustra o diagrama de blocos do cenário III. Consideraram-se, em nossas simulações, os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1.

A Tabela 4.3 resume os parâmetros utilizados para cada um dos modelos de fila para cada uma das fontes do cenário. Percebe-se que o tempo de serviço para a distribuição de Pareto possui valor diferente das outras distribuições considerando os mesmos modelos de filas. A justificativa está relacionada com os parâmetros de forma, ou seja, o objetivo foi manter os mesmos valores dos parâmetros de forma das distribuições de cauda pesada utilizados no cenário I, de modo a permitir a comparação dos resultados.

**Tabela 4.3:** Configuração de Parâmetros para o cenário III - parâmetros de entrada e saída fixos.

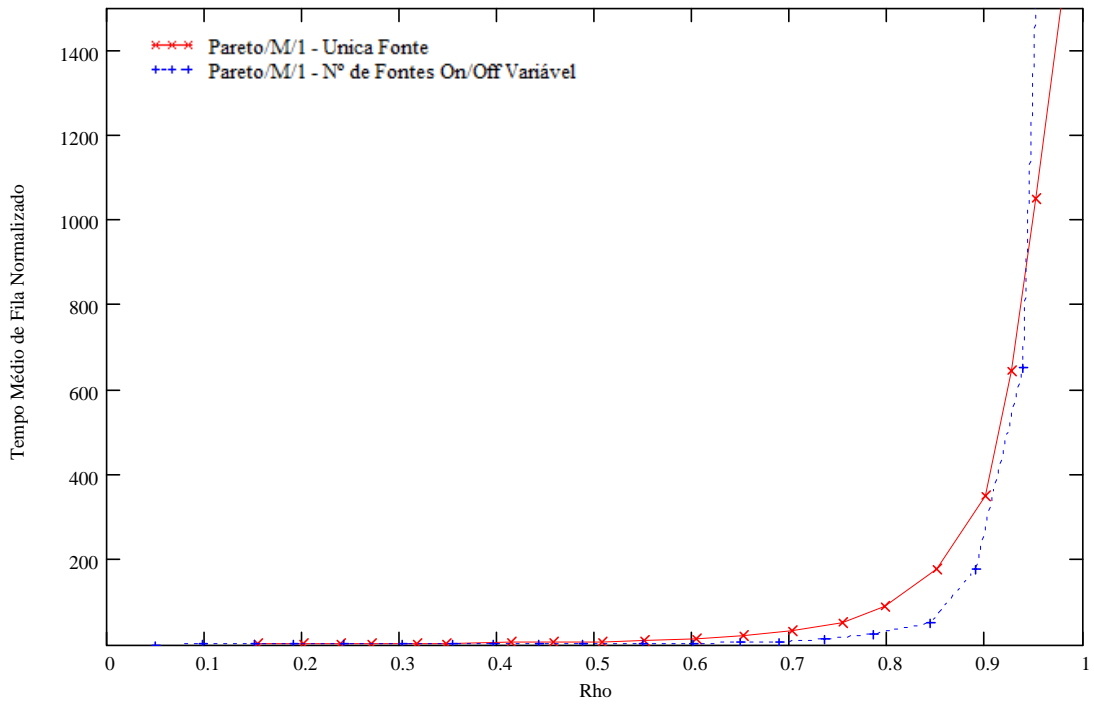
G	Alpha Fixo	Beta Fixo	Tempo de Serviço Fixo para o Modelo G/M/1	Tempo de Serviço Fixo para o Modelo G/D/1	Tempo de Serviço Fixo para o Modelo G/G/1	$\rho$	$\rho$
						Carga Min.	Carga Max.
Pareto	1.30	-	0.154 Pac/Seg.	0.154 Pac/Seg.	0.154 Pac/Seg.	0.04901	0.98241
Lognormal	1.015	2.0	1.000 Pac/Seg.	1.000 Pac/Seg.	1.000 Pac/Seg.	0.04901	0.98241
Weibull	0.257	1.0	1.000 Pac/Seg.	1.000 Pac/Seg.	1.000 Pac/Seg.	0.04901	0.98241



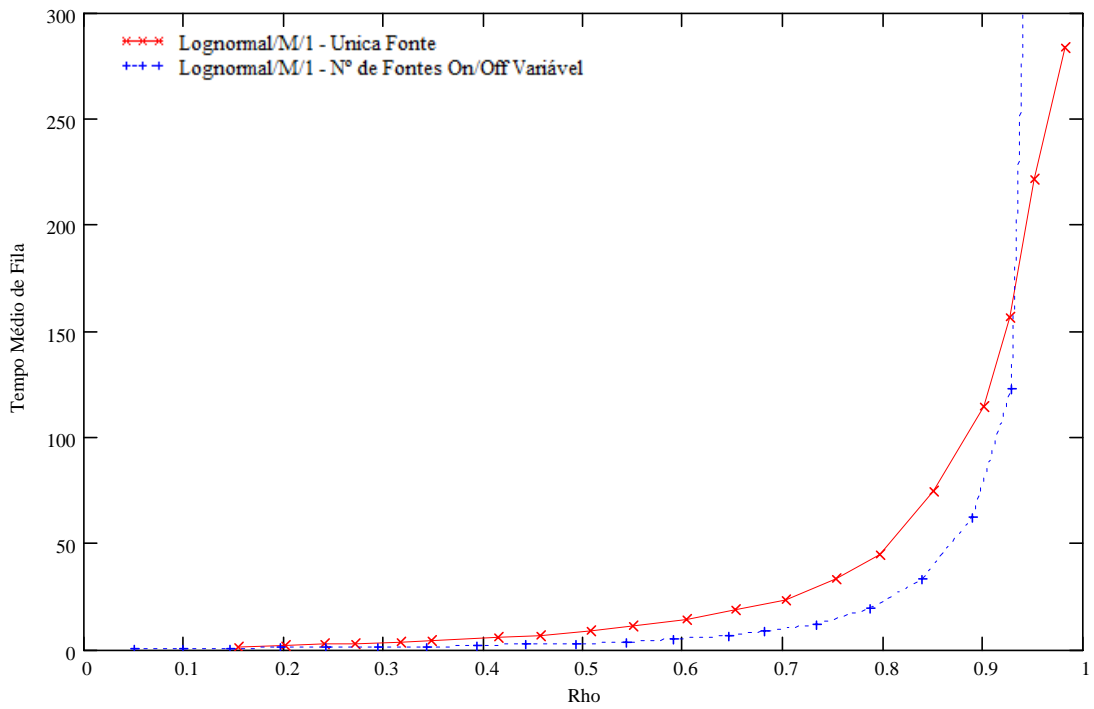
**Figura 4.18:** Cenário de simulação com  $n$  geradores e uma fila empregados para avaliar o comportamento dos modelos de filas G/M/1, G/D/1 e G/G/1.

Note que, neste caso, o método TAM não pôde ser utilizado para a determinação do desempenho teórico do sistema de fila, uma vez que o tráfego de entrada é agora o somatório de tráfegos modelados por distribuições de cauda pesada e a função densidade de probabilidade da soma dos tráfegos não mantém a mesma forma da função densidade de probabilidade de cada parcela.

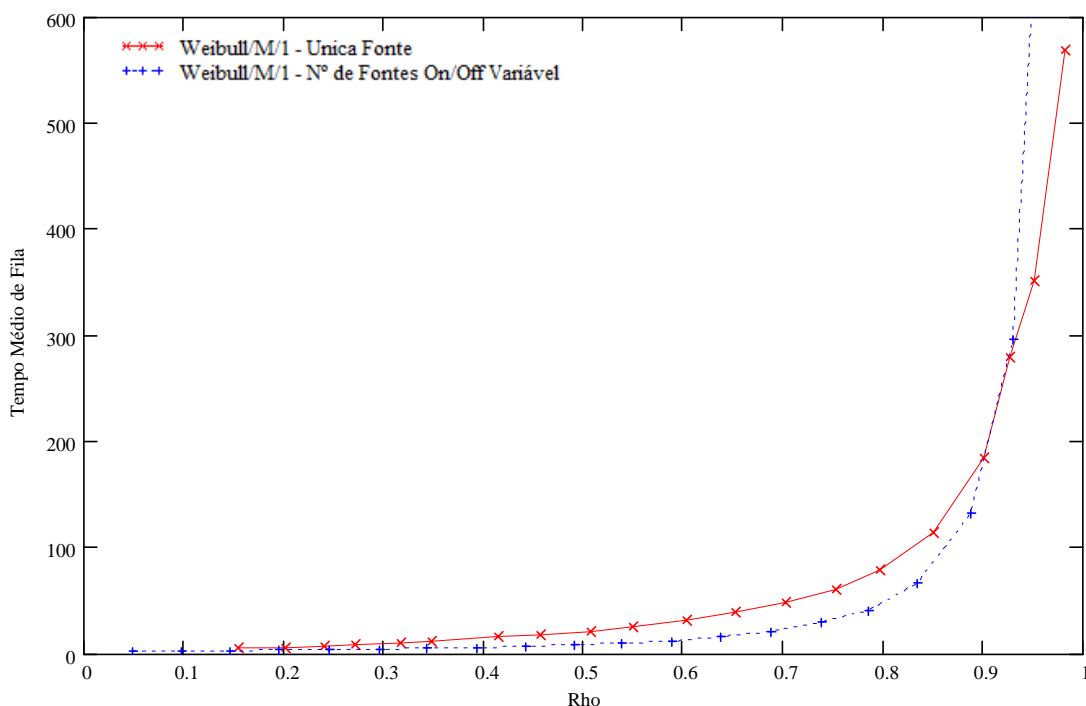
As Figuras 4.19, 4.20 e 4.21 mostram os resultados obtidos por meio de simulação para o modelo de fila G/M/1, considerando os cenários I e III. Observa-se que o cenário I possui tempos médios de filas maiores em relação ao cenário III para cargas menores do que 90%, enquanto para cargas superiores o cenário III possui tempos médios de filas maiores. Através destes resultados pode-se constatar ainda que ao se utilizar os mesmos parâmetros de forma na entrada do sistema para os cenários I e III, o modelo de fila Pareto/M/1 possui sempre tempo médio de fila maior, e o modelo Lognormal/M/1 sempre o menor.



**Figura 4.19:** Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Pareto/M/1.



**Figura 4.20:** Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Lognormal/M/1.



**Figura 4.21:** Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Weibull/M/1.

Quando a mesma análise é realizada para o modelo de fila G/D/1, ilustrada pelas Figuras 4.22, 4.23 e 4.24, os tempos médios de filas para o cenário III também são menores em relação ao cenário I.

Finalizando a comparação dos tempos médios de filas simulados para os cenários I e III, têm-se o modelo de fila G/G/1. Os resultados ilustrados pelas Figuras 4.25, 4.26 e 4.27 mostram que, para as distribuições de Pareto e Weibull, o cenário I apresenta tempo médio de fila consideravelmente maior que o obtido no cenário III. Para a distribuição Lognormal o tempo médio de fila no cenário I também é maior do que o obtido no cenário III, mas a diferença entre ambos não é tão significativa.

Diante dos resultados pode-se concluir que o cenário III possui tempo médio de fila menor do que o cenário I, para quase todos os valores de cargas submetidos ao sistema. Pode-se concluir ainda, que a distribuição constante quando utilizada para modelar o tempo de serviço, produz resultados diferentes quando se utiliza os modelos Lognormal/D/1 e Weibull/D/1, ou seja, neste caso o cenário I produz sempre tempo médio de fila maior.

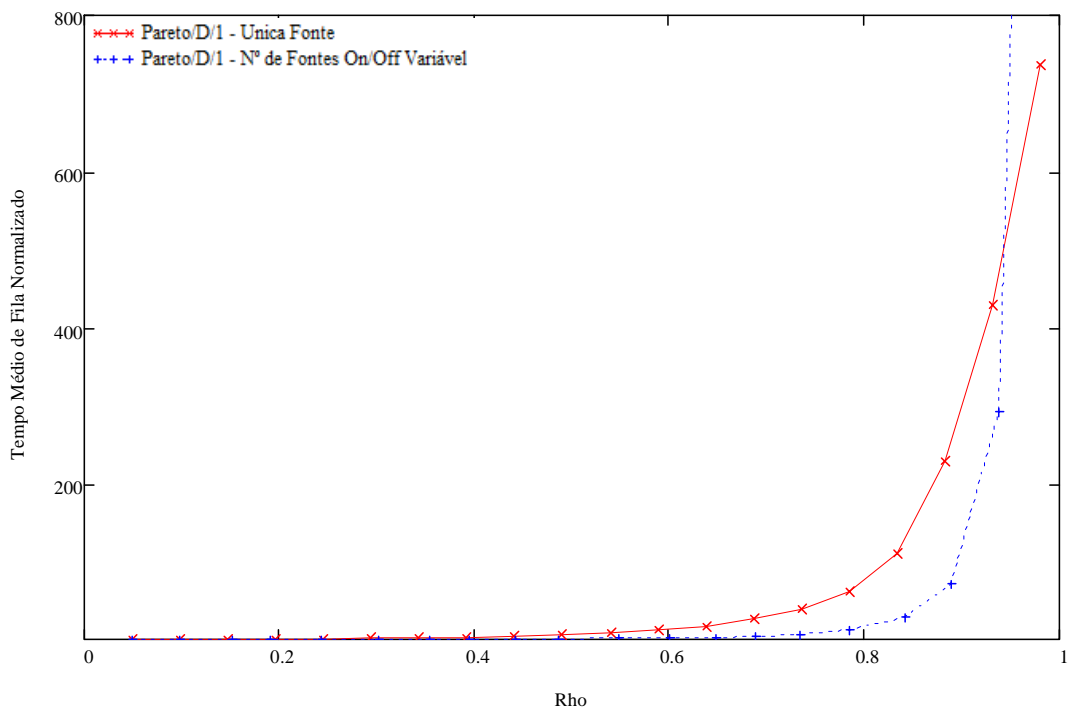


Figura 4.22: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Pareto/D/1.

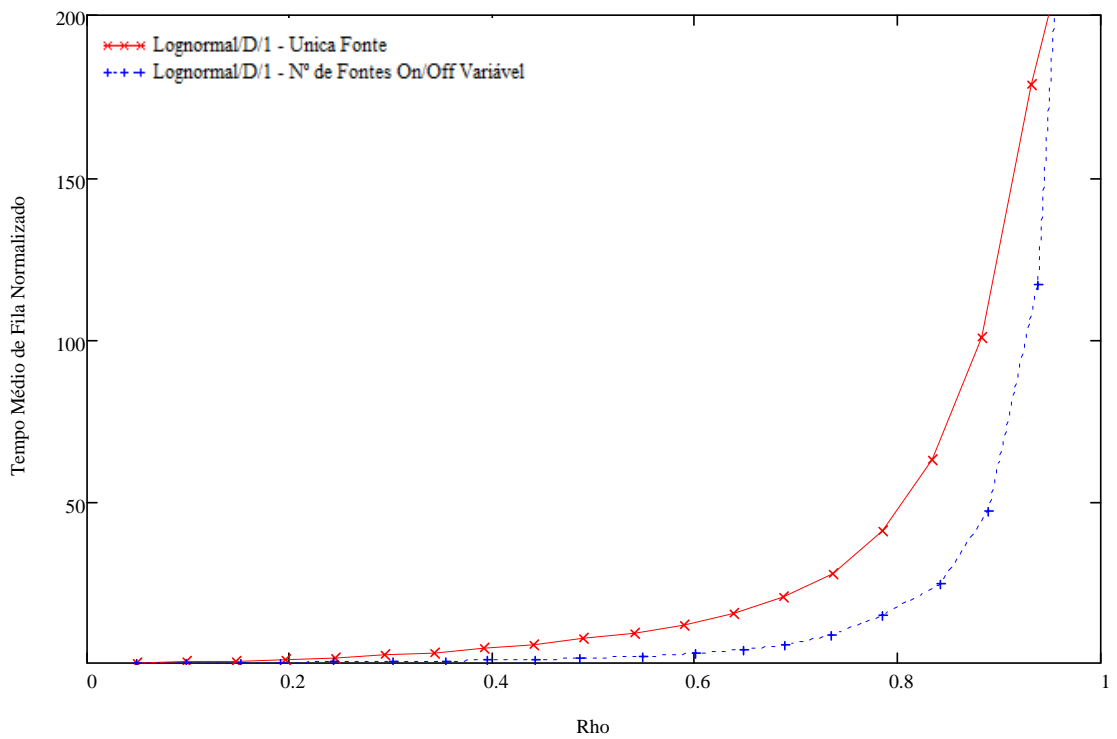
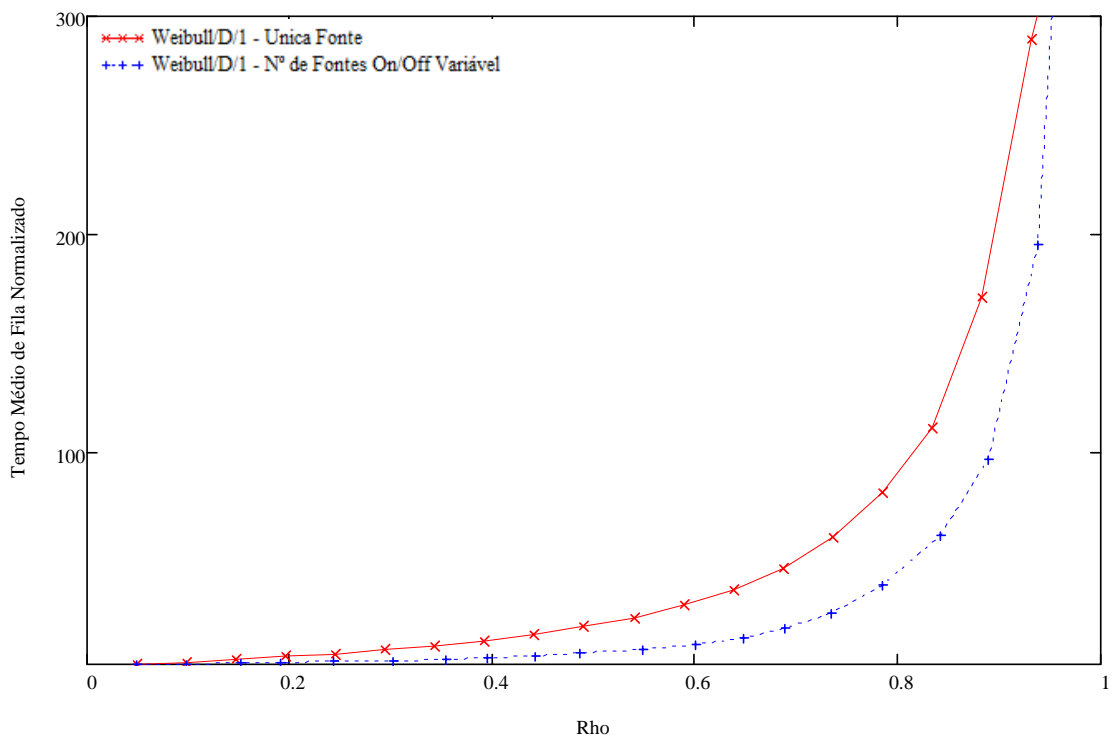
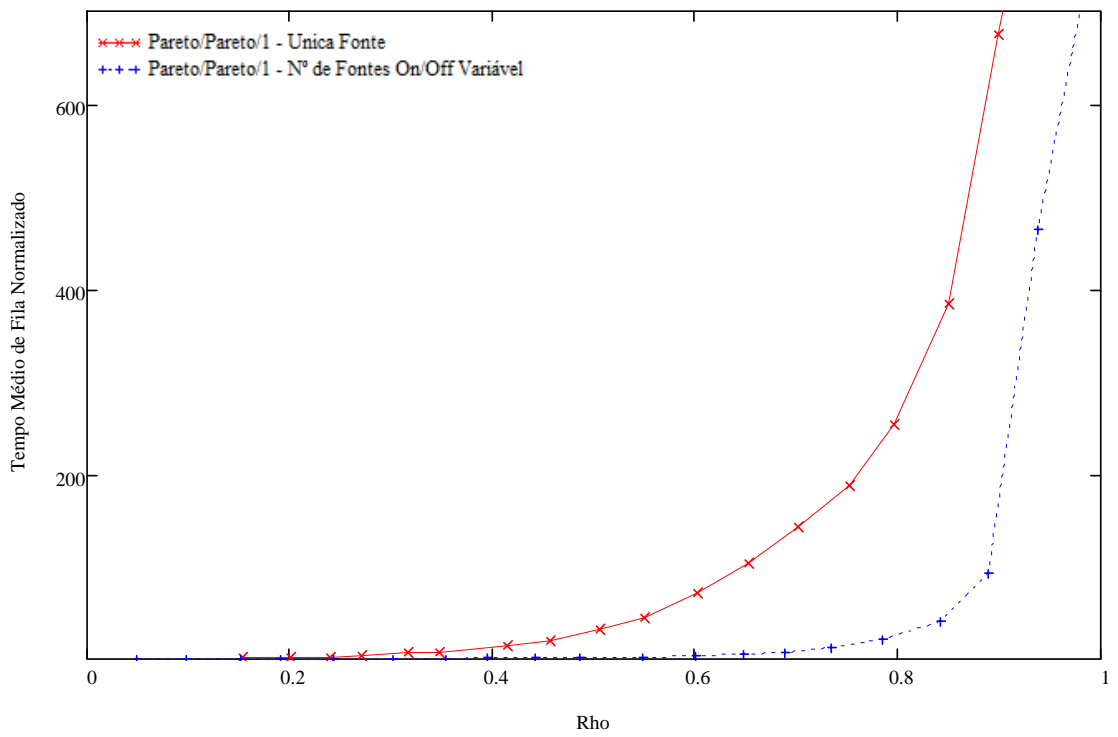


Figura 4.23: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Lognormal/D/1.



**Figura 4.24:** Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Weibull/D/1.



**Figura 4.25:** Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Pareto/Pareto/1.

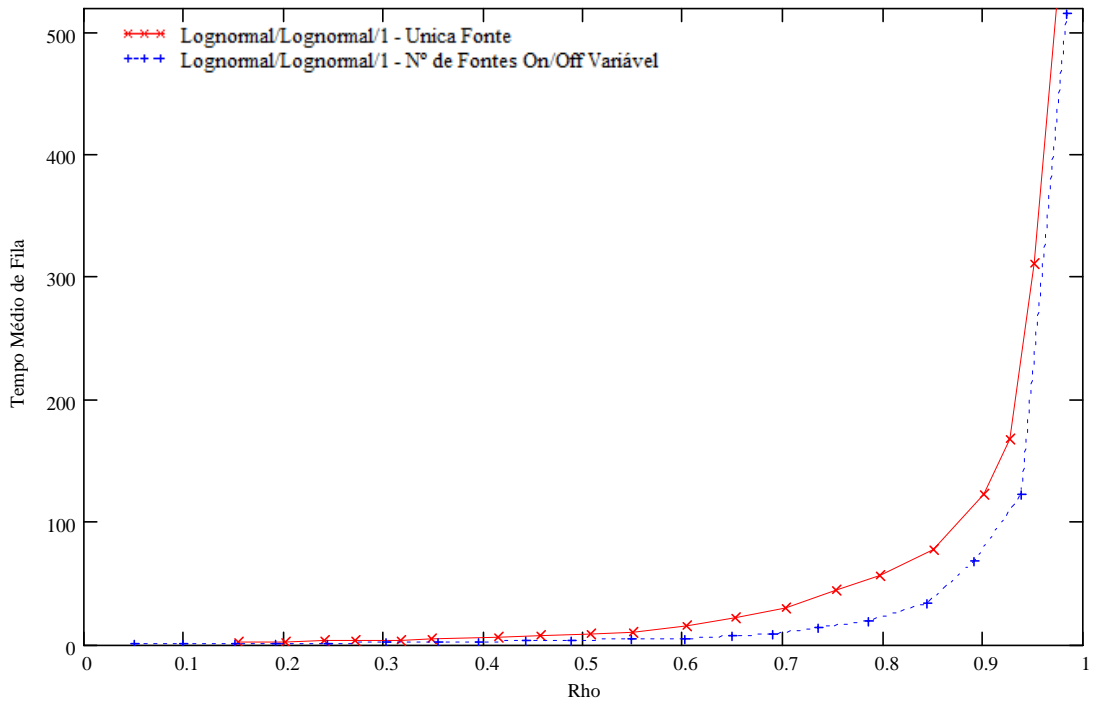


Figura 4.26: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1.

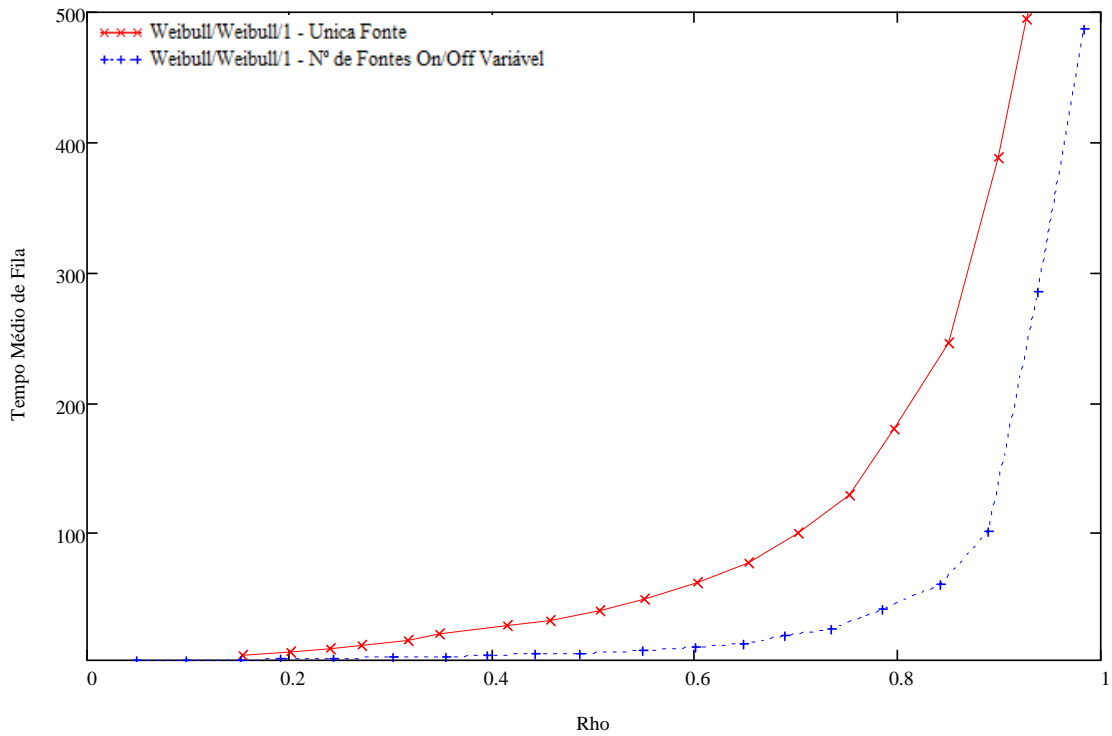


Figura 4.27: Tempo médio de fila para os cenários I e III considerando o modelo Weibull/Weibull/1.

O objetivo desta seção é investigar o comportamento das distribuições de cauda pesada quando se utiliza dois diferentes cenários, (cenários I e III). Pôde-se perceber que o cenário I obteve tempo médio de fila maior em quase todos os modelos genéricos avaliados. Sendo que para o modelo de fila G/M/1 o cenário III obteve tempo médio maior para cargas aproximadamente maiores do que 90%.

## **4.2 Fator de Desempenho entre Filas G/M/1 e M/M/1**

O conceito de fator de desempenho utilizado neste trabalho pretende avaliar qualitativamente o quão são diferentes os tempos médios de filas entre os modelos G/M/1 e M/M/1, quando se utiliza as distribuições de cauda pesada (Pareto, Lognormal e Weibull).

O objetivo desta seção é investigar a possibilidade de estabelecer um fator de desempenho que relacione o tempo médio de fila de um sistema G/M/1 com o tempo médio de fila de um sistema M/M/1. A possibilidade de estabelecer este fator pode facilitar sobremaneira os cálculos para o sistema G/M/1.

A abordagem utilizada para investigar a existência deste fator é comparar a forma das curvas de desempenho dos dois sistemas e tentar estabelecer uma função que permita obter uma curva a partir da outra. Como demonstrado pelos resultados apresentados a seguir, sob determinadas condições, esta função é uma constante.

Inicialmente investigamos o problema para o cenário I descrito na Seção 4.1.1, onde o parâmetro de forma na entrada do sistema é variável e a taxa de saída é fixada. Em seguida serão investigados os cenários II e III, descritos nas seções 4.1.2 e 4.1.3 respectivamente.

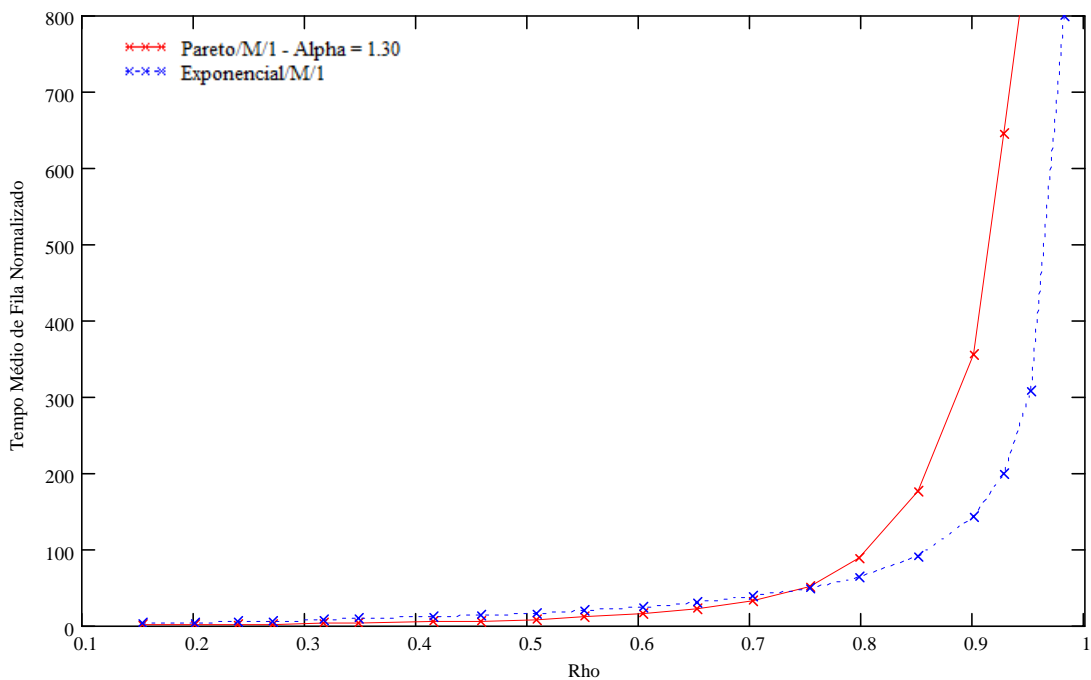
Como o valor de  $\mu$  e do parâmetro de forma influenciam o desempenho do sistema Pareto/M/1, mesmo para resultados normalizados, investigamos a existência do fator de desempenho para diferentes valores de  $\mu$ , e diferentes valores para o parâmetro de forma.

Como mencionado anteriormente, os resultados dependem dos parâmetros de forma das distribuições, dessa forma, apresentamos o fator de desempenho para duas configurações diferentes destes parâmetros.

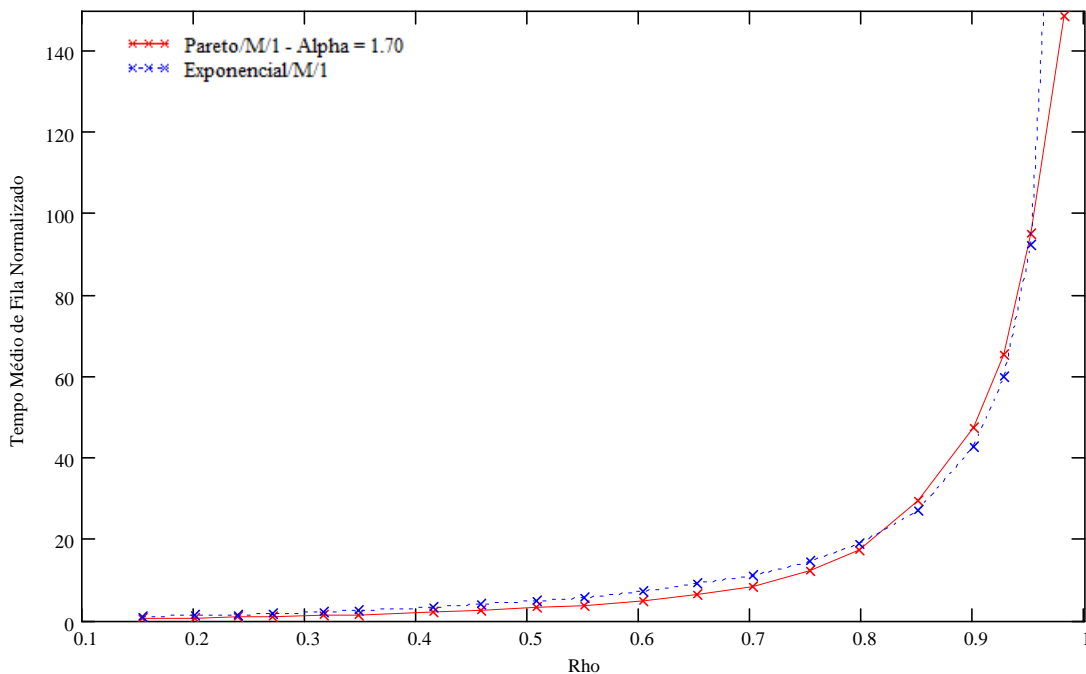


#### 4.2.1 Fator de Desempenho para a Fila Pareto/M/1 – Cenário I

As Figuras 4.28 e 4.29 mostram os resultados para os modelos Pareto/M/1 e M/M/1 considerando que o parâmetro de forma para a distribuição de Pareto assumiu valores 1.30 e 1.70 respectivamente. Note que, para a distribuição de Pareto com parâmetro de forma igual a 1.30, só é possível encontrar o fator de desempenho para cargas inferiores a 0.8, cujo valor é 16; ou seja, para utilização menor do que 0.8 pode-se encontrar o tempo médio de fila do modelo Pareto/M/1 multiplicando o resultado do modelo M/M/1 por 16. De fato, para cargas superiores a 0.9 é possível encontrar um fator de desempenho igual a 45. Para Pareto com parâmetro de forma igual a 1.70, o fator de desempenho é igual a 4.8 para qualquer valor de utilização. Ou seja, quando o parâmetro de forma assume valor 1.70, a constante necessária para que os modelos M/M/1 e Pareto/M/1 sejam iguais diminuiu consideravelmente.



**Figura 4.28:** Tempos médios de fila para os modelos  $G/M/1$  e  $M/M/1$  considerando o cenário I, onde o modelo  $M/M/1$  foi multiplicado por uma constante de valor 16.



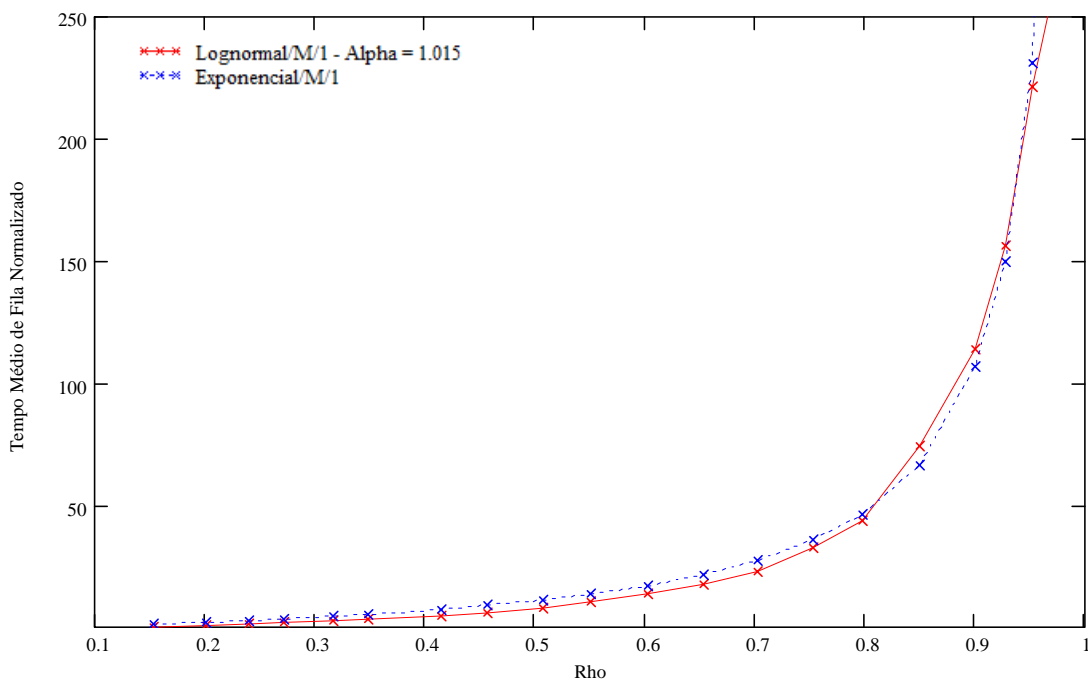
**Figura 4.29:** Tempos médios de fila para os modelos  $G/M/1$  e  $M/M/1$  considerando o cenário I, onde o modelo  $M/M/1$  foi multiplicado por uma constante de valor 4.8.

#### 4.2.2 Fator de Desempenho para a Fila Lognormal/M/1 – Cenário I

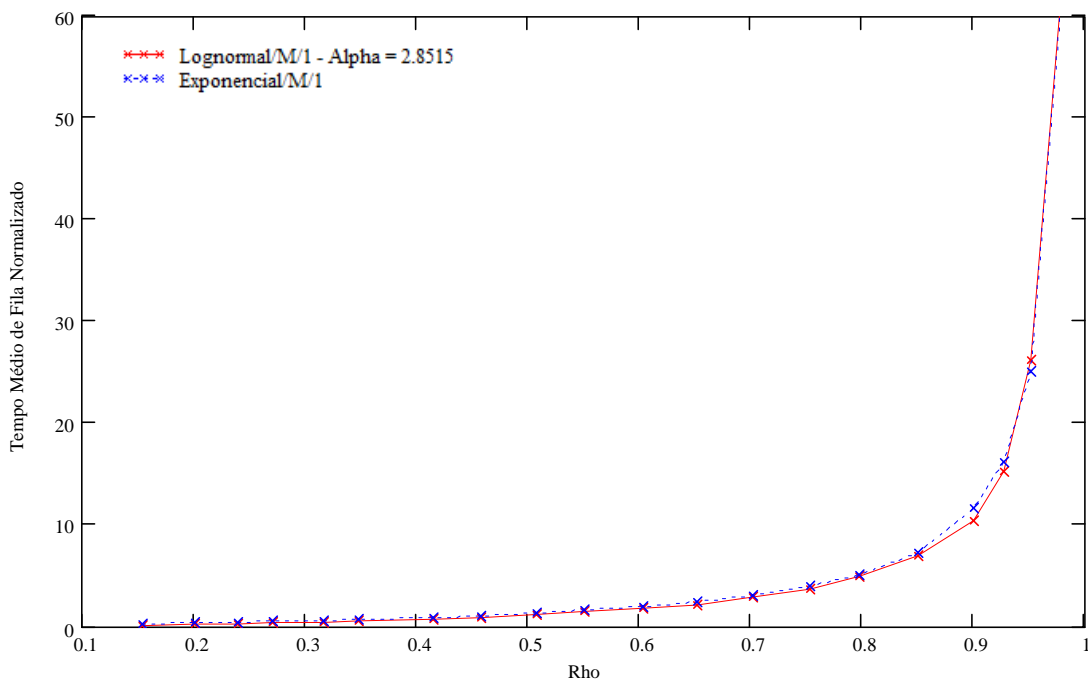
As Figuras 4.30 e 4.31 mostram agora os fatores de desempenho obtidos considerando o modelo Lognormal/M/1. Para este caso o parâmetro de forma da distribuição Lognormal assumiu valores 1.015 e 2.8515 respectivamente. Os fatores de desempenho obtidos para que os modelos Lognormal/M/1 e  $M/M/1$  tornassem idênticos foram 12 e 1.3 respectivamente.

#### 4.2.3 Fator de Desempenho para a Fila Weibull/M/1 – Cenário I

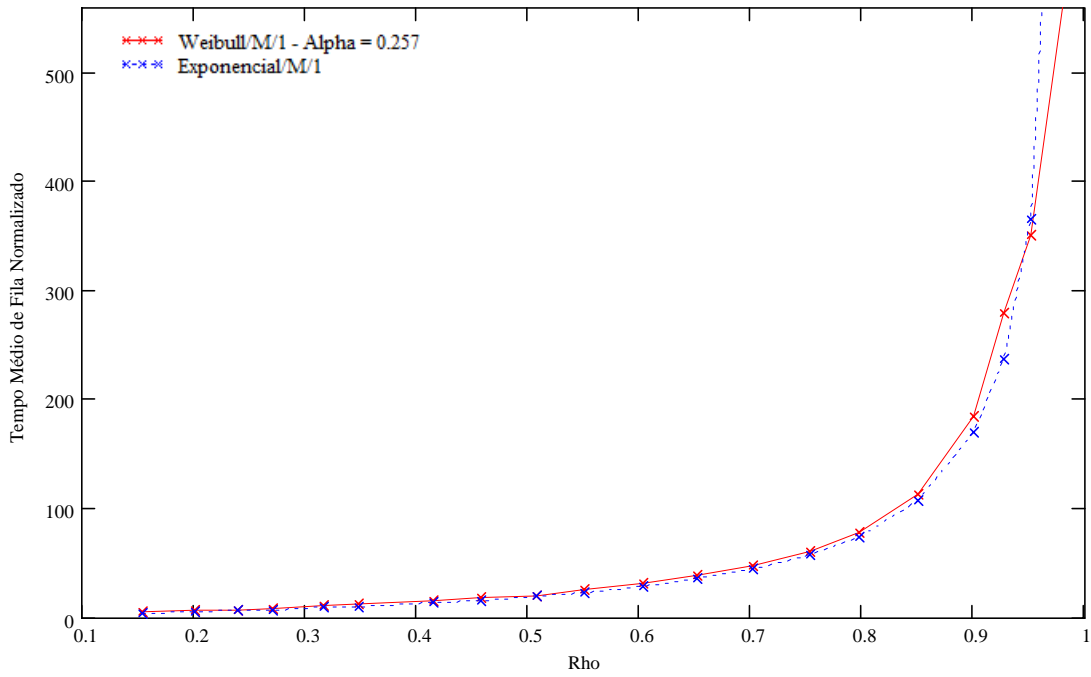
Finalizando, investigamos o comportamento para a distribuição de Weibull. As Figuras 4.32 e 4.33 mostram os resultados para os parâmetros de forma com valores 0.257 e 0.7515 respectivamente. Em ambos os casos, os fatores de desempenho obtidos foram  $K = 19$  e  $K = 2.5$ . Isto é, os resultados apresentados para  $M/M/1$  nas figuras são multiplicados pelas constantes 19 e 2.5 respectivamente.



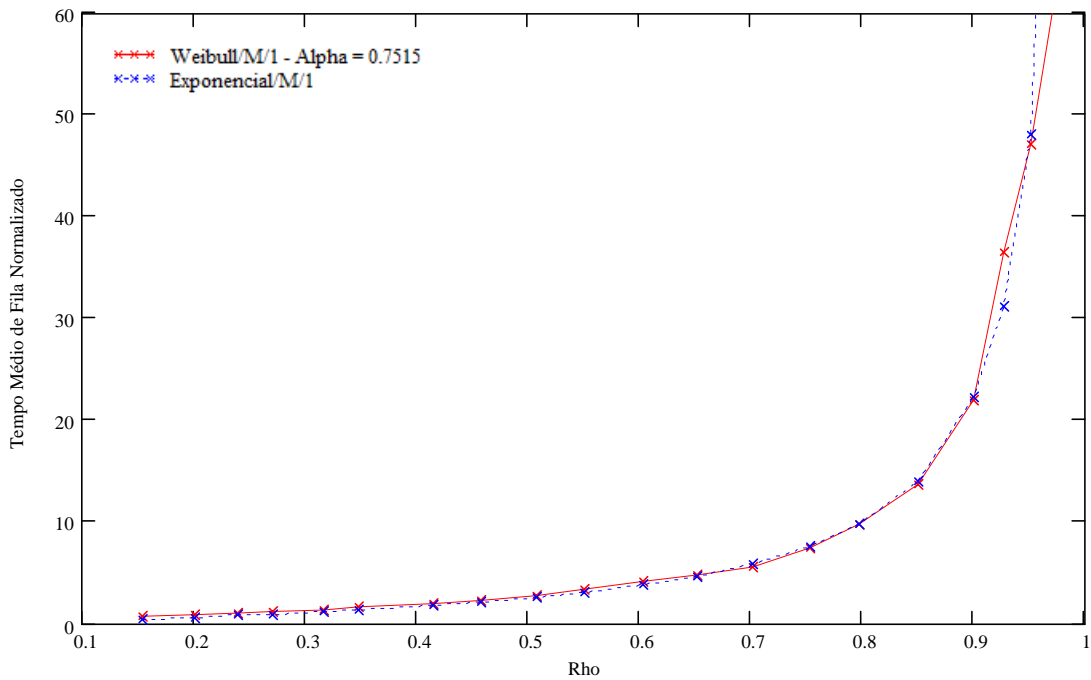
**Figura 4.30:** Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 foi multiplicado por uma constante de valor 12.



**Figura 4.31:** Tempos médios de fila para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário I, onde o modelo M/M/1 foi multiplicado por uma constante de valor 1.3.



**Figura 4.32:** Tempos médios de fila para os modelos  $G/M/1$  e  $M/M/1$  considerando o cenário I, onde o modelo  $M/M/1$  foi multiplicado por uma constante de valor 19.

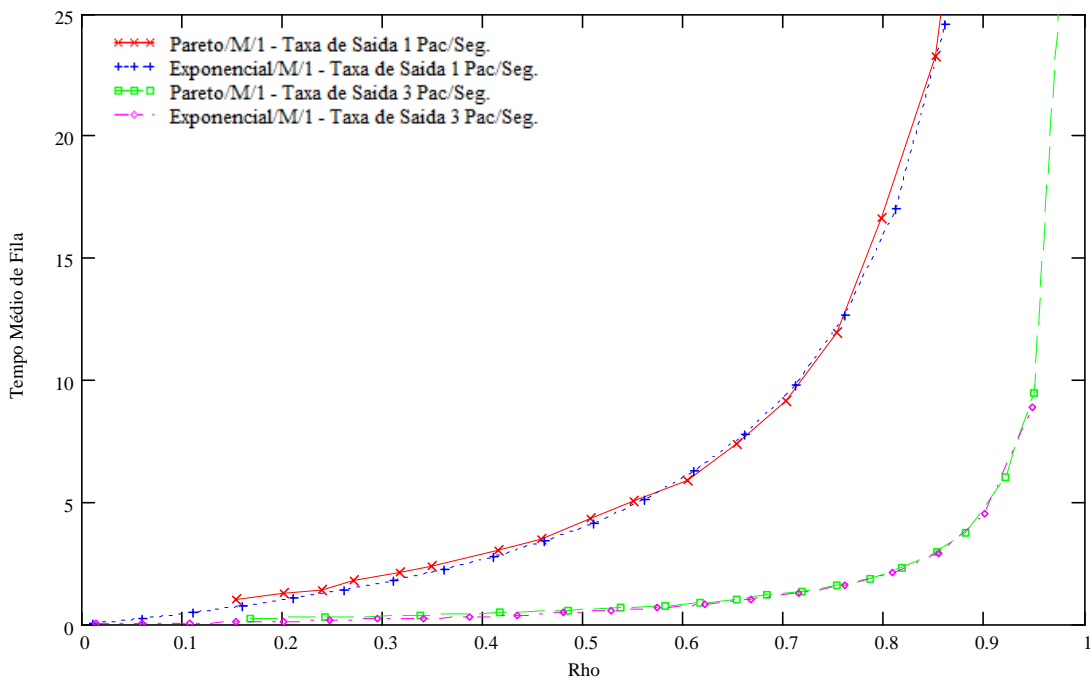


**Figura 4.33:** Tempos médios de fila para os modelos  $G/M/1$  e  $M/M/1$  considerando o cenário I, onde o modelo  $M/M/1$  foi multiplicado por uma constante de valor 2.5.

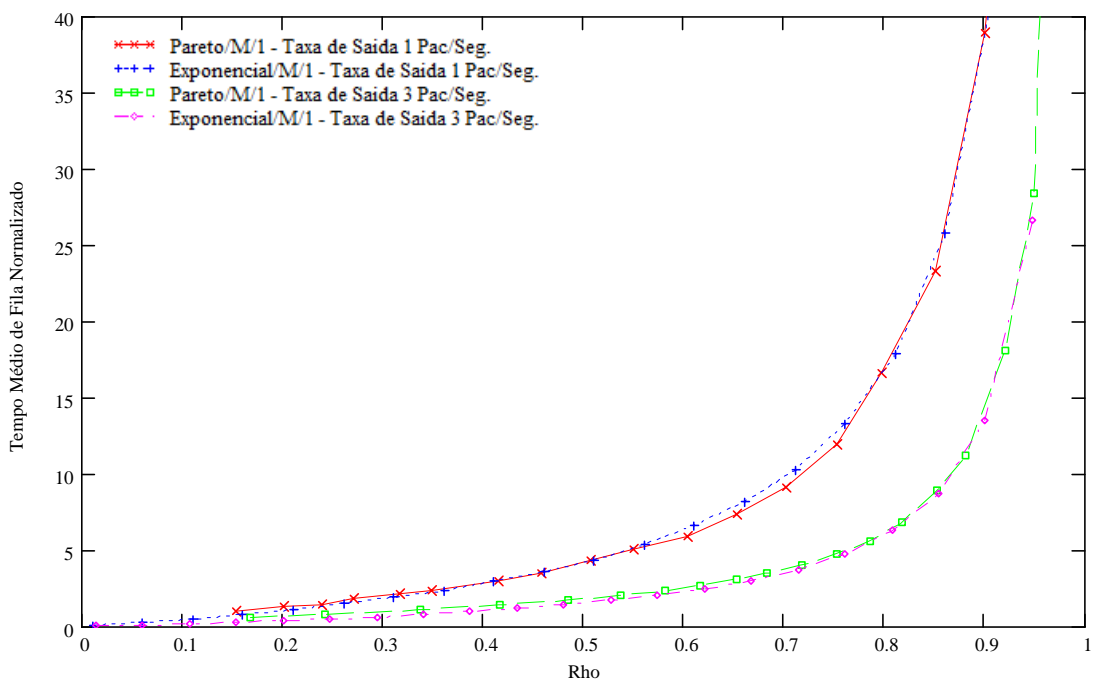
#### 4.2.4 Fator de Desempenho para Fila Pareto/M/1 – Cenário II

As Figuras 4.34 e 4.35 mostram os resultados para  $\mu = 1$  e  $\mu = 3$  pacotes/segundo. Na Figura 4.34 o tempo médio de fila é apresentado em segundos, enquanto na Figura 4.35 o tempo de fila está normalizado em relação ao tempo de serviço. Em ambas as figuras, as curvas para M/M/1 são multiplicadas pelas constantes 4 e 1.5, respectivamente para  $\mu = 1$  e  $\mu = 3$  pacotes/segundo.

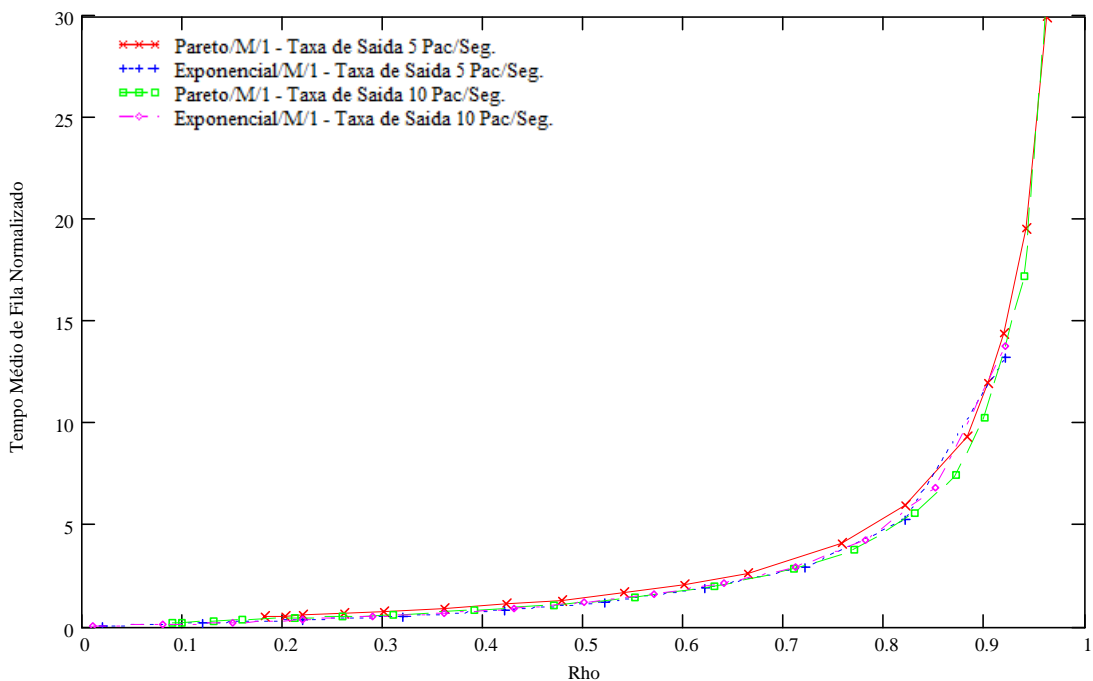
A Figura 4.36 mostra os resultados para  $\mu = 5$  e  $\mu = 10$  pacotes/segundo. Neste caso, os resultados para M/M/1 são multiplicados, respectivamente, por 1.3 e 1.2. Finalmente, a Figura 4.37 mostra os resultados para  $\mu = 20, 50$  e  $100$  pacotes/segundo. A constante utilizada neste caso é 1.2 para todos os valores de  $\mu$ .



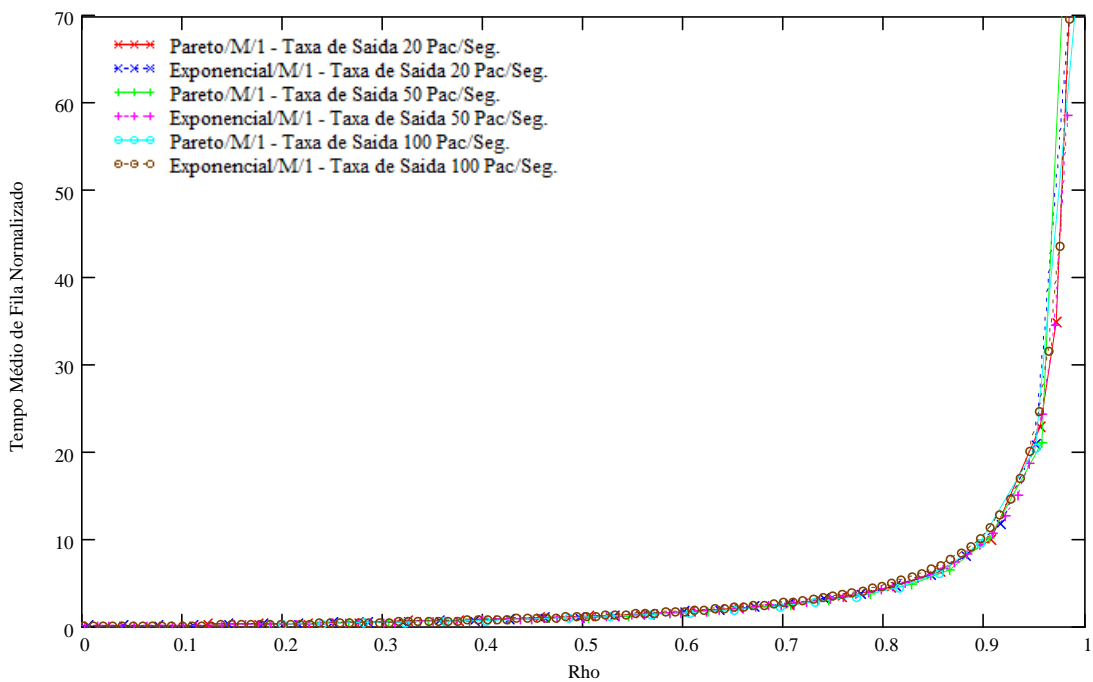
**Figura 4.34:** Tempos médios de fila não normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos.



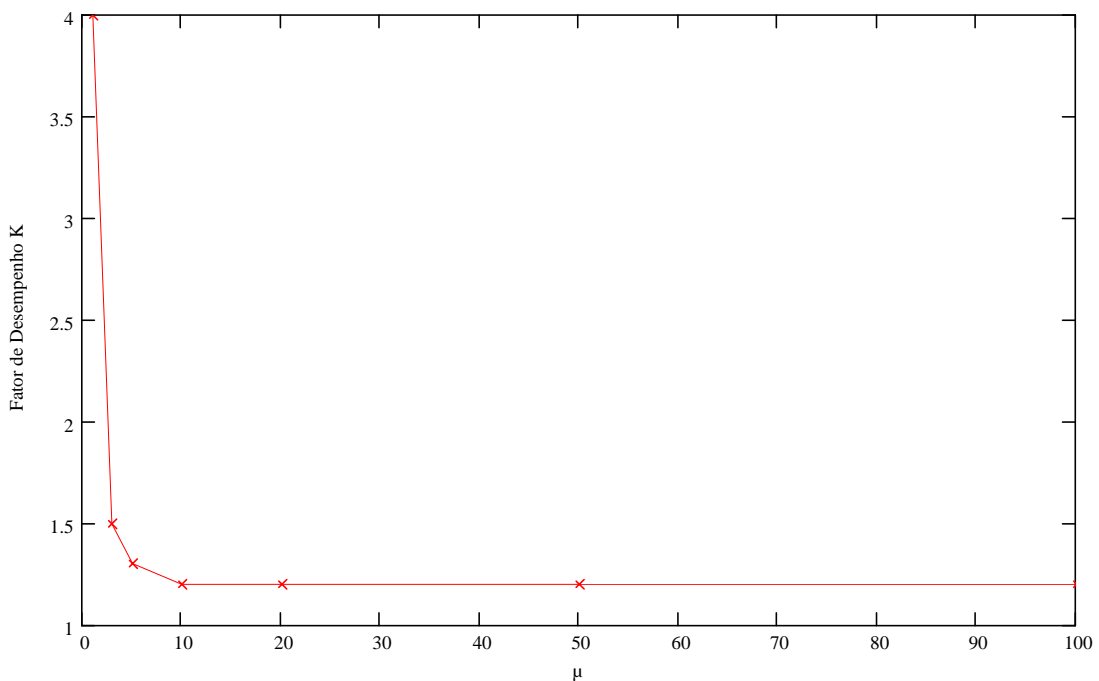
**Figura 4.35:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos.



**Figura 4.36:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 5 e 10 Pacotes/Segundos.



**Figura 4.37:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 20, 50 e 100 Pacotes/Segundos.

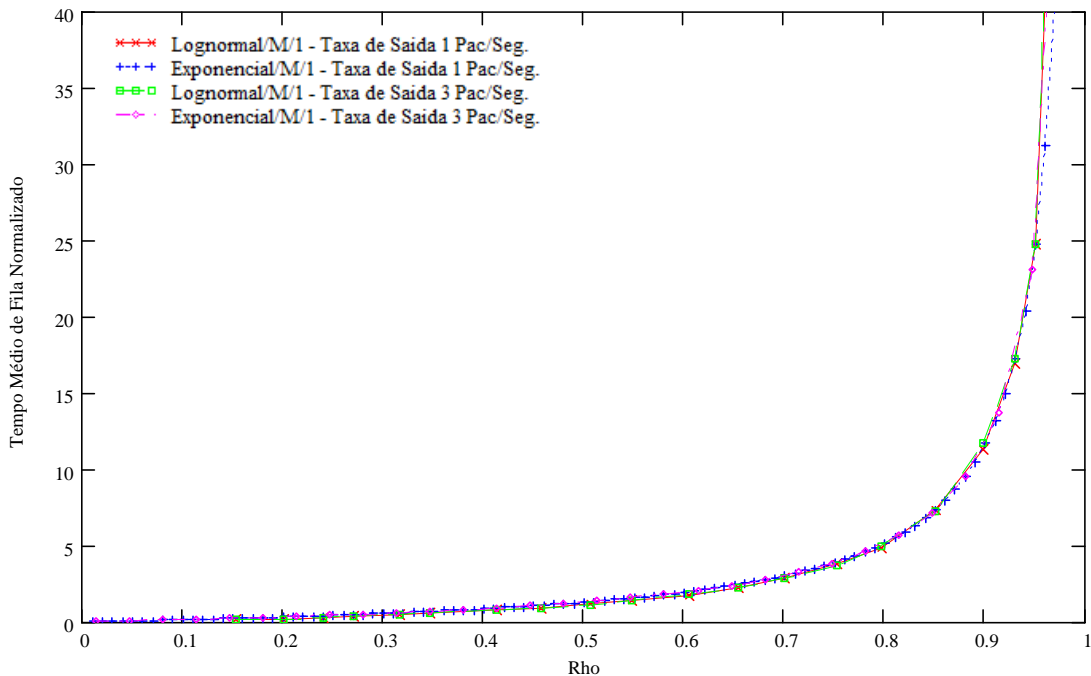


**Figura 4.38:** Fator de desempenho K em função da taxa de saída  $\mu$  para o modelo Pareto/M/1.

Diante dos resultados obtidos para o modelo Pareto/M/1 pode-se constatar que, para taxas de saída  $\mu \geq 10$  pacotes/segundo, o modelo Markoviano M/M/1 torna-se idêntico ao modelo Pareto/M/1, bastando multiplicá-lo por uma constante 1.2. A Figura 4.38 ilustra os valores obtidos para a constante  $K$  em função das taxas de saída utilizadas.

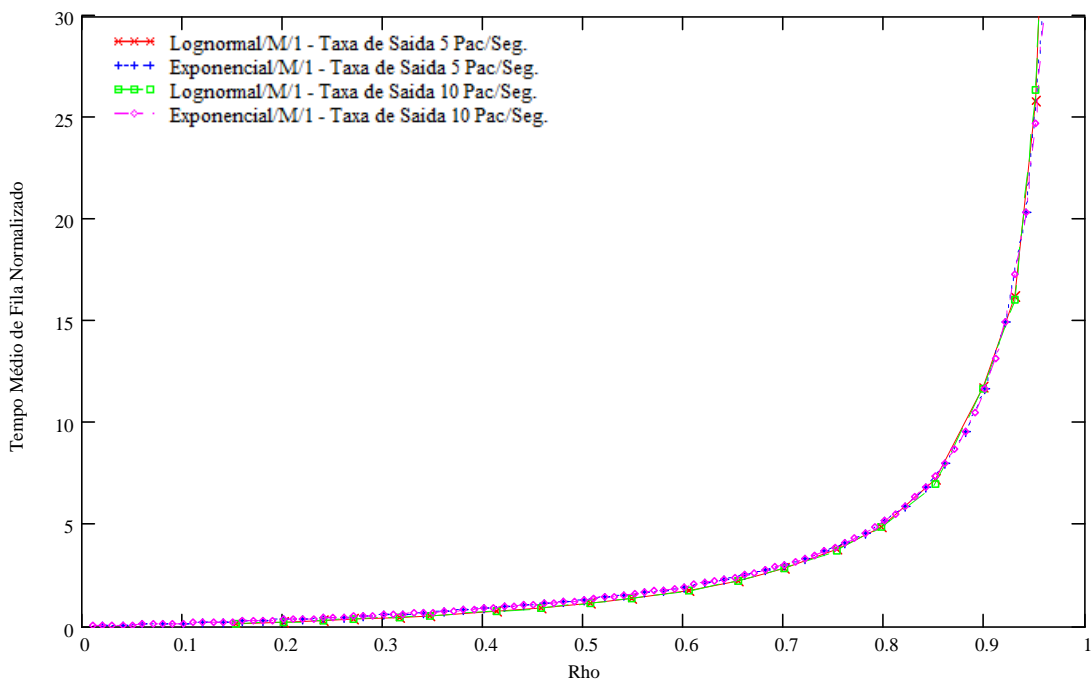
#### 4.2.5 Fator de Desempenho para Fila Lognormal/M/1 – Cenário II

Como mostrado na seção 4.2.2, o tempo médio de fila normalizado para o modelo Lognormal/M/1 independe do valor de  $\mu$ . Logo, o fator de desempenho neste caso é constante, independente de  $\mu$ . Apenas para reafirmar este resultado, as Figuras 4.39 e 4.40 mostram os resultados para  $\mu = 1, 3, 5$  e  $10$  pacotes/segundo. Em todos os casos, o fator de desempenho obtido foi  $K = 1.3$ . Ou seja, os resultados apresentados para M/M/1 nas figuras são multiplicados pela constante 1.3. Logo, para o modelo M/M/1 ser idêntico ao modelo Lognormal/M/1, basta multiplicá-lo por uma constante  $K = 1.3$ .



**Figura 4.39:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos. Onde o tempo médio de fila M/M/1 foi multiplicado por uma constante 1.3.

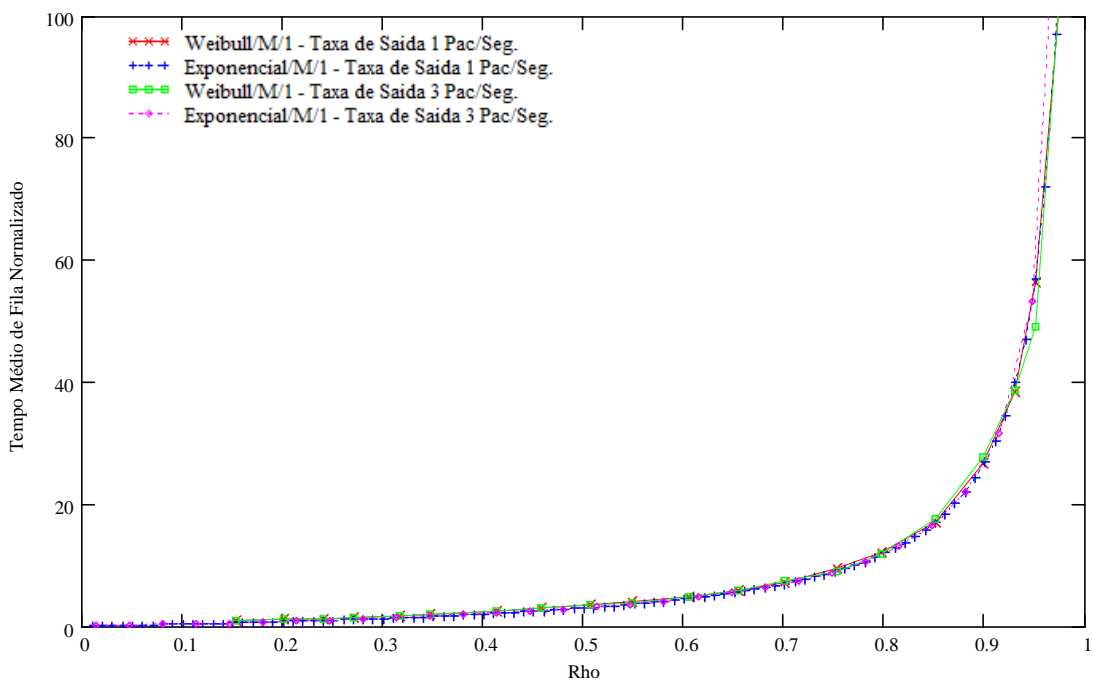




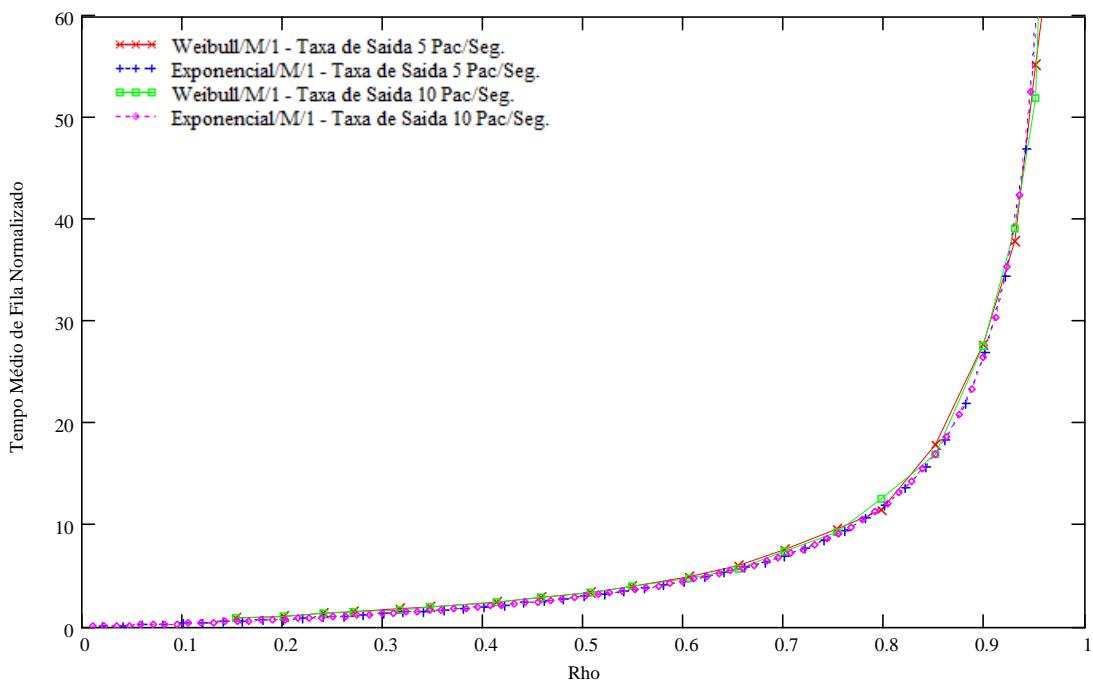
**Figura 4.40:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos  $G/M/1$  e  $M/M/1$  considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 5 e 10 Pacotes/Segundos.

#### 4.2.6 Fator de Desempenho para Fila Weibull/M/1 – Cenário II

Finalizando, investigamos o comportamento para a distribuição de Weibull. As Figuras 4.41 e 4.42 mostram os resultados para  $\mu = 1, 3, 5$  e 10 pacotes/segundo. Em todos os casos, o fator de desempenho obtido foi  $K = 3$ . Isto é, os resultados apresentados para  $M/M/1$  nas figuras foram multiplicados pela constante 3.



**Figura 4.41:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 1 e 3 Pacotes/Segundos.

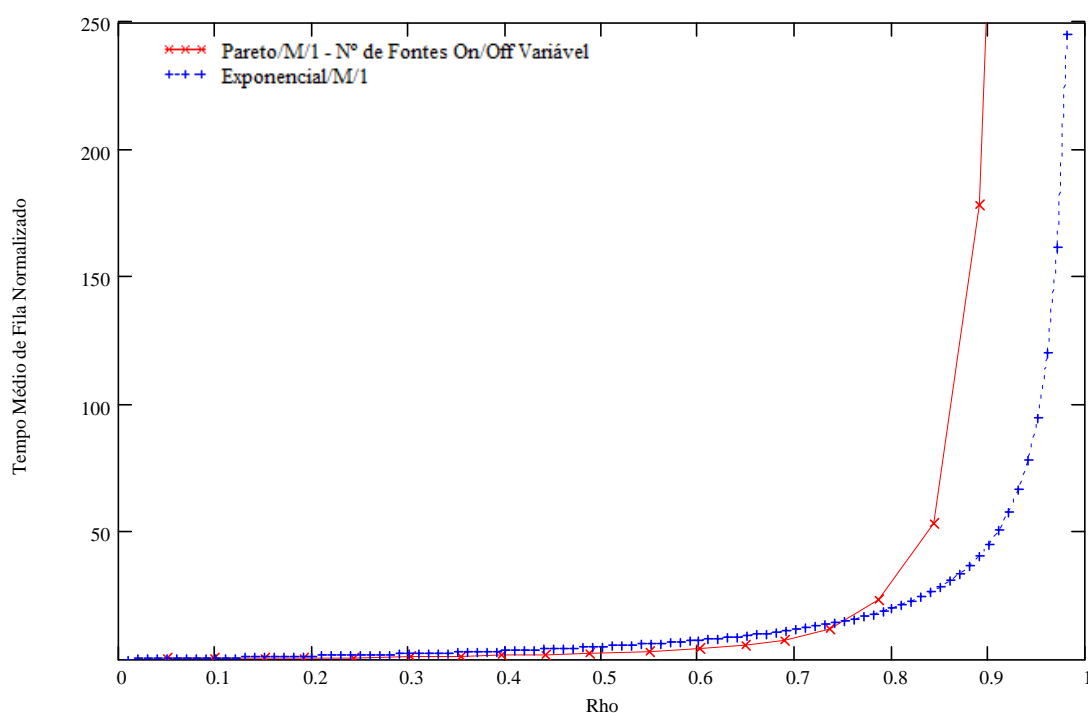


**Figura 4.42:** Tempos médios de fila normalizados para os modelos G/M/1 e M/M/1 considerando o cenário II e taxas de saída  $\mu$  fixadas em 5 e 10 Pacotes/Segundos.

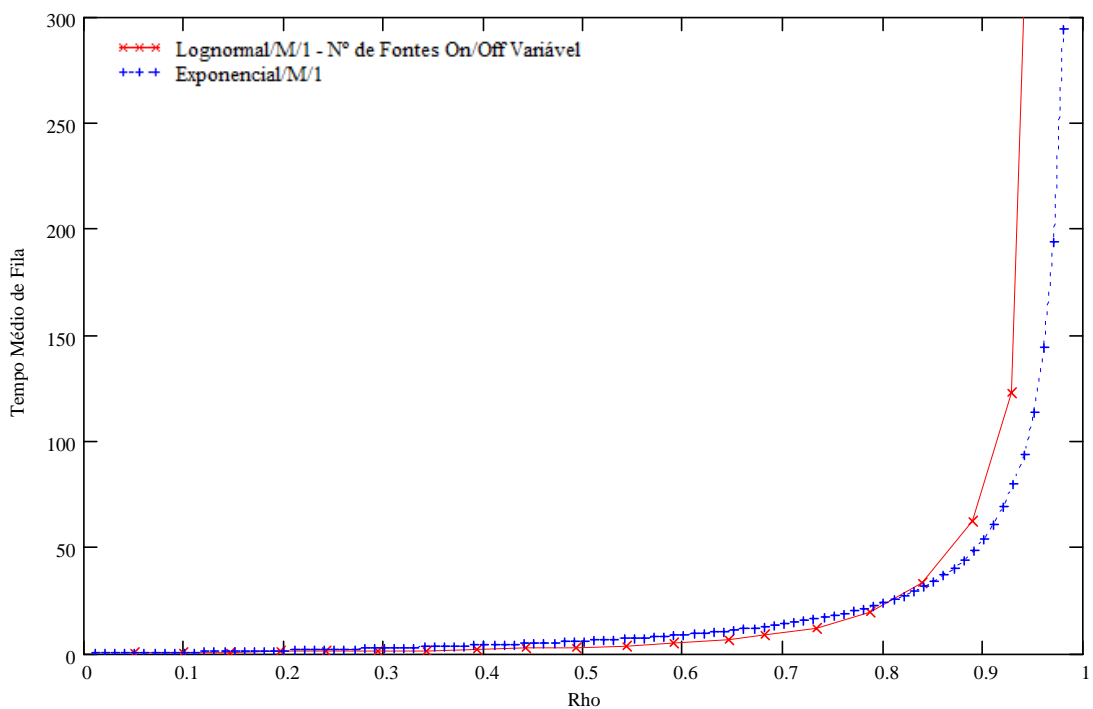
#### 4.2.7 Fator de Desempenho para a Fila G/M/1 – Cenário III

As Figuras 4.43, 4.44 e 4.45 mostram os resultados para os modelos Pareto/M/1, Lognormal/M/1 e Weibull/M/1 e M/M/1 considerando que os parâmetros de forma para as distribuições de cauda pesada são configurados de acordo a Tabela 4.3. Observe que para este cenário não é possível encontrar um fator de desempenho que os torne iguais para qualquer valor de carga submetido ao sistema. Isto é, os modelos G/M/1 e M/M/1 tornaram-se iguais somente para cargas inferiores a aproximadamente 80%, para cargas superiores, o modelo M/M/1 continua a possuir tempo médio de fila menor.

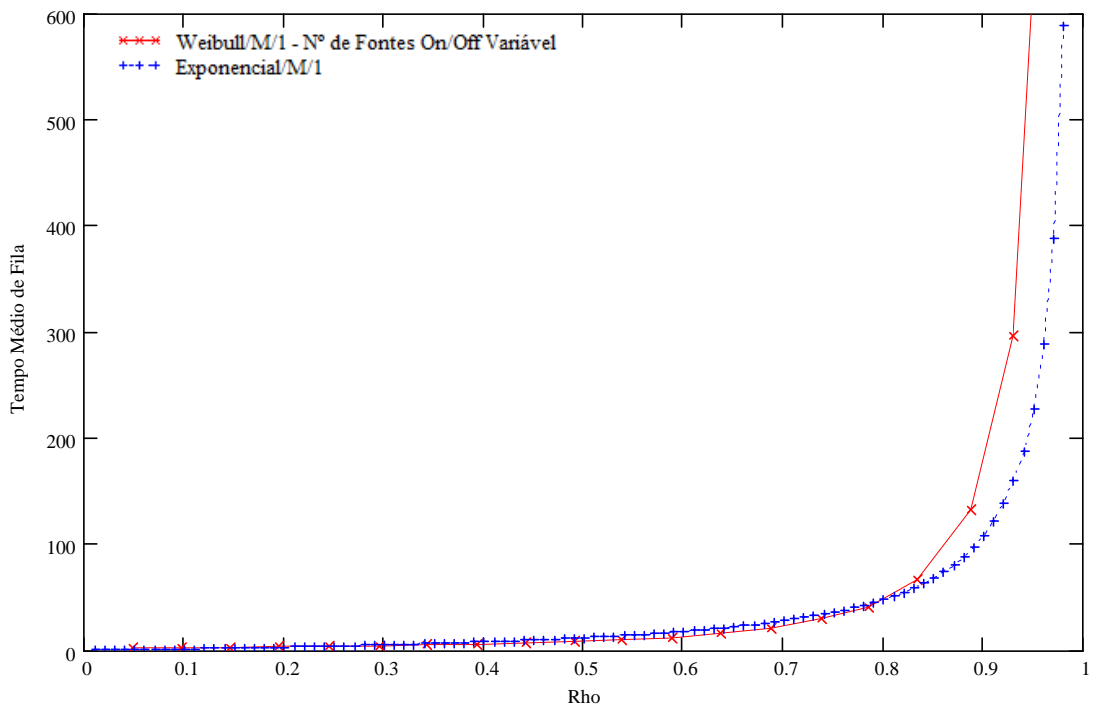
Os fatores de desempenho encontrados para os modelos Pareto/M/1, Lognormal/M/1 e Weibull/M/1 são respectivamente: 5, 6 e 12 conforme ilustrado pelas Figuras.



**Figura 4.43:** Tempos médios de fila para os modelos Pareto/M/1 e M/M/1 considerando o cenário III, onde o modelo M/M/1 foi multiplicado por uma constante de valor 5.



**Figura 4.44:** Tempos médios de fila para os modelos Lognormal/M/1 e M/M/1 considerando o cenário III, onde o modelo M/M/1 foi multiplicado por uma constante de valor 6.



**Figura 4.45:** Tempos médios de fila para os modelos Weibull/M/1 e M/M/1 considerando o cenário III, onde o modelo M/M/1 foi multiplicado por uma constante de valor 12.

Nesta seção analisa-se o desempenho das filas Pareto/M/1, Lognormal/M/1 e Weibull/M/1 e se compara com as filas M/M/1. Com base nestas comparações constata-se que, sob determinadas condições, os resultados para as filas G/M/1 podem ser obtidos dos resultados da fila M/M/1 simplesmente multiplicando-os por uma constante. Estes resultados trazem uma contribuição no que se refere ao desempenho teórico do modelo G/M/1, principalmente para o modelo Lognormal/M/1, uma vez que o mesmo não pode ser obtido através do método da aproximação da transformada TAM (veja Capítulo 3).

Os resultados considerando o cenário I mostraram que à medida que os parâmetros de forma das distribuições de cauda pesada são aumentados os tempo médios de filas diminuem. Este comportamento está ligado ao grau de auto-similaridade presente no tráfego. No Capítulo 3 mostrou-se para a distribuição de Pareto, que conforme o parâmetro de forma é aumentado o grau de auto-similaridade presente no tráfego diminui. Dessa forma, pode-se constatar que o mesmo comportamento ocorre para as distribuições de Weibull e Lognormal.

### **4.3 Análise de Redes de Filas**

Embora muitas análises do comportamento das filas do tipo G/M/1, G/D/1 e G/G/1 já tenham sido feitas para sistemas de filas isolados, com G sendo modelado por uma distribuição de cauda pesada, pouco se encontrou na literatura sobre o desempenho de redes de filas neste cenário de modelagem de tráfego.

O objetivo desta seção é investigar o comportamento das redes quando o tráfego é modelado por uma distribuição de cauda pesada. Novamente consideraram-se as distribuições de Pareto, Lognormal e Weibull.

Dois cenários são considerados, denominados de Cenário IV e Cenário V. No primeiro, o tráfego gerado por uma fonte percorre uma rede de  $n$  filas até ser recebido por um receptor, enquanto no segundo há derivação e inserção intermediárias de tráfego.

### 4.3.1 Análise para o Cenário IV

Este cenário é constituído de uma única fonte geradora de tráfego, modelado por uma distribuição de cauda pesada, e de uma rede de filas composta de  $n$  sistemas em cascata. O tráfego percorre um único caminho, sem derivação e inserção intermediárias, até ser recebido pelo destino. O cenário é ilustrado na Figura 4.46.



**Figura 4.46:** Cenário de simulação com um único caminho com  $n$  filas empregado para avaliar o comportamento de uma rede de filas  $G/M/1$  e  $G/G/1$ .

Para as análises considerou-se uma rede composta de dez filas em cascata e os modelos de filas  $G/M/1$  e  $G/G/1$ .

O modelo de fila  $G/D/1$  não é considerado, pois quando se considera o tempo de serviço constante, o tempo médio de fila só existe para a primeira fila da rede. Ou seja, como tempo que um pacote leva para ser atendido na primeira fila é igual ao tempo de serviço nas demais filas, o tempo médio de fila a partir da segunda fila é nulo.

Para esta análise, além de observar o comportamento da rede através do tempo médio de fila, é observado também o tempo total de rede. Com o objetivo de simplificar a análise, observou-se somente o tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede, sendo que para o tempo total de rede as dez filas foram consideradas. O tempo total de rede consiste na soma do tempo médio de fila mais o tempo de serviço de cada fila que compõe a rede.

A Tabela 4.1 resume os parâmetros utilizados para este cenário. Observa-se que, em função dos valores escolhidos para os parâmetros de forma, o tempo de serviço variou de forma diferente para a distribuição de Pareto, se comparado com as outras distribuições.

**Tabela 4.1:** Configuração de Parâmetros para o cenário IV - Parâmetros de forma fixos.

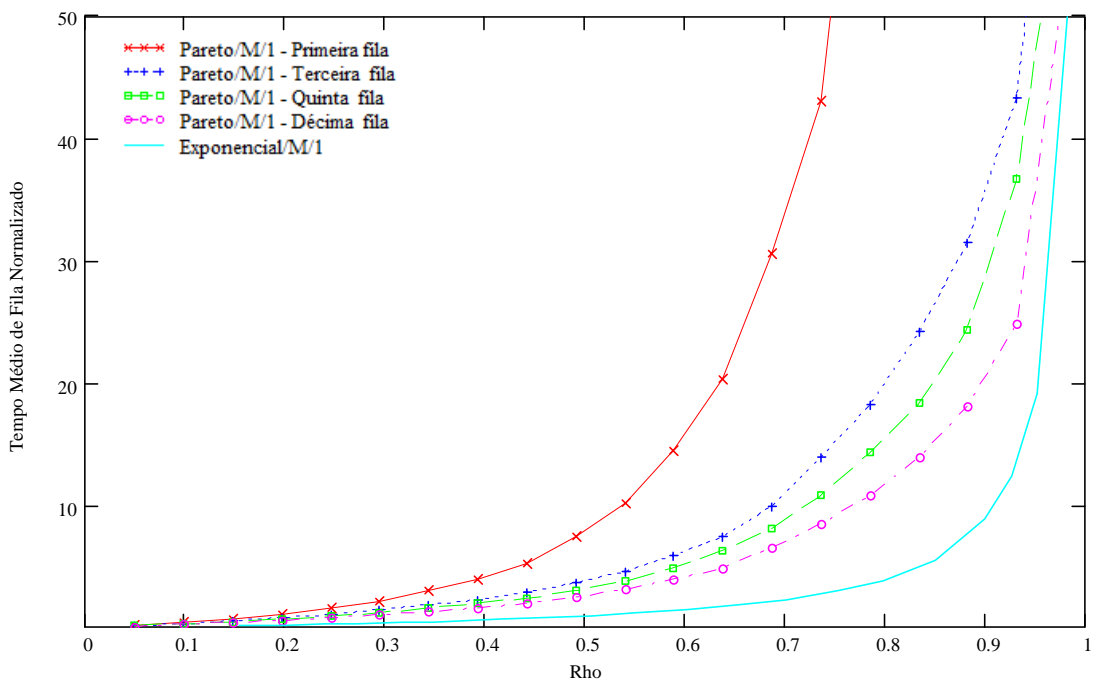
G	Alpha	Beta	Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/M/1		Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/G/1		$\rho$	$\rho$
			Min.	Max.	Min.	Max.	Carga Min.	Carga Max.
Pareto	1.30	-	0.4591	2.9407	0.4591	2.9332	0.1532	0.9813
Lognormal	1.015	2.0	3.1236	20.007	3.1236	20.007	0.1532	0.9813
Weibull	0.257	1.0	3.1245	20.013	3.1245	20.013	0.1532	0.9813

A Figura 4.47 mostra os tempos médios de fila para o modelo G/M/1, considerando que a distribuição G é uma Pareto. Para efeito de comparação, o tempo médio de fila para o modelo M/M/1 também é apresentado.

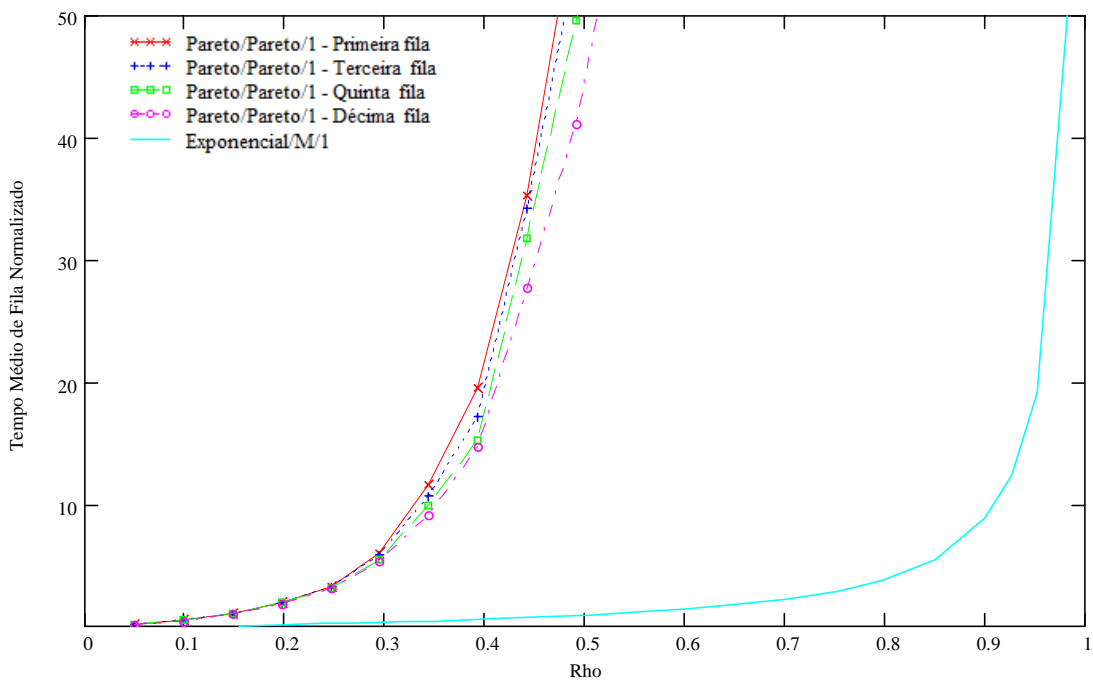
Observa-se, que o tempo médio de fila da primeira fila da rede é consideravelmente maior em relação ao modelo M/M/1. Pode-se observar ainda, que conforme as filas da rede se afastam da fonte, o tempo médio de fila do modelo Pareto/M/1 se aproxima do tempo médio de fila do modelo M/M/1. Conclui-se então que conforme o número de filas na rede aumenta, o tempo médio de fila do modelo Pareto/M/1 aproxima-se do tempo médio de fila do modelo M/M/1, mostrando que o tráfego processado a partir da segunda fila da rede deixa de ser puramente Pareto, tendendo a ser Exponencial na última fila da rede.

A Figura 4.48 mostra agora os tempos médios de filas para o modelo G/G/1, considerando que a distribuição G ainda é uma Pareto. Pode-se observar que o tempo médio da décima fila da rede continua a se aproximar do tempo médio do modelo M/M/1, porém a aproximação acontece aos poucos, ou seja, mais lenta se comparado ao modelo G/M/1.

Por fim, a Figura 4.49 mostra o tempo total de rede para os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1. Como era de se esperar o tempo total de rede para o modelo G/M/1 se aproximou do modelo M/M/1. Por outro lado, o modelo G/G/1 possui tempo total de rede cerca de 10 vezes maior em relação ao modelo M/M/1.



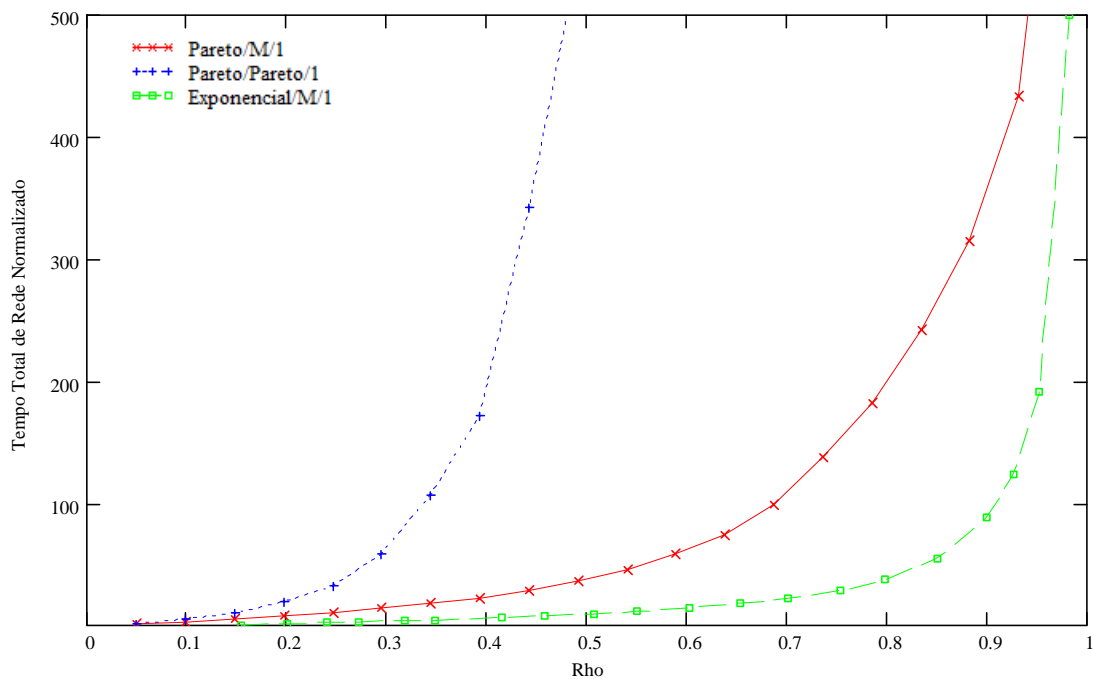
**Figura 4.47:** Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Pareto/M/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1.



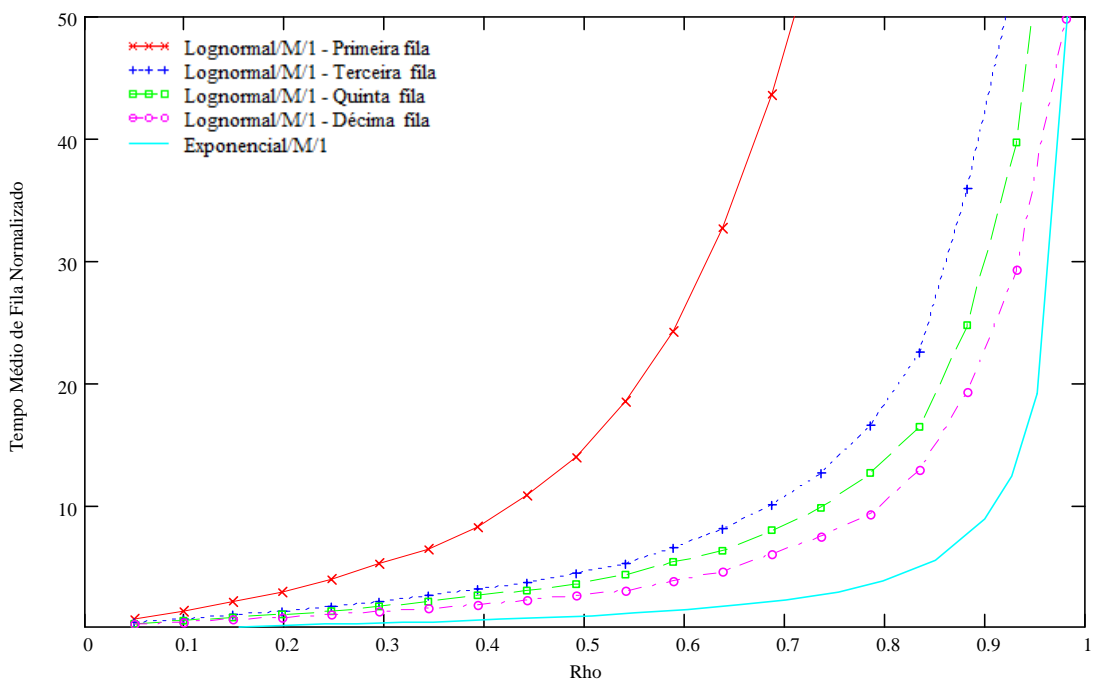
**Figura 4.48:** Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Pareto/Pareto/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1.



A Figura 4.50 mostra agora os tempos médios de filas para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede para o modelo Lognormal/M/1. Para esta análise considerou-se também o modelo de fila M/M/1 bem como o tempo total de rede para os dois modelos. Observa-se que o mesmo comportamento para o tempo médio de fila do modelo Pareto/M/1 ocorre para o modelo Lognormal/M/1. Ou seja, à medida que as filas se afastam da fonte o tempo médio de fila se aproxima do tempo médio do modelo M/M/1.



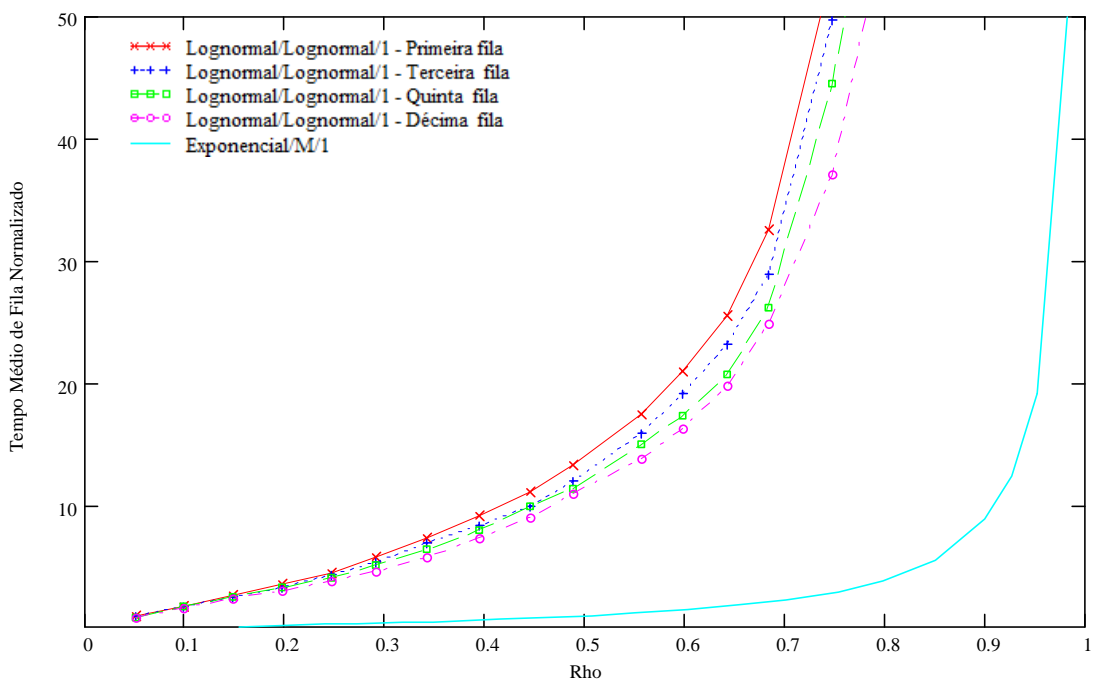
**Figura 4.49:** Análise do tempo total de rede para os modelos  $G/M/1$ ,  $G/G/1$  e  $M/M/1$  considerando que a distribuição  $G$  é uma Pareto.



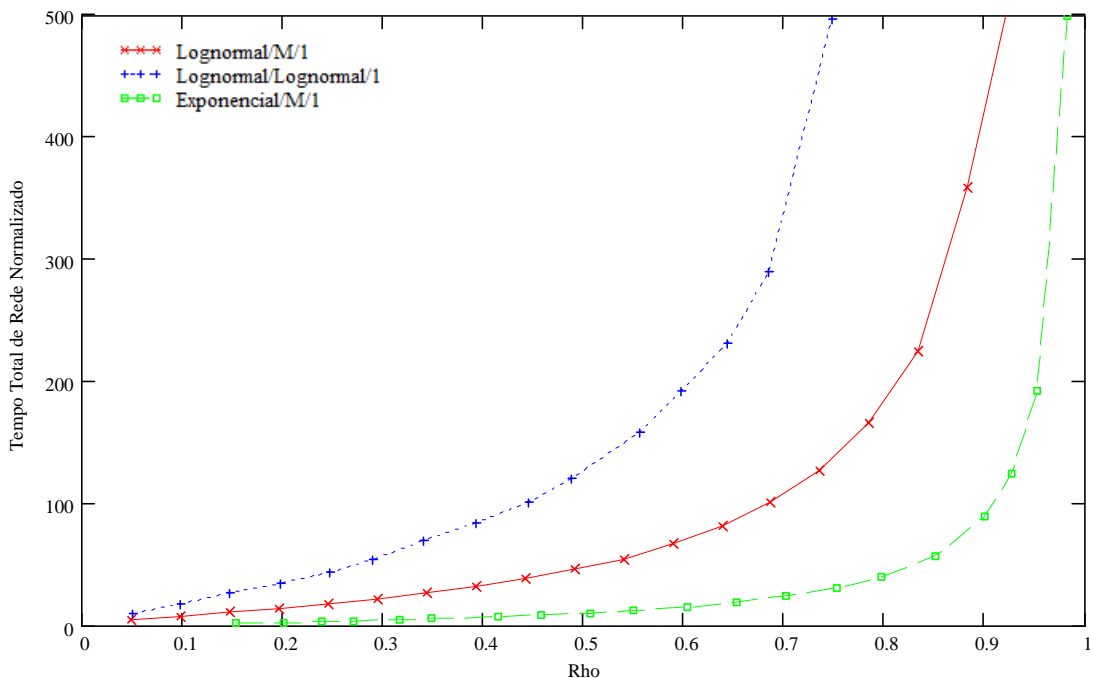
**Figura 4.50:** Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Lognormal/M/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1.

Quando a análise é realizada para o modelo Lognormal/Lognormal/1, ilustrada na Figura 4.51, os tempos médios de filas também se aproximam do tempo de fila M/M/1 à medida que as filas se afastam da fonte. Porém, como ocorre no modelo Pareto/Pareto/1 essa aproximação é mais lenta, se compararmos ao modelo Lognormal/M/1.

Através da Figura 4.52 pode-se observar que o tempo total de rede para o modelo Lognormal/Lognormal/1 é cerca de 7 vezes maior do que o tempo total do modelo M/M/1. Dessa forma pode se constatar que o modelo Pareto/Pareto/1 provoca maior tempo médio de fila do que o modelo Lognormal/Lognormal/1.



**Figura 4.51:** Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1.

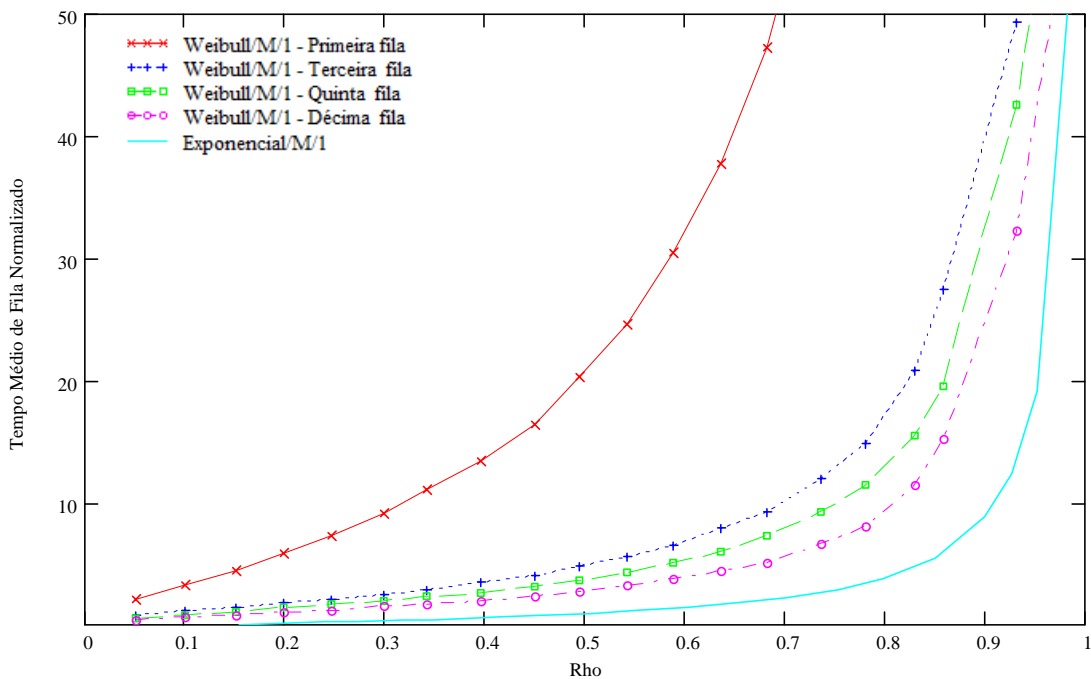


**Figura 4.52:** Análise do tempo total de rede para os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1 considerando que a distribuição G é uma Lognormal.

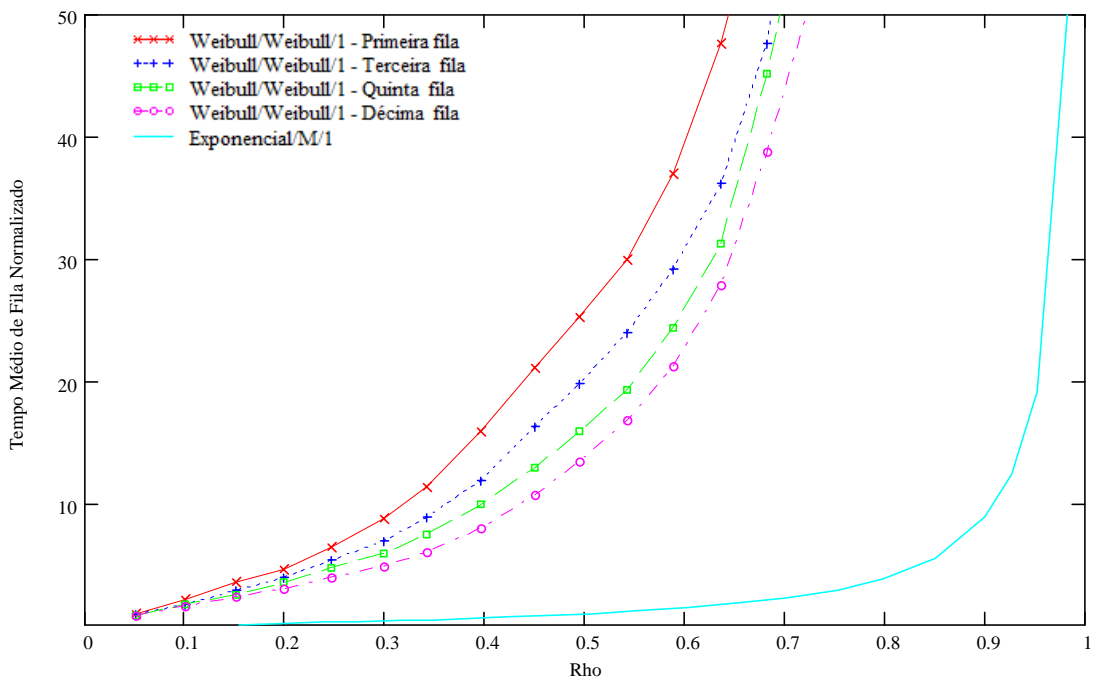
Finalizando a análise para o cenário IV, têm-se os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1, onde G agora é uma distribuição de Weibull. A Figura 4.53 mostra que quando se utiliza o modelo Weibull/M/1 modelando o tráfego do cenário IV, ocorre o mesmo comportamento para o tempo médio de fila dos modelos anteriores. Isto é, o tempo de fila da décima fila da rede também se aproxima do tempo médio do modelo M/M/1.

Na Figura 4.54 mostra-se que, quando se utiliza a distribuição de Weibull modelando o tempo de serviço, o tempo de fila do modelo Weibull/Weibull/1 aproxima-se do modelo M/M/1 também muito lentamente.

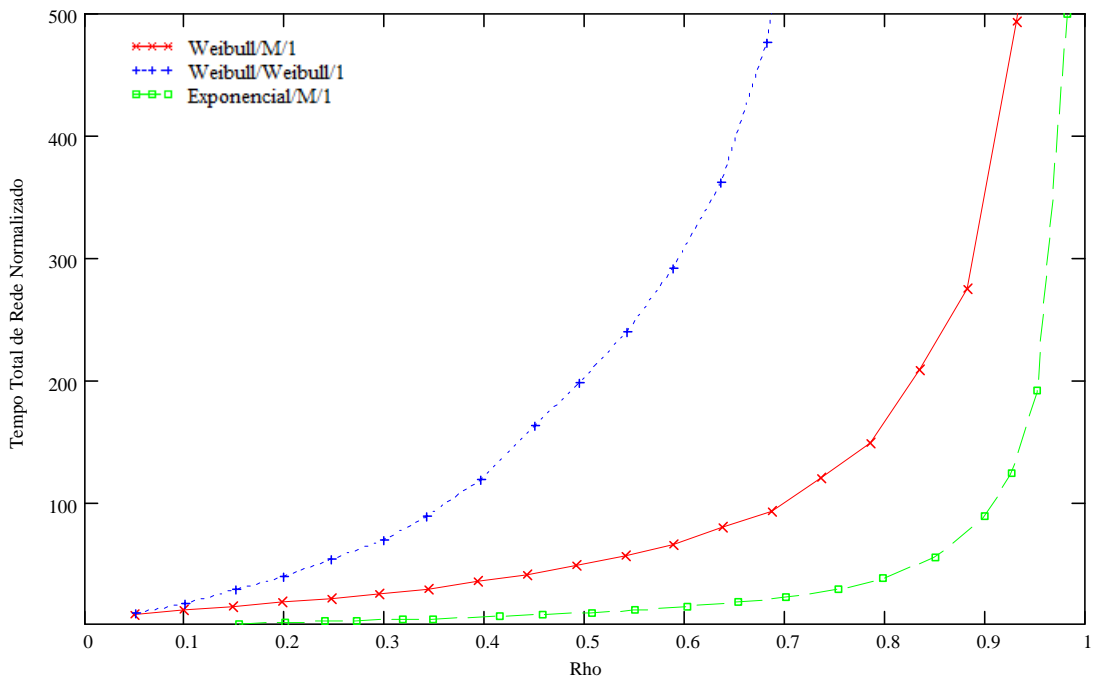
Por fim, a Figura 4.55 mostra que o tempo total de rede do modelo Weibull/M/1 também se aproxima do tempo total de rede do modelo M/M/1. Ao contrario do tempo total do modelo Weibull/Weibull/1 que é cerca de 4.0 vezes maior do que o tempo total do modelo Weibull/M/1 e 9 vezes maior do que o modelo M/M/1.



**Figura 4.53:** Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Weibull/M/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1.



**Figura 4.54:** Tempo médio de fila para a primeira, terceira, quinta e décima filas da rede considerando o modelo Weibull/Weibull/1 e a primeira fila considerando o modelo M/M/1.



**Figura 4.55:** Análise do tempo total de rede para os modelos G/M/1, G/G/1 e M/M/1 considerando que a distribuição G é uma Weibull.

Diante dos resultados obtidos através do cenário IV, pode-se observar que os tempos médios de filas dos modelos G/M/1, quando utilizando as distribuições de Pareto, Lognormal ou Weibull modelando o tempo entre chegadas de pacotes, tende a se aproximar do tempo médio de fila do modelo M/M/1 à medida em que se afasta da fonte de tráfego. Dessa forma constata-se que o tráfego gerado modifica-se a partir da segunda fila da rede, isto é, o tráfego deixa de ser puramente Pareto a partir da segunda fila que compõe a rede.

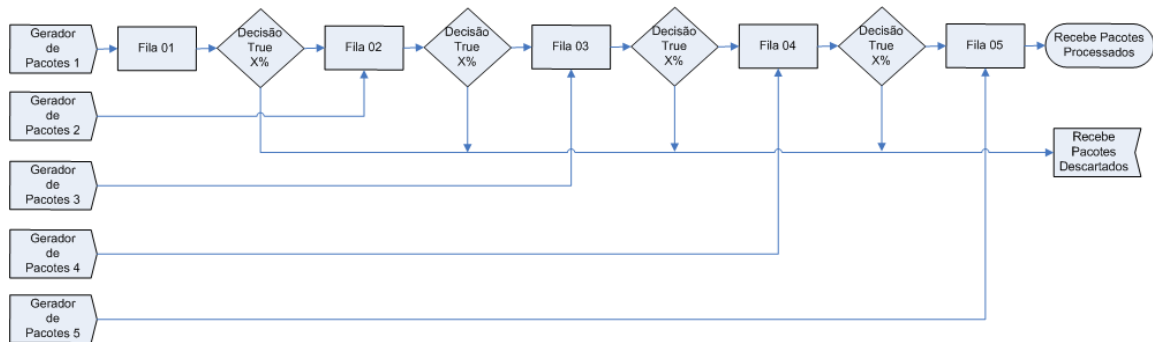
Outro resultado que deve ser levado em consideração é que o modelo de fila G/G/1 provoca maior tempo médio de fila do que o modelo G/M/1 seja para qualquer distribuição utilizada na entrada da rede. Conclui-se então que as distribuições de cauda pesada (Pareto, Lognormal ou Weibull), quando utilizadas para modelar o tamanho dos pacotes, provocam maior tempo total de rede e tempo médio de fila do que se utilizar a distribuição Exponencial.

#### **4.3.2 Análise para o Cenário V**

Continuando as análises do comportamento das redes de filas com tráfego modelado com distribuições de cauda pesada, considera-se agora uma rede de filas composta de cinco filas com inserção e derivação de tráfego nos pontos intermediários. Nessas novas análises, consideram-se os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1 onde G é uma distribuição de cauda pesada e D é uma Constante.

O cenário V é ilustrado na Figura 4.56, os parâmetros de forma das distribuições de cauda pesada foram mantidos constantes e os tempos de serviço variaram para variar o fator de utilização de cada sistema da fila.

A Tabela 4.4 traz a configuração dos parâmetros de forma e do tempo de serviço para este cenário.



**Figura 4.56:** Cenário de simulação com quatro descartadores de pacotes, cinco geradores de pacotes e cinco filas empregados para avaliar o comportamento de uma rede de filas G/M/1, G/D/1, G/G/1 e M/M/1.

**Tabela 4.4:** Configuração de Parâmetros para os modelos G/M/1, G/D/1, G/G/1 e M/M/1 para o cenário V

G	Alpha	Beta	Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/M/1		Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/D/1		Tempo de Serviço Variável para o Modelo G/G/1		$\rho$	
			Min.	Max.	Min.	Max.	Min.	Max.	Carga Min.	Carga Max.
Pareto	1.30	-	0.4591	2.9407	0.4591	2.9407	0.4591	2.9332	0.1532	0.9813
Lognormal	1.015	2.0	3.1236	20.007	3.1236	20.007	3.1236	20.007	0.1532	0.9813
Weibull	0.257	1.0	3.1245	20.013	3.1245	20.013	3.1245	20.013	0.1532	0.9813

Consideraram-se dois cenários de derivação e inserção de tráfego: no primeiro, 50% do tráfego de saída de cada fila foi descartado e um tráfego equivalente novo foi inserido; no segundo este percentual foi alterado para 5%.

Primeiramente analisaram-se separadamente os tempos médios de fila dos modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1 para as cinco filas da rede, onde a distribuição G é uma distribuição de cauda pesada (Pareto, Lognormal e Weibull). Em seguida analisou-se o tempo total de rede, onde considerou-se os três modelos juntos. Para efeito de comparação os tempos médios de filas e total de rede do modelo M/M/1 são também apresentados.

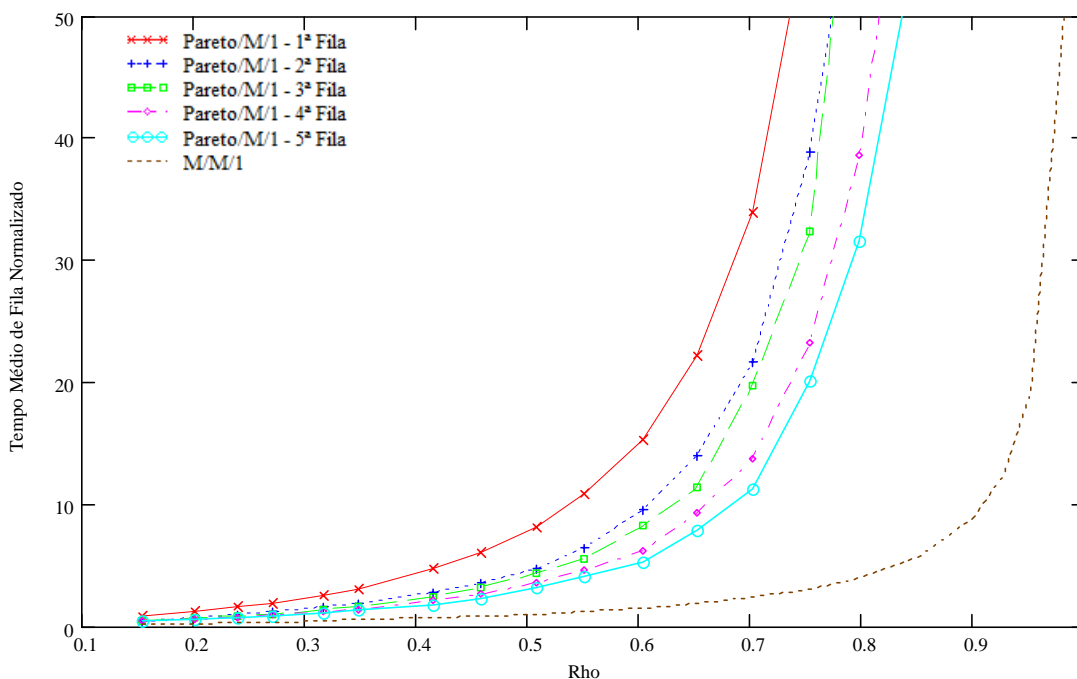
#### 4.3.2.1 Cenário com 50% de Descarte de Tráfego na Saída de cada Fila

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos quando o descarte de tráfego na saída de cada fila foi de 50%. As Figuras 4.57, 4.58 e 4.59 apresentam os tempos médios de filas para as cinco filas da rede, considerando os modelos de filas Pareto/M/1, Pareto/D/1 e Pareto/Pareto/1 respectivamente. A curva para o tempo médio de fila da primeira fila da rede

do modelo M/M/1 também é ilustrada em todas as figuras. Observa-se que o comportamento dos três modelos da rede de filas é semelhante à rede de filas do cenário IV. Ou seja, o tempo médio de fila diminui gradativamente com a posição da fila, sendo que os tempos médios de filas da quinta fila dos modelos citados acima se aproximam do tempo médio de fila do modelo M/M/1. As Figuras ainda mostram que a distribuição de Pareto quando utilizada para modelar o tempo de serviço provoca sempre um maior tempo médio de fila e a distribuição Constante sempre o menor.

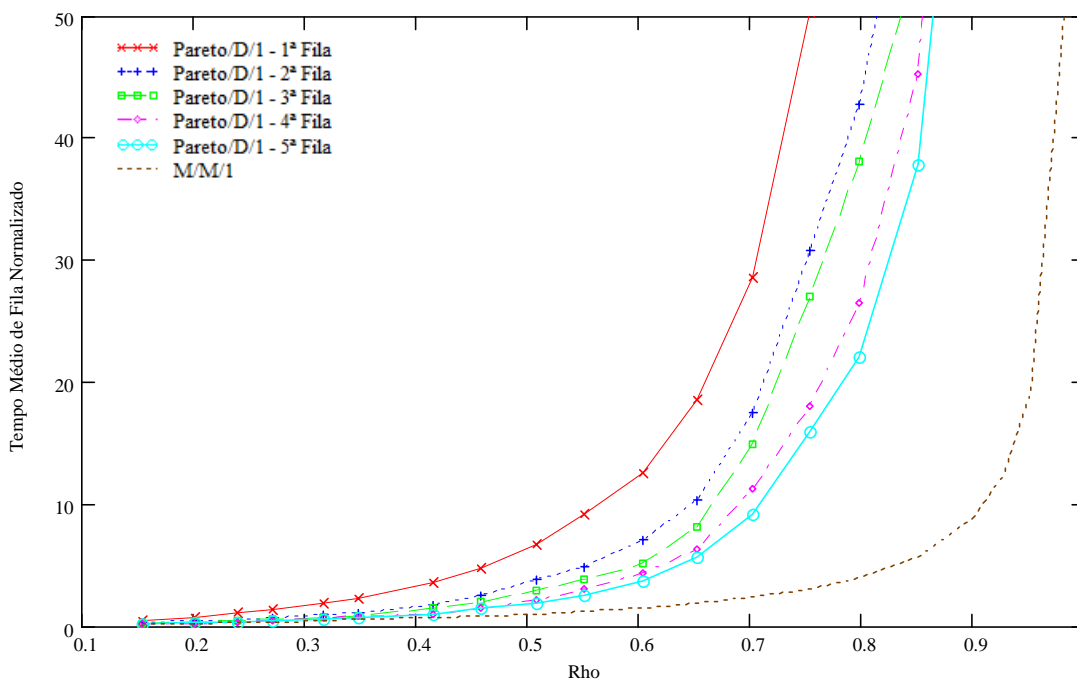
Pode-se observar ainda que o tempo médio de fila referente a quinta fila da rede do Cenário IV aproxima-se mais rapidamente do tempo médio de fila do modelo M/M/1 do que o mesmo tempo para o Cenário V. Ou seja, o tempo médio de fila do Cenário V aproxima-se mais lentamente do tempo médio de fila do modelo M/M/1.

Quando a análise é voltada para o tempo total de rede, a Figura 4.60 mostra que o tempo total de rede do modelo Pareto/D/1 foi o que mais se aproximou do tempo total de rede do modelo M/M/1.

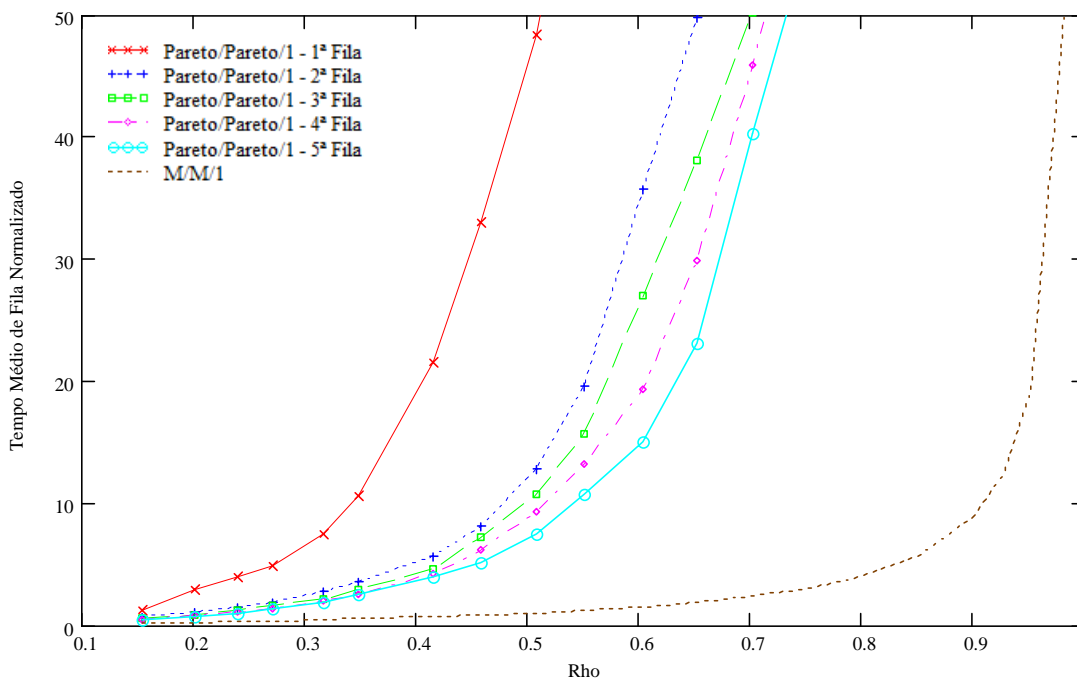


**Figura 4.57:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/M/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.

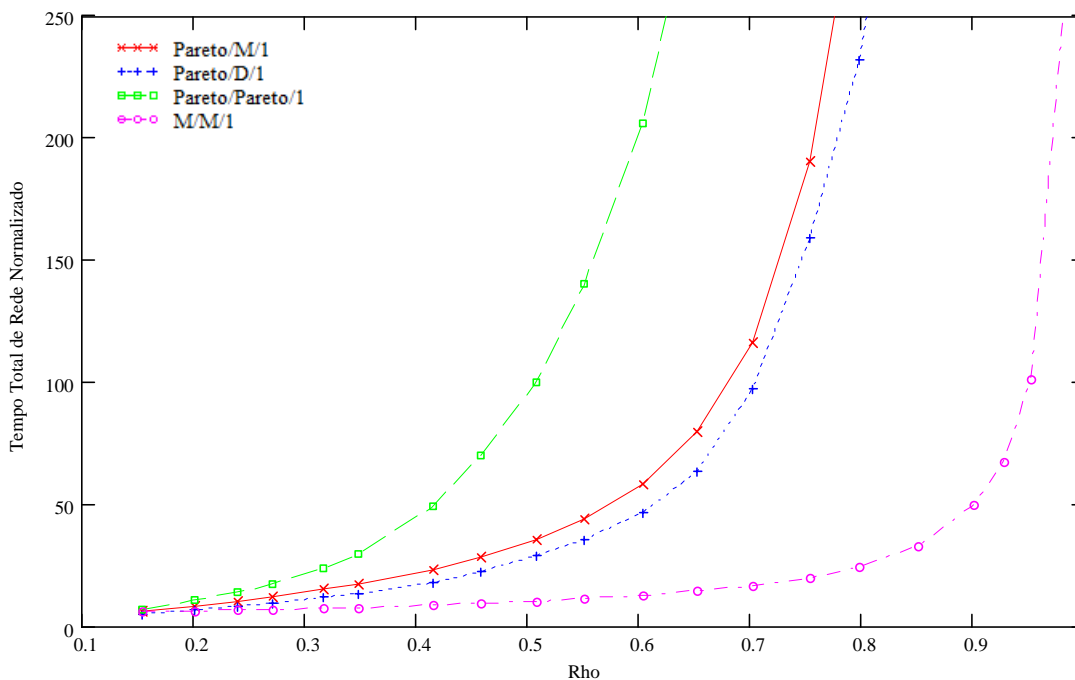




**Figura 4.58:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/D/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.



**Figura 4.59:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/Pareto/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.

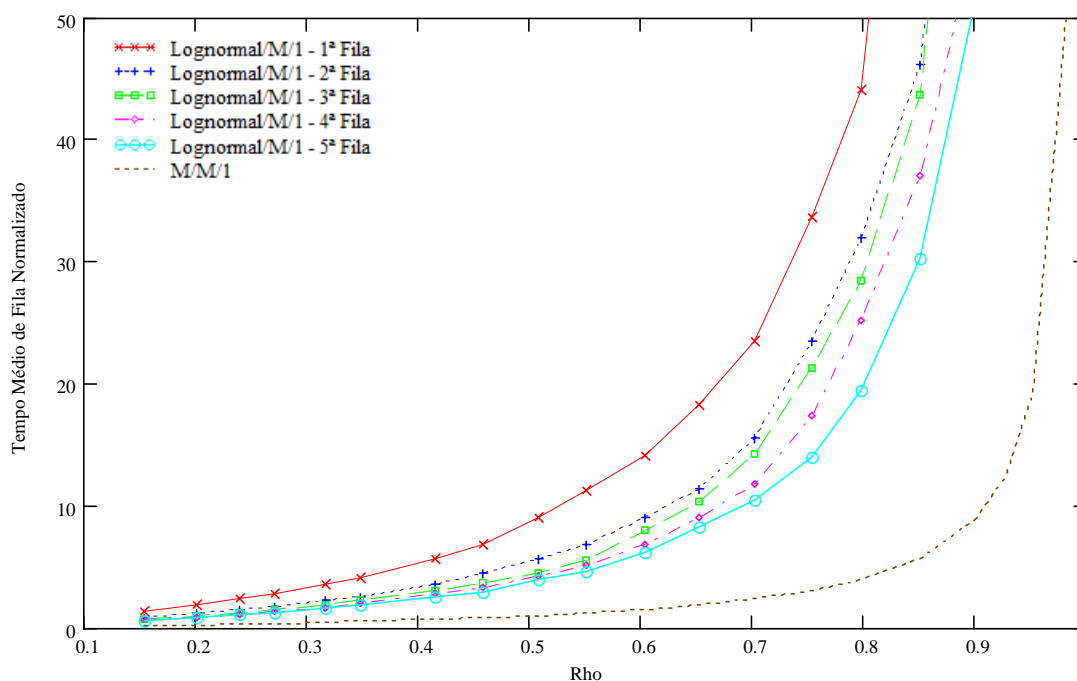


**Figura 4.60:** Tempo total de rede considerando os modelos Pareto/M/1, Pareto/D/1, Pareto/Pareto/1 e M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.

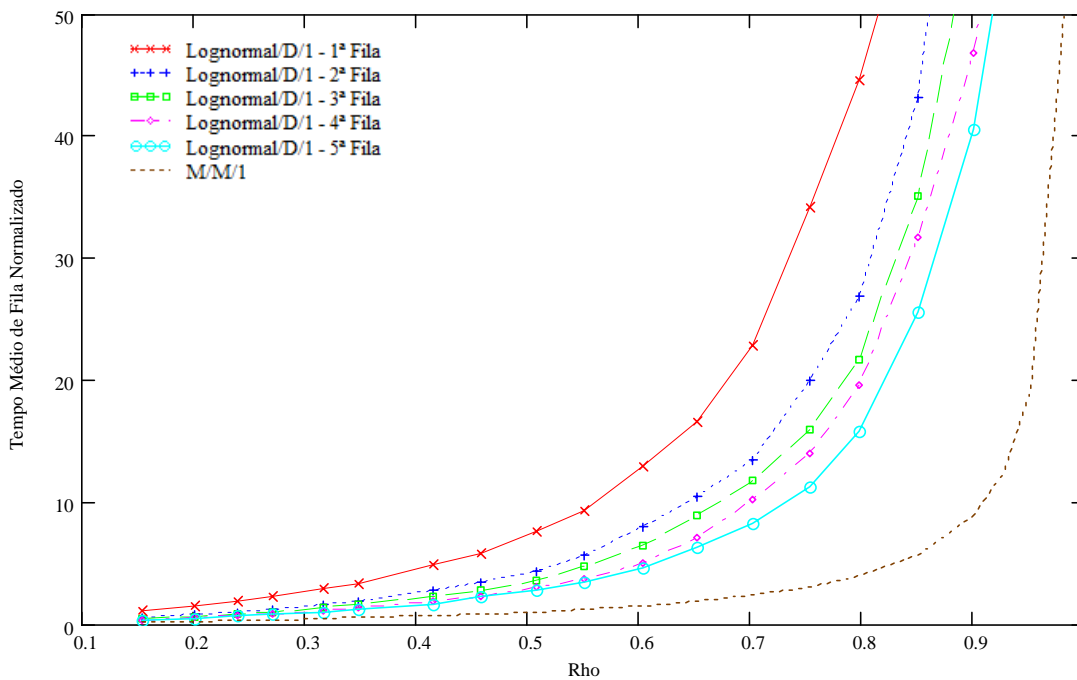
Continuando a análise para a rede de filas têm-se os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1, porém considerando agora que a distribuição G é uma Lognormal. As Figuras 4.61, 4.62 e 4.63 mostram os tempos médios de filas para as cinco filas da rede. Observa-se que o mesmo comportamento ocorrido para a distribuição de Pareto também ocorre para a distribuição Lognormal. Ou seja, os tempos médios de filas normalizados para os modelos Lognormal/M/1, Lognormal/D/1 e Lognormal/Lognormal/1, referente a quinta fila da rede se aproxima do tempo médio de fila do modelo M/M/1. Pode-se observar também que a distribuição Lognormal provoca sempre um menor tempo médio de fila se comparado com os mesmos modelos utilizando a distribuição de Pareto modelando o tempo entre chegadas de pacotes.

A Figura 4.64 mostra o tempo total de rede para a distribuição *Lognormal*. Verifica-se que a distribuição Lognormal provoca um maior tempo médio de fila do que a distribuição Constante quando utilizadas para modelarem o tamanho dos pacotes na rede.

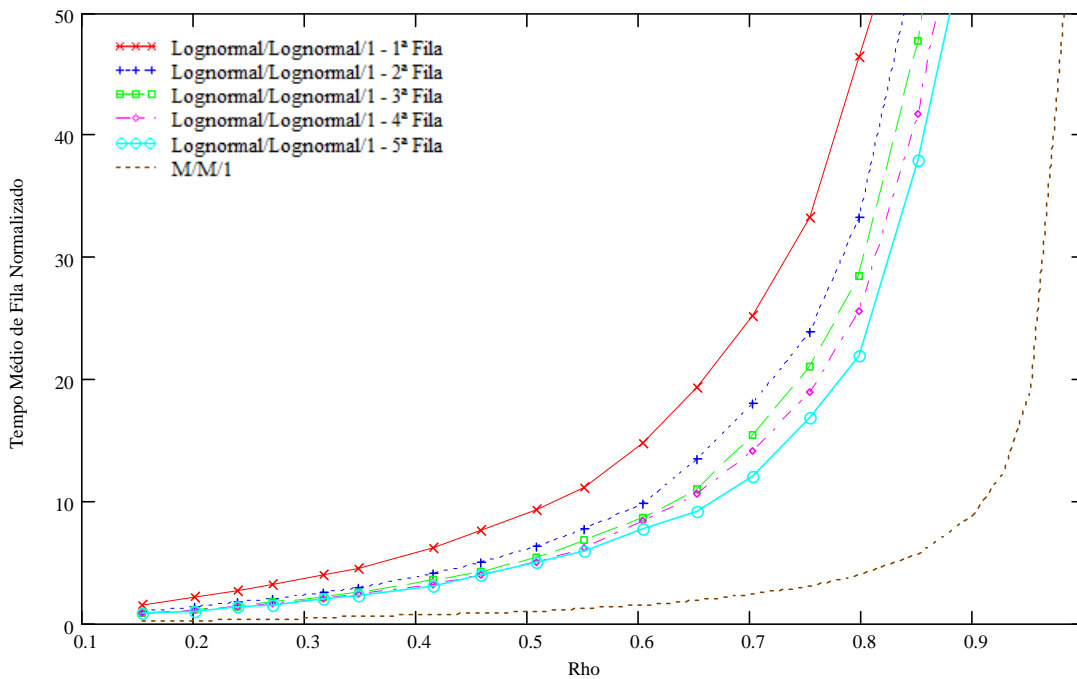
Diante dos resultados obtidos até agora para o cenário V, pode-se observar que embora o comportamento da rede seja o mesmo para as distribuições de Pareto e Lognormal, a distribuição de Pareto provoca sempre o maior tempo médio de fila e tempo total de rede em relação à distribuição Lognormal considerando os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1. Pode-se observar ainda que, quando se considera a distribuição Constante modelando o tamanho dos pacotes, o tempo médio de fila e tempo total de rede torna-se menor em relação aos outros modelos, para ambas as distribuições, Pareto ou Lognormal, na entrada da rede.



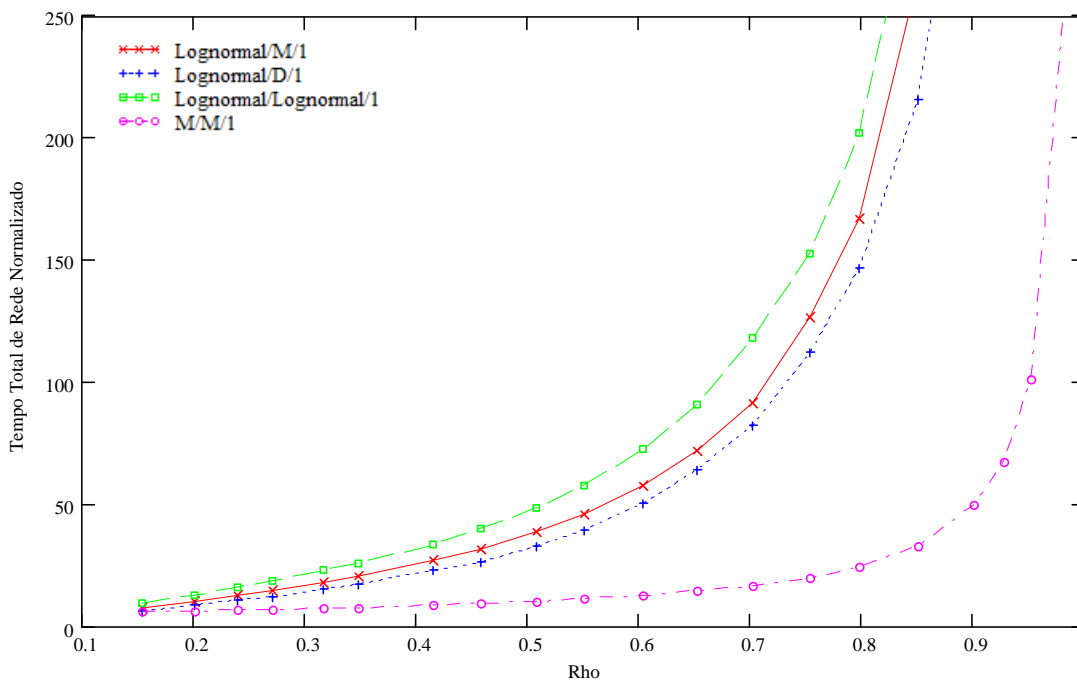
**Figura 4.61:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/M/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.



**Figura 4.62:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/D/1 e modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.



**Figura 4.63:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.

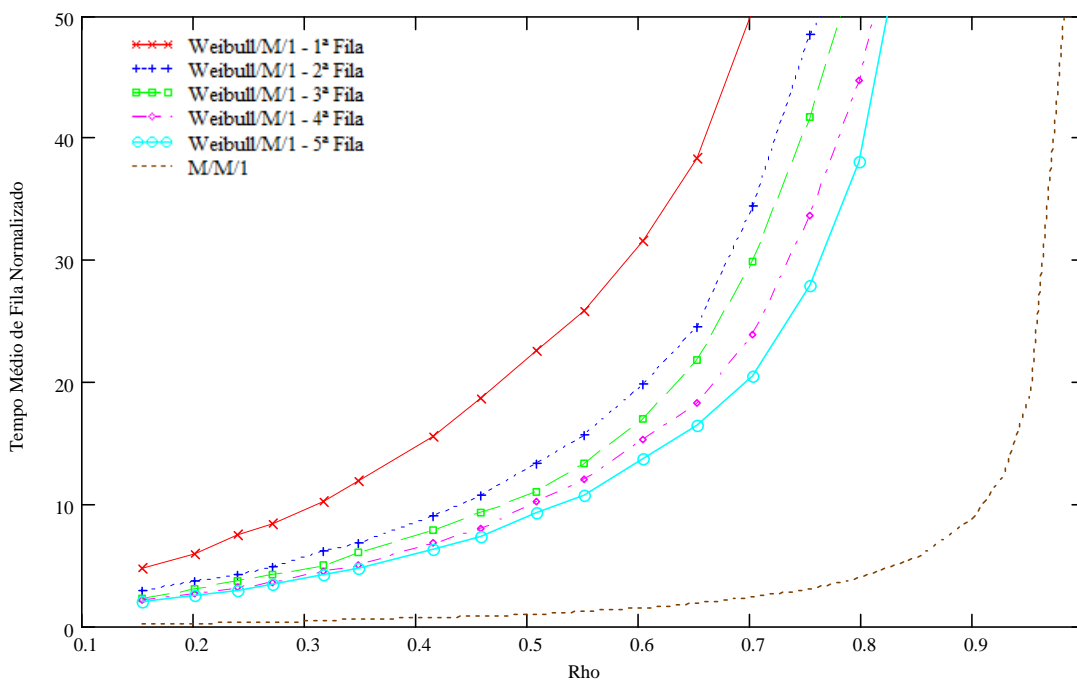


**Figura 4.64:** Tempo total de rede considerando os modelos Lognormal/M/1, Lognormal/D/1, Lognormal / Lognormal /1 e M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.

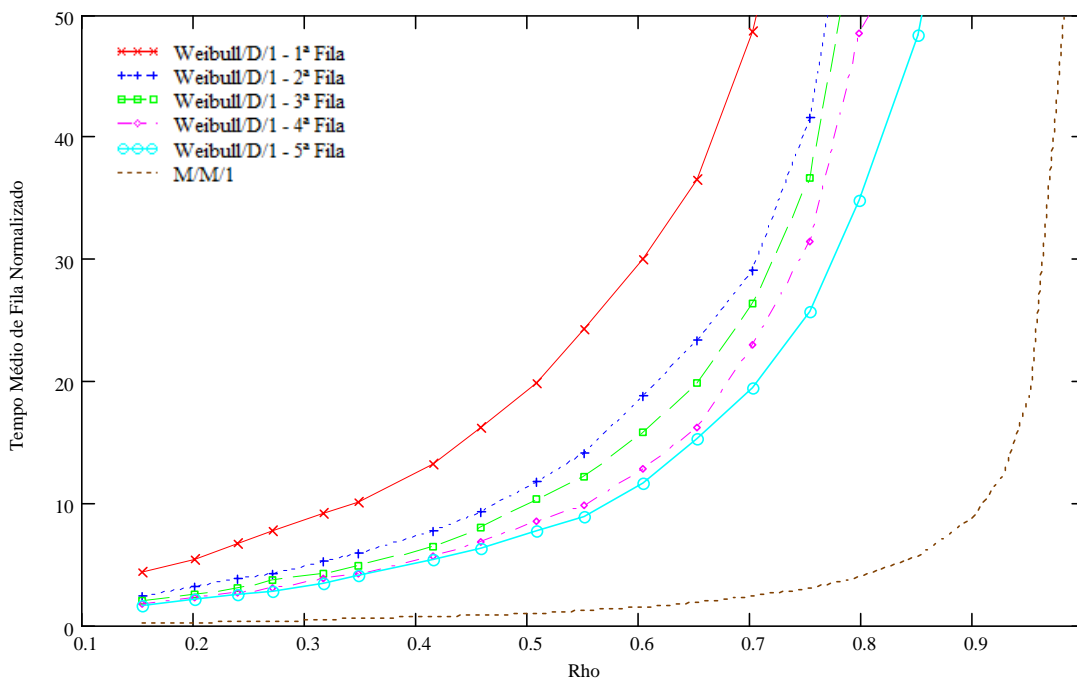
Finalizando a primeira análise para a rede de filas do cenário V consideraram-se também os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1 com a distribuição de Weibull.

Como era de se esperar o comportamento para a rede de filas utilizando a distribuição de Weibull é semelhante ao obtido para as distribuições de Pareto e Lognormal. As Figuras 4.65, 4.66 e 4.67 mostram que o tempo médio de fila também diminui gradativamente, aproximando-se do tempo médio de fila do modelo M/M/1 à medida em que nos aproximamos da quinta fila da rede.

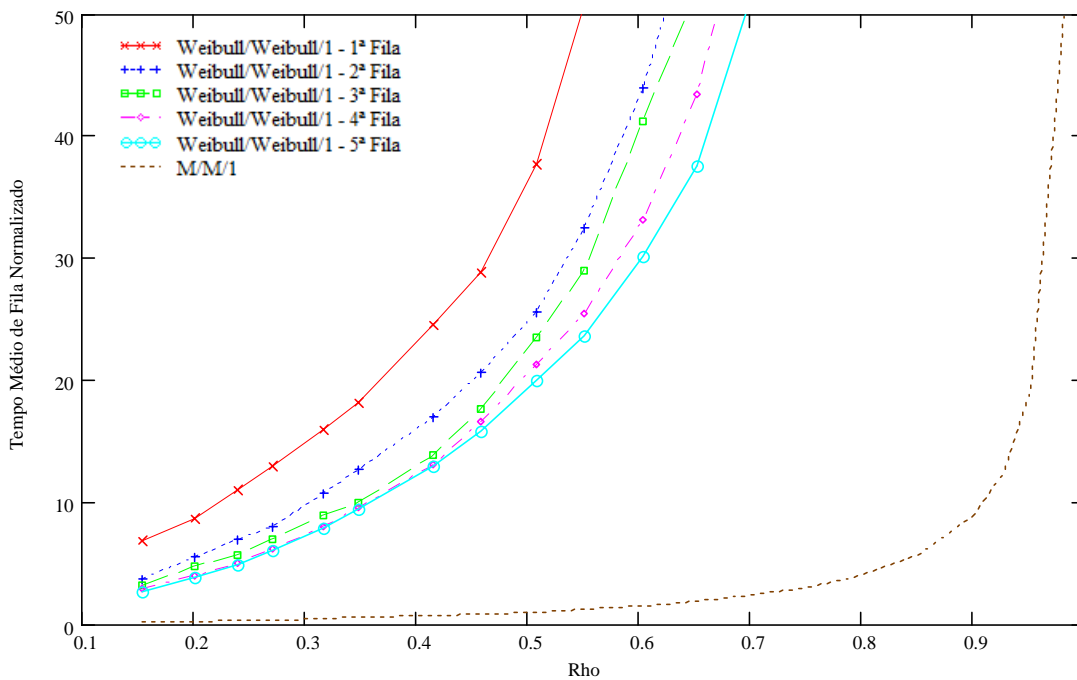
Outra constatação observada diante dos resultados obtidos para o cenário V, e através das Figuras 4.60, 4.64 e 4.68, é que os modelos Weibull/M/1, Weibull/D/1 e Weibull/Weibull/1 possuem sempre tempo total de rede maior em relação aos mesmos modelos quando considera-se a distribuição Lognormal.



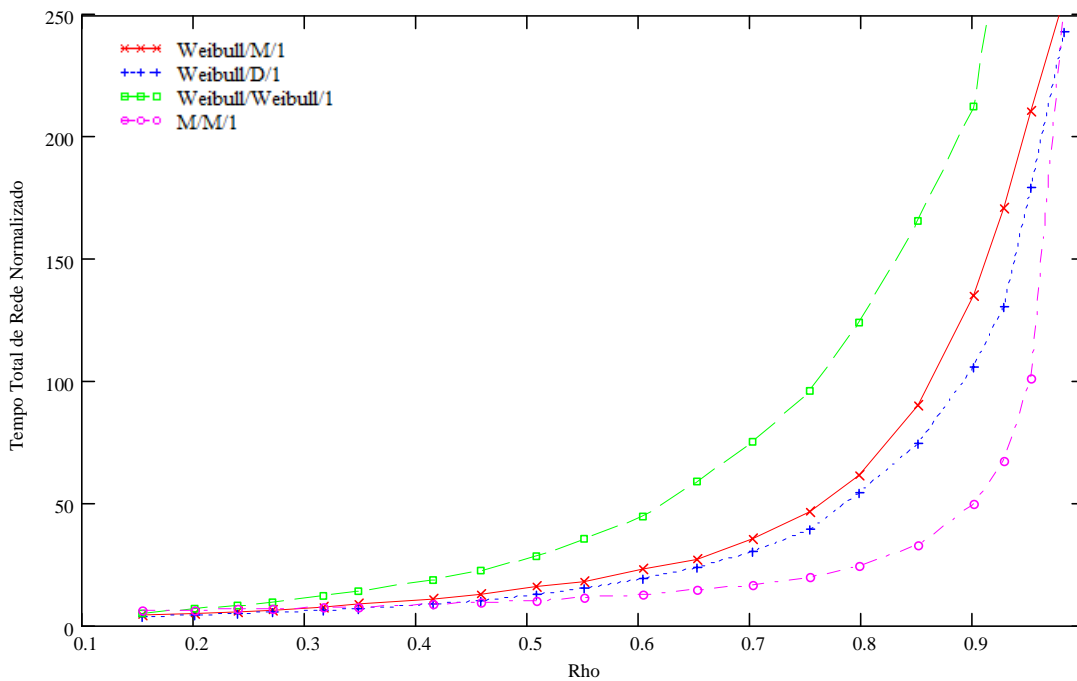
**Figura 4.65:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/M/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.



**Figura 4.66:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/D/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.



**Figura 4.67:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/Weibull/1 e o modelo M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.



**Figura 4.68:** Tempo total de rede considerando os modelos Weibull/M/1, Weibull/D/1, Weibull/Weibull/1 e M/M/1 com 50% de derivação no tráfego.

#### 4.3.2.2 Cenário com 5% de Descarte de Tráfego na Saída de cada Fila

Continuando as análises do comportamento da rede de filas com derivação e inserção intermediárias de tráfego, considerou-se agora uma derivação no tráfego de 5% na saída de cada fila, com inserção de tráfego novo equivalente no mesmo ponto.

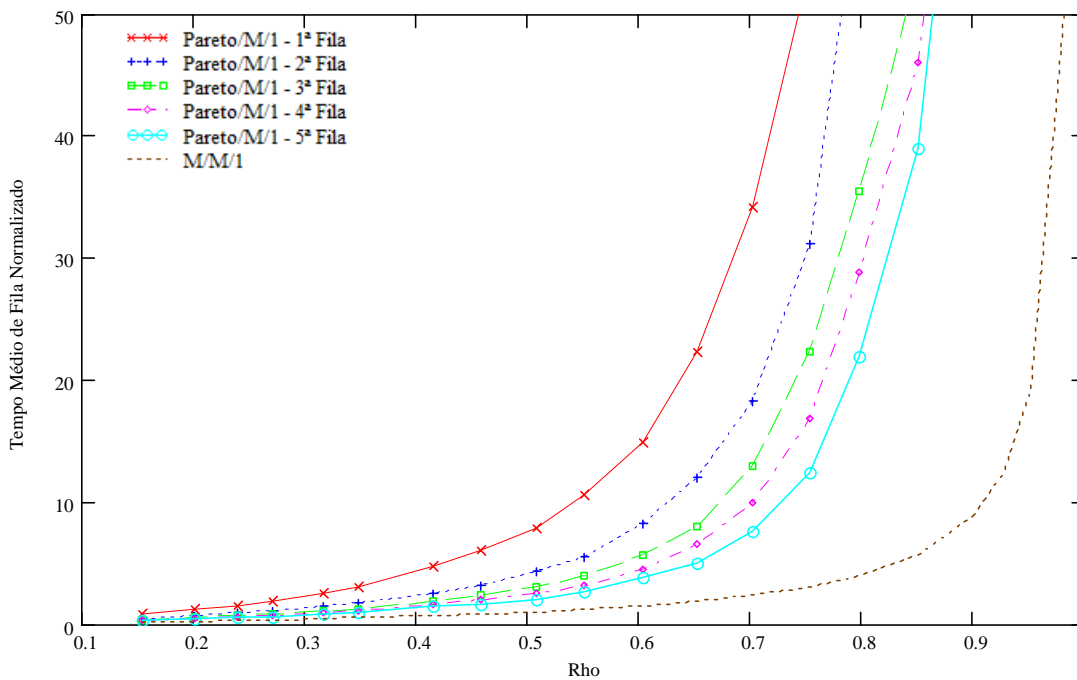
Novamente, consideram-se os parâmetros de forma fixos e varia-se o tempo de serviço para variar o fator de utilização das filas, de acordo com a Tabela 4.4. Os modelos genéricos considerados são G/M/1, G/D/1 e G/G/1, sendo que o modelo M/M/1 é novamente considerado como modelo de referência.

As Figuras 4.69, 4.70 e 4.71 mostram os tempos médios de filas para os modelos Pareto/M/1, Pareto/D/1 e Pareto/Pareto/1 respectivamente. Observa-se que o comportamento da rede de filas com 5% de derivação do tráfego é semelhante à primeira análise, onde se derivou 50% do tráfego. No entanto, os tempos médios de filas dos modelos genéricos tendem mais rapidamente ao tempo médio de fila do modelo Markoviano M/M/1.

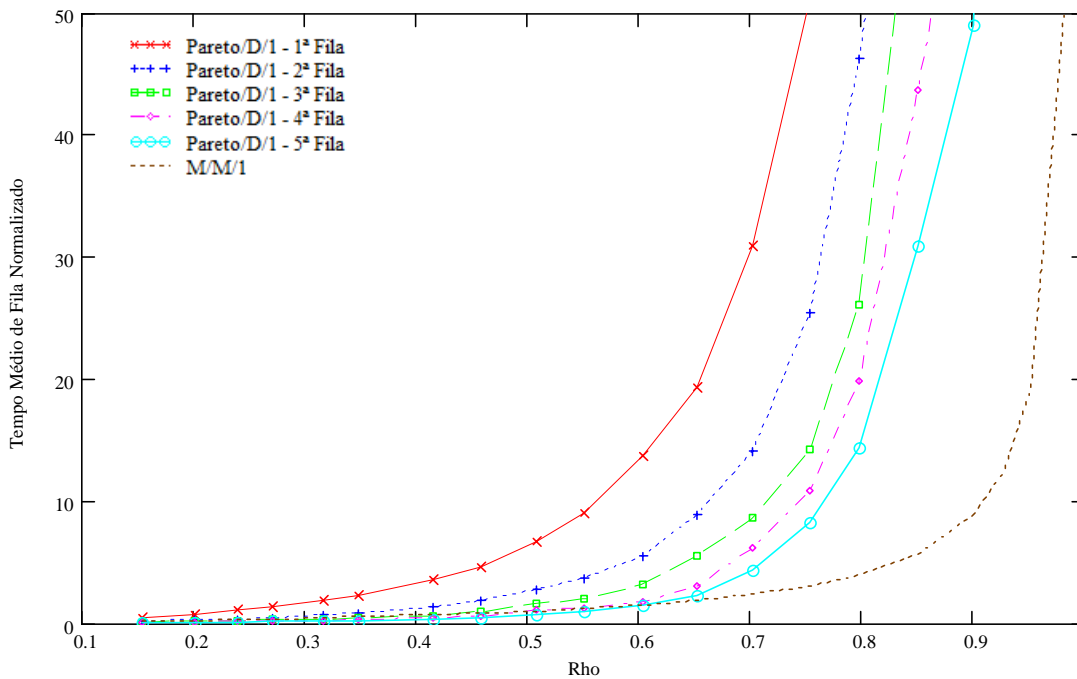
Na Figura 4.72 mostra-se o tempo total de rede para os modelos genéricos. Observa-se que o tempo total de rede dos modelos Pareto/M/1 e Pareto/D/1 aproxima-se mais rapidamente do tempo total de rede do modelo M/M/1. Já o modelo Pareto/Pareto/1 aproxima-se com maior lentidão.

Dando continuidade a análise considerando o tempo total de rede entre os modelos genéricos, o modelo Pareto/Pareto/1 provoca um maior tempo médio de fila e conseqüentemente um maior tempo total de rede. Por outro lado, o modelo Pareto/D/1 possui o menor tempo médio de fila, assim como o menor tempo total de rede.

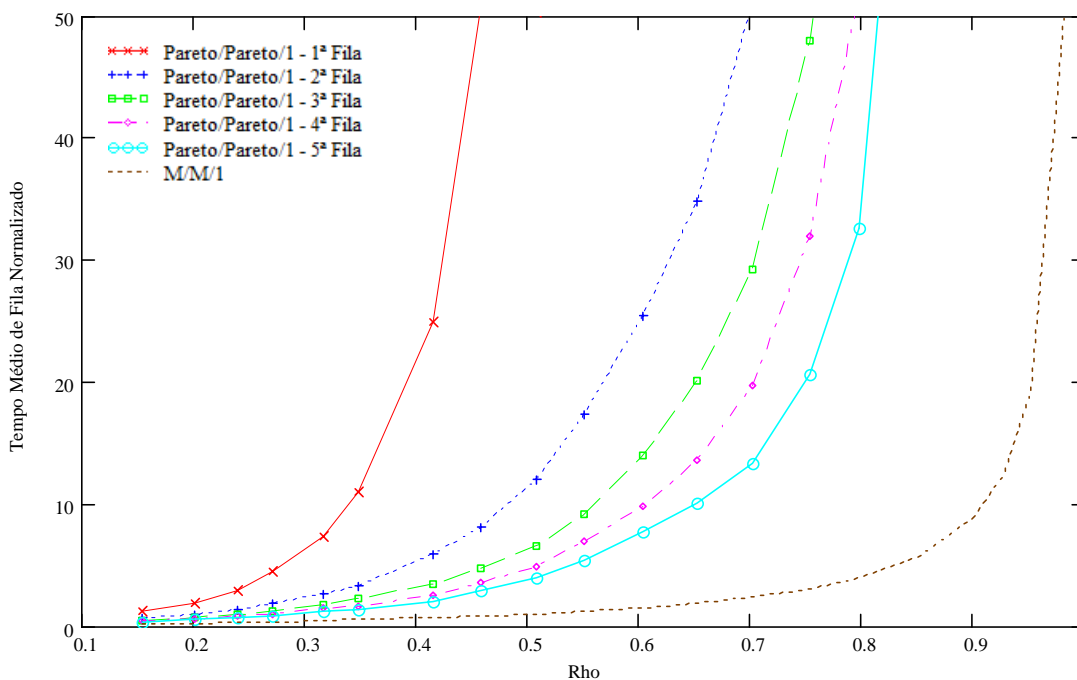




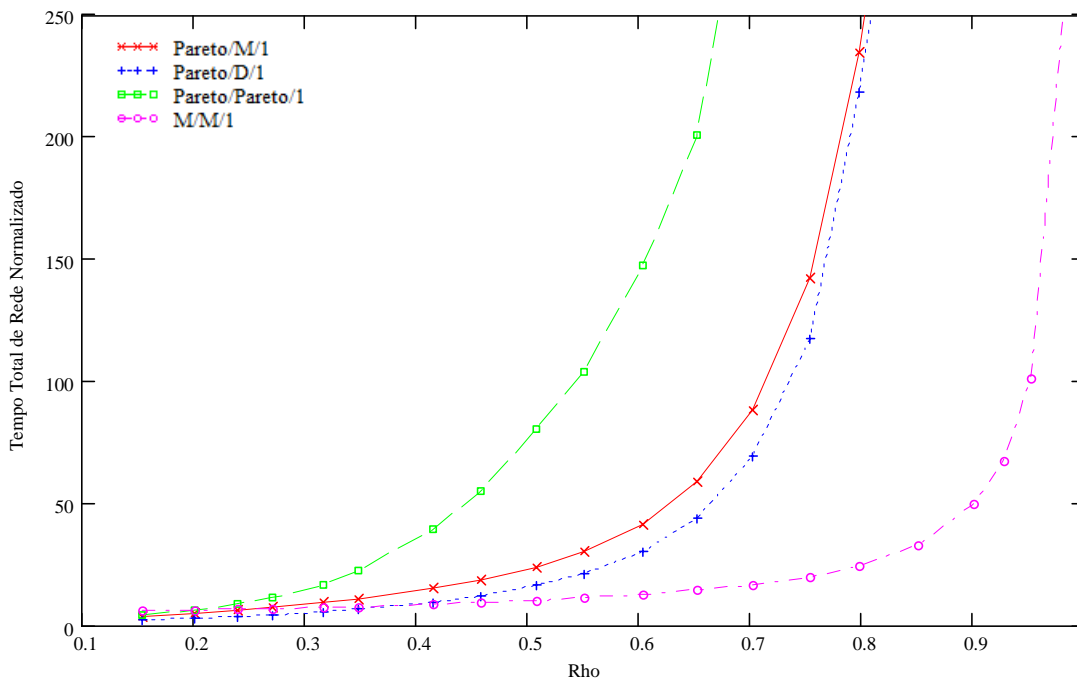
**Figura 4.69:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/M/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



**Figura 4.70:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/D/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



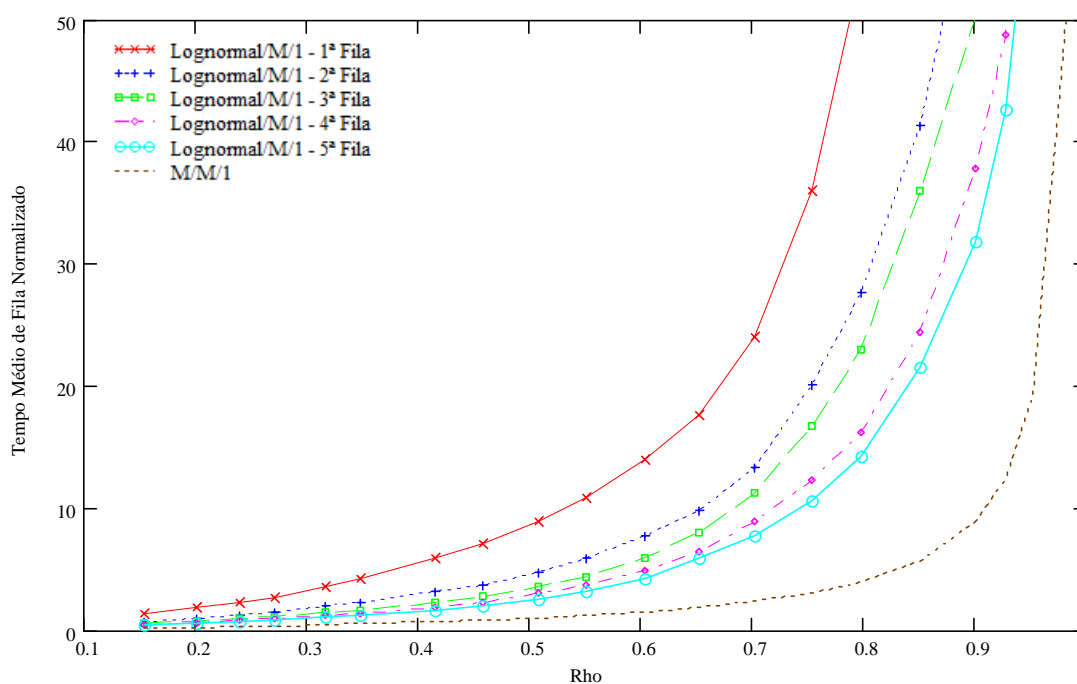
**Figura 4.71:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Pareto/Pareto/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



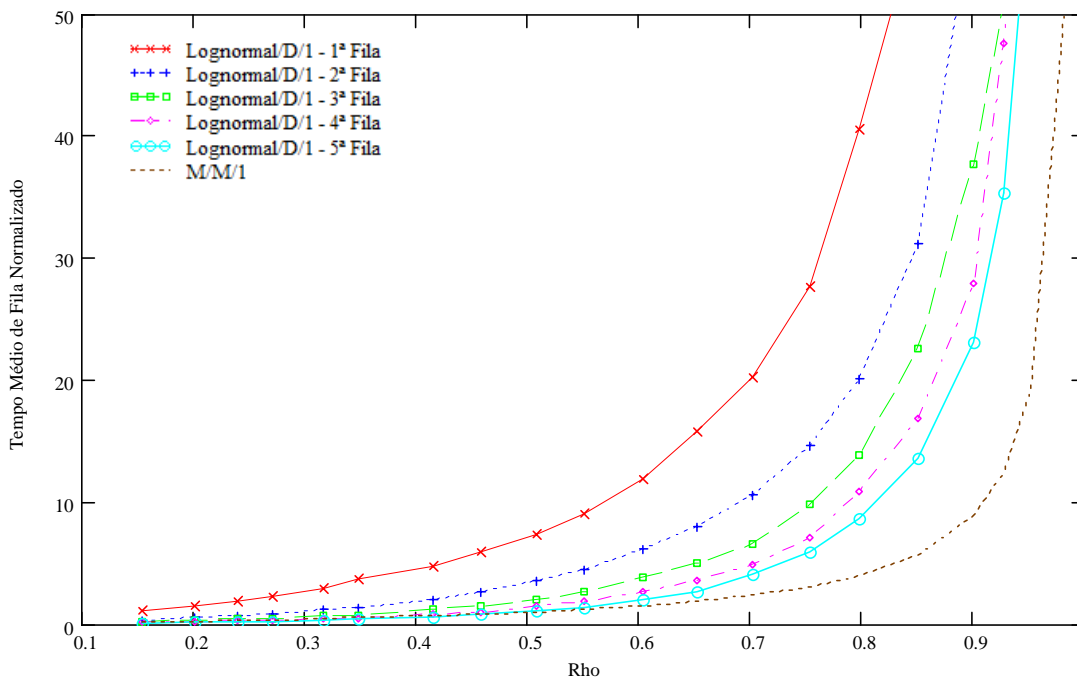
**Figura 4.72:** Tempo total de rede considerando os modelos Pareto/M/1, Pareto/D/1, Pareto/Pareto/1 e M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.

As Figuras 4.73, 4.74 e 4.75 mostram os tempos médios de filas para as cinco filas da rede, considerando agora a distribuição Lognormal. Observa-se que o mesmo comportamento ocorrido para a distribuição de Pareto também ocorre para a distribuição Lognormal quando a derivação de pacotes na rede aumentou. Isto é, o tempo médio de fila da quinta fila da rede tende ao tempo médio de fila do modelo M/M/1. Pode-se observar ainda que esta tendência é mais lenta para o modelo Lognormal/Lognormal/1 e mais rápida para o modelo Lognormal/D/1.

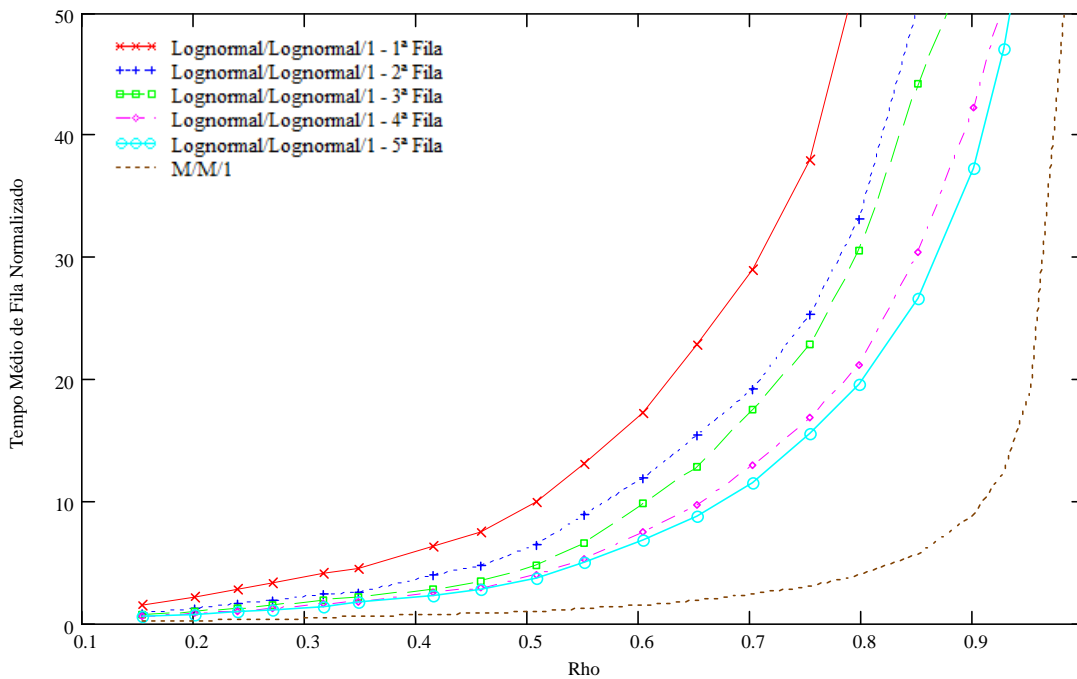
A Figura 4.76 ainda mostra que o tempo total de rede do modelo Lognormal/Lognormal/1 tende ao tempo total de rede do modelo M/M/1 mais rápido se compararmos o mesmo cenário para o modelo Pareto/Pareto/1. Dessa forma conclui-se que o modelo Lognormal/Lognormal/1 provoca menor tempo total de rede.



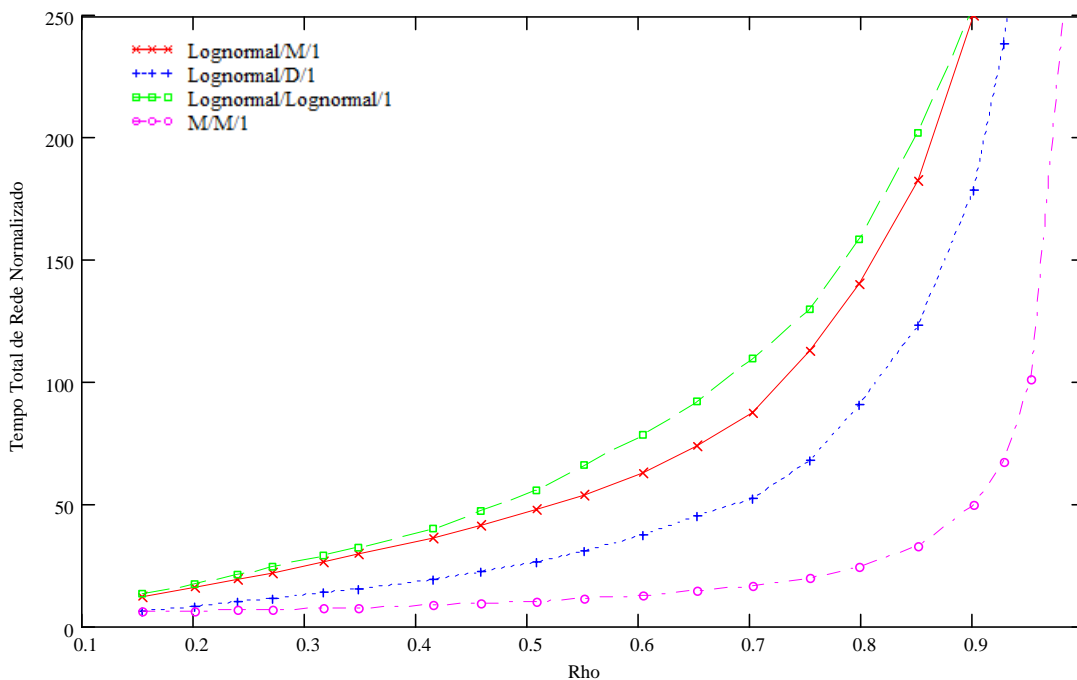
**Figura 4.73:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/M/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



**Figura 4.74:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/D/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



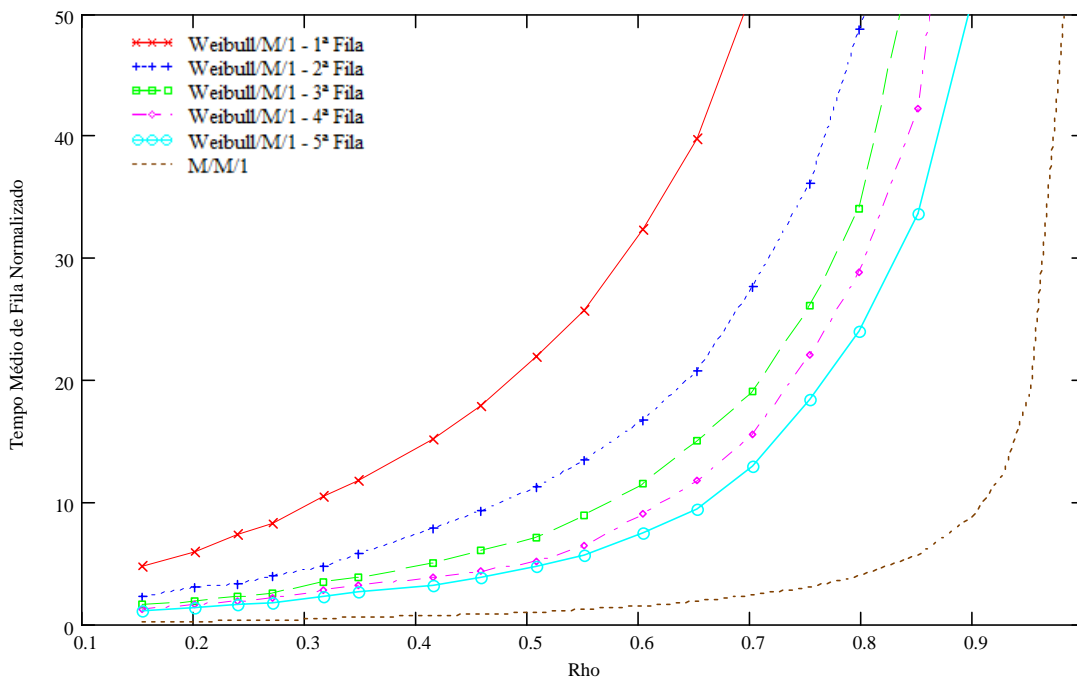
**Figura 4.75:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Lognormal/Lognormal/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



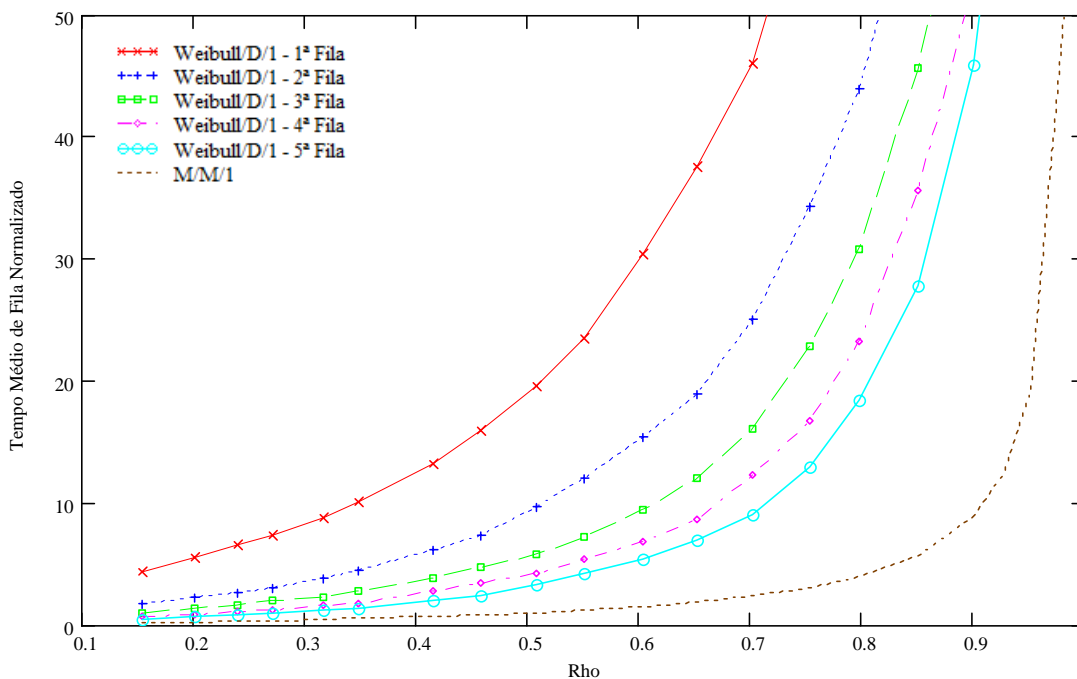
**Figura 4.76:** Tempo total de rede para os modelos Lognormal/M/1, Lognormal/D/1, Lognormal/Lognormal/1 e M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.

Finalizando esta análise, mostra-se nas Figuras 4.77, 4.78 e 4.79 o comportamento da rede de filas quando a distribuição de Weibull é utilizada. As curvas mostram que o tempo médio de fila com a distribuição de Weibull aproxima-se mais lentamente do tempo médio de fila do modelo M/M/1. Dessa forma, conclui-se que mesmo com baixa derivação de tráfego na rede, a distribuição de Weibull continua a possuir tempos médios de filas maiores em relação à distribuição Lognormal e menores em relação à distribuição de Pareto, quando estas são utilizadas para modelar o tempo entre chegadas de pacotes.

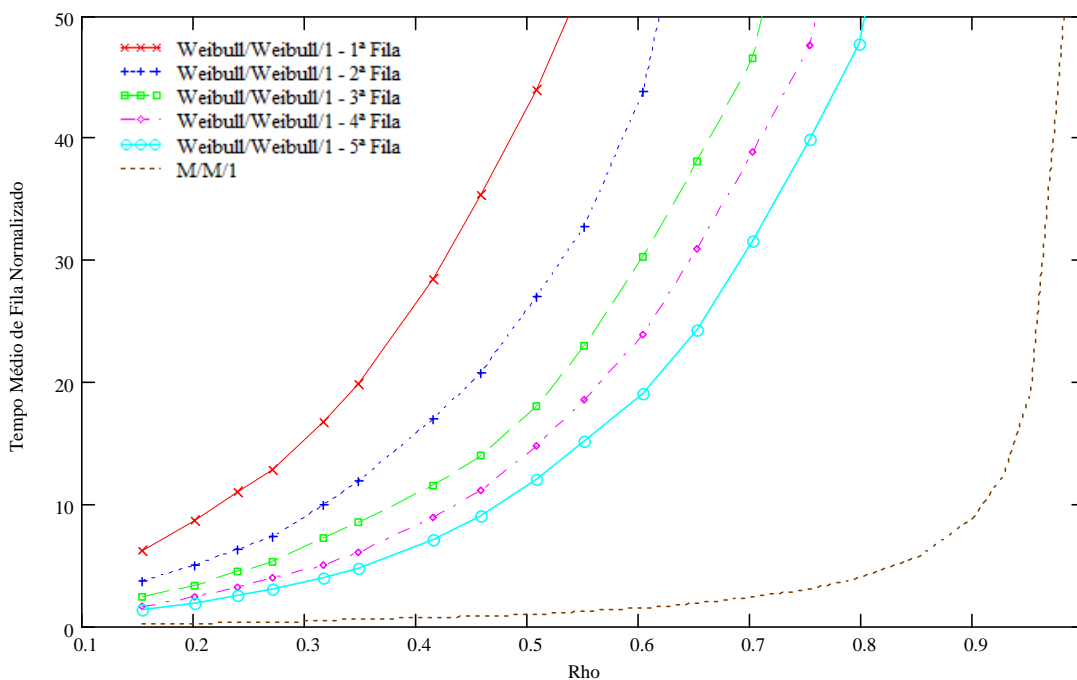
Por fim, a Figura 4.80 mostra que o tempo total de rede para o modelo G/G/1 é maior do que o tempo total de rede dos modelos G/D/1 e G/M/1, considerando que G é uma distribuição de Weibull.



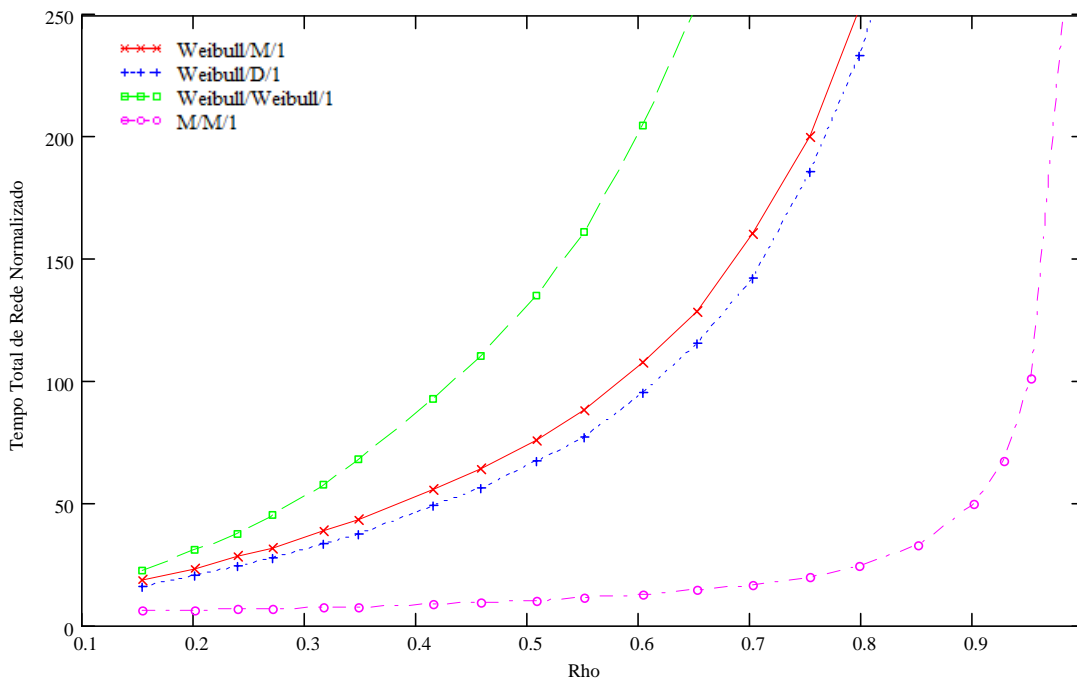
**Figura 4.77:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/M/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



**Figura 4.78:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/D/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



**Figura 4.79:** Tempo médio de fila para as cinco filas da rede considerando o modelo Weibull/Weibull/1 e o modelo M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.



**Figura 4.80:** Tempo total de rede considerando os modelos Weibull/M/1, Weibull/D/1, Weibull/Weibull/1 e M/M/1 com 5% de derivação no tráfego.

Diante dos resultados observados para os cenários IV e V, pode-se concluir que a medida que derivamos mais tráfego nos pontos intermediários os tempos médios de filas dos modelos genéricos tendem ao tempo médio de fila do modelo M/M/1. os resultados também mostram que esta tendência ocorre de forma acentuada para o modelo G/M/1 e menos acentuada para o modelo G/G/1.



## Capítulo 5 - Conclusões

Nesta dissertação analisou-se o comportamento dos modelos genéricos G/M/1, G/D/1 e G/G/1 considerando as distribuições de cauda pesada (Pareto, Lognormal e Weibull) considerando em cinco diferentes cenários de sistemas de filas. No primeiro cenário considerou-se um sistema de fila isolado com parâmetro de forma fixo e tempo de serviço variável. No segundo cenário variou-se o parâmetro de forma, fixando o tempo de serviço. Para o terceiro cenário considerou-se que o tráfego de entrada no sistema de fila é a composição de tráfegos oriundos de  $n$  fontes idênticas e independentes, todas com as mesmas características. Por fim considerou-se para os cenários IV e V uma rede de filas sem derivação de tráfego e com derivação de tráfego, respectivamente.

Mostrou-se, nos cenários I e II, considerando os modelos G/M/1, G/D/1 e G/G/1, que o comportamento para os tempos médios de filas normalizados são diferentes, com o cenário II sempre resultando em tempo médio de fila menor.

Analisou-se o comportamento do sistema de fila isolado do Cenário I considerando os modelos genéricos com diferentes valores fixados para os parâmetros de forma. Constatou-se que o comportamento da fila depende do parâmetro de forma da distribuição.

Para o Cenário II, verificou-se que o tempo médio de fila depende da taxa de saída do sistema. Ou seja, constatou-se para diferentes taxas de saída que os tempos médios de filas normalizados são qualitativamente diferentes.

Comparando os três cenários para filas isolados, verificou-se que os cenários I e III apresentam resultados semelhantes, enquanto o cenário II apresenta resultados completamente diferentes.

Comparando o das filas Pareto/M/1, Lognormal/M/1 e Weibull/M/1 com as filas M/M/1, introduziu-se o conceito de fator de desempenho, que permite obter o resultado para a

fila G/M/1 a partir do resultado para a fila M/M/1. Este fator de desempenho, sob determinadas condições, é uma constante.

Analisaram-se os modelos genéricos submetidos a uma rede de filas sem derivação de tráfego e com derivação de tráfego, denominados de Cenários IV e V, respectivamente. Constatou-se que à medida que as filas da rede se afastam da fonte de tráfego e que o número de filas na rede aumenta, os tempos médios de fila dos modelos genéricos tendem ao tempo médio de fila do modelo M/M/1. Conclui-se então que o tráfego processado deixa de ser puramente Pareto a partir da segunda fila da rede em ambos os Cenários.

Por fim, verificou-se que a convergência do resultado do G/M/1 para o M/M/1, à medida que nos afastamos da fonte de tráfego, ocorre mais rapidamente quando não há derivação de tráfego e mais lentamente à medida que o percentual de derivação aumenta.

## **5.1 Trabalhos Futuros**

Como trabalho futuros, podemos investigar a existência de uma função que possa ser utilizada como fator de desempenho para os Cenário I e III, parametrizada pelos parâmetros de forma das distribuições de cauda pesada.

Uma outra possibilidade é se investigar um fator de desempenho que relacione os tempos médios de filas dos cenários IV e V de acordo com a posição da fila na rede. Dessa forma pode-se ter uma idéia do comportamento da rede quando se tem derivação de tráfego nos pontos intermediários.

## Referencias Bibliográficas

- [1] Tan, X., et al, “*Modeling and Performance Analysis of Self-Similar Traffic Based on FBM*” International Conference on Network and Parallel Computing Workshops. NPC Workshops. IFIP. Liaoning. Out. 2007, pp 543-548.
- [2] Prata Júnior O.G. “*Uma Proposta de Modelagem Matemática para Tratamento de Tráfego com Características Auto-Similar*” Dissertação (Mestrado em Telecomunicações) – Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, Julho 2003, pp. 1-60.
- [3] Koh Y. and KimLoss K. “*Loss Probability Behavior of Pareto/M/1/K Queue*” IEEE Communications Letters, Vol. 7, No. 1, Jan 2003, pp. 39-41.
- [4] Leland W.E. et al, “*On the self-similar nature of Ethernet traffic (Extended version)*” IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 2, No. 1, Feb 1994, pp. 1-15.
- [5] Jin X. and Min G. “*An Analytical Queuing Model for Long Range Dependent Arrivals and Variable Service Capacity*” IEEE International Conference on Communications, Vol. 31, No. 1, May 2008, pp. 230-234
- [6] Kim Y.G. and Min P.S. “*On the Prediction of Average Queueing Delay with Self Similar Traffic*” GLOBECOM 2003 – IEEE Global Telecommunications Conference, no. 1, Dec 2003, pp. 2987-2991
- [7] S. Lima, M. Silva, P. Carvalho, A. Santos, and V. Freitas “*Long Range Dependence of Internet Traffic Aggregates*” IFIP Networking 2002, volume 2345, Pisa, Italy, May 2002, pp. 1159–1164.
- [8] Hassan, H. G. and Garcia J. M. “*Modeling Internet Traffic Performance Limits*” ICISP 2006, International Conference on Internet Surveillance and Protection. Set 2006, pp. 1-7
- [9] Cao J. and Ramanan K. “*A Poisson Limit for Buffer Overflow Probabilities*” IEEE INFOCOM 2002 – IEEE International Conference on Computer Communications, no. 1, Jun 2002, pp. 994-1003.
- [10] Beran, J., et al, “*Long-Range Dependence in Variable-Bit-Rate Video Traffic*” IEEE Transactions on communications, Vol. 43, NO. 2/3/4, Feb/Mar/Apr 1995, pp. 1566-1579.
- [11] Paxson V. and Floyd S. “*Wide-Area Traffic: The Failure of Poisson Modeling*”

- IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 3, no. 3, June 1995, pp. 226-244
- [12] Bestavros A. et. all. “*Explaining World WideWeb Traffic Self-Similarity*” Computer Science Department Boston University Cummington St, Boston, MA 02215, October 1995, pp. 1-19.
- [13] Addie, R.G., et al “*Fractal Traffic Measurements, Modelling and Performance Evaluation*” Fourteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies. Proceedings. IEEE, Vol. 3, Apr 1995, pp. 977-984
- [14] Harris et. all “*Multiplicative multifractal modelling of long-range-dependent Network Traffic*” International Journal of Communication Systems, 1999; vol. 14, pp.783-801
- [15] Feldmann, A., A. C. Gilbert and W. Willinger “*Data networks as cascades: Investigating the multifractal nature of internet WAN traffic*” Proceedings of the ACM/SIGCOMM, October 1998, pp. 42-55.
- [16] B. Mandelbrot, “Self-similar error clusters in communication systems and the concept of conditional stationarity” IEEE Transaction on Communication Technology, Dec 1965, pp. 71-90.
- [17] Crovella M. E. and Bestavros A. “*Self-Similarity in World Wide Web Traffic Evidence and Possible Causes*” IEEE/ACM Transactions on Networking, Vol. 5, No. 6, Dec. 1997, pp. 835-846
- [18] Garrett M. and Willinger W. “*Analysis, Modeling and Generation of Self-Similar VBR Video Traffic*” ACM SIGCOMM Computer Communication Review, Vol. 24, Oct. 1994, pp. 269-280.
- [19] Jiang M., Nikolic M., Hardy S. and Trajkovic L. “*Impact of Self-Similarity on Wireless Data Network Performance*. In IEEE International Conference on Communications, june 2001, pp. 1-5.
- [20] Cappe O. and Yang X. “*Long-Range Dependence and Heavy-Tail Modeling for Teletraffic Data*” IEEE Signal Proc. Magazine, Dec 2002, Vol. 19, pp. 14–27.
- [21] Crovella M. E. and Bestavros A. “*Explaining World Wide Web Traffic Self-Similarity*” Computer Science Department, Boston university, October 1995, pp. 1-19
- [22] Fernandes S., Kamienski C., and Sadok D. “*Accurate and Fast Replication on the Generation of Fractal Network Traffic Using Alternative Probability Models*”. Conference on Performance and Control of Next Generation Communication Networks, part of the SPIE International Conference ITCOM September 2003, pp. 7-11.
- [23] Addie R. G., Neame T. and Zukerman M. “*Performance evaluation of a queue fed by a Poisson Pareto burst process*” Computer Networks, vol. 40, Set 2002, pp. 377-397.
- [24] Gordon J. “*Pareto Process as a Model of Self-Similar Packet Traffic*” IEEE Bell core, Red Bank, New Jersey, U.S.A., Set 1995, PP. 2232-2236.

- [25] Shortle J. F., Fischer M. J., Gross D. and Masi D. M. “*One-Parameter Pareto, Two-Parameter Pareto, Three-Parameter Pareto Is there a Modeling Difference?*” The Telecommunications Review May 2005, pp 79-91.
- [26] Hisatugu W. H., Garcia A. S. “*Avaliação de Desempenho de Filas baseadas na distribuição de Lomax e na distribuição de Pareto com Dois Parâmetros: O Papel do Parâmetro  $\beta$* ” Revista Telecomunicações - Inatel, Abril 2009, pp.11.
- [27] Maejima M. and Sato K. “*Semi-Selfsimilar Processes*” Department of Mathematics, keio University, Hiyoshi, Yokohama Japan. Dec 1990, pp. 1-43.
- [28] I. Norros, “*A storage model with self-similar input,*” Queueing Syst., vol. 16, October 1994, pp. 387–396.
- [29] Fares R. H. and Woodward M. E. “*The use of Long Range Dependence for Network Congestion Prediction*” IEEE Computer Society - First International Conference on Evolving Internet, Jul 2009, PP. 1-6.
- [30] Garroppo R.G, Giordano S. and Russo F. “*Comparison of LRD and SRD Traffic Models for the Performance Evaluation of Finite Buffer Systems*” IEEE Department of Information Engineering – University of Pisa, Apr 2001, PP. 2681-2686.
- [31] W. Willinger, V. Paxson, R. Riedi, and M. S. Taqqu, “*Long-range dependence and data network traffic*” in Long-Range Dependence: Theory and Applications, P. Doukhan, G. Oppenheim, and M. S. Taqqu, Eds. Cambridge, MA: Birkhäuser, to be published, Dec 2001, pp. 1-39.
- [32] Ynoguti C. A. “*Apostila – Probabilidade, Estatística e Processos Estocásticos*” Janeiro 2006, pp. 140-164.
- [33] Jeongy H., McNicklez D. and Pawlikowskiy K. “*Fast Self-Similar Teletraffic Generation Based on FGN and Wavelets*” IEEE ICON’99, Sept. 1999, pp. 1-8
- [34] Jagerman D., Melamed B. and Willinger W “*Stochastic Modeling of Traffic*” Processes Presented at ACM SIGComm, San Francisco, CA, USA, September 1993. pp. 1-52.
- [35] Park K., Kim G. and Crovella M. “*On the relationship between file sizes, transport protocols, and self-similar network traffic*” International Conference on Network Protocols (ICNP’96), October 1996, PP. 1-10.
- [36] Tsybakov B. and Georganas D. “*Self-Similar Processes in Communications Networks*” IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 44, No. 5, September 1998, pp. 1713-1725.
- [37] AlShafee M. and Elagha H. “*On the Self-Similar Nature of ATM Network Traffic*” Informing Science and Information Technology Conference Ljubljana, Slovenia 22-25 June 2007, Volume 4, pp. 641 – 649.
- [38] Fares R. H. and Woodward M., *The use of Long Range Dependence for Network Congestion Prediction*, First International Conference on Evolving Internet, May 2009, PP. 119-124.

- [39] Karagiannis T., Molle M. and Faloutsos M., *Long-Range Dependence Ten Years of Internet Traffic Modeling*, Published by the IEEE Computer Society, September 2004, PP. 1-8.
- [40] Hong S. H., Park R. H. and Lee C. B., *Hurst Parameter Estimation of Long-Range Dependent VBR MPEG Video Traffic in ATM Networks*, Journal of Visual Communication and Image Representation, April 1999, PP. 44-65
- [41] Taqqu M. S., Teverovsky V. and Willinger W. “*Estimators for longrange dependence: An empirical study*” Fractals, Vol. 3, No. 4, October 1995. pp. 785–798.
- [42] Hlavacs H., Kotsis G. and Steinkellner C. “*Traffic Source Modeling*” Institute of Applied Computer Science and Information Systems, Jul 1999, pp. 1-12.
- [43] Krishna M., Gadre V. and Desai U. “*Multifractal Based Network Traffic Modeling*”, 1<sup>a</sup> ed. Kluwer Academic Publishers, ISBN: 1-402-07566-9, 2003
- [44] Zaliapin V., Kagan Y. and Schoenberg F. “*Approximating the distribution of Pareto sums*” Pure Appl. Geophys., July 2005, pp. 1187–1228.
- [45] Xie M., Ye W., Feng S. and Song H. “*Performance of a Queuing Model With Pareto Input Traffic For Wireless Network Nodes*” Proceedings of International Conference in Wireless Communications, Networking and Mobile Computing Vol2, Dec 2005, pp. 867-870.
- [46] Beaulieu C. N. “*A Simple Integral Form of Lognormal Characteristic Functions Convenient for Numerical Computation*” Communications Society subject matter experts for publication in the IEEE GLOBECOM proceedings, Dec 2006, PP. 1-4.
- [47] Fischer M., Masi D., Gross D and Shortle J. “*Loss Systems With Heavy-Tailed Arrivals*” The Telecommunications Review, Jun 2004, pp. 1-5.
- [48] Fischer M., Gross D., Masi D. M. and Shortle J. F. “*Analyzing the Waiting Time Process in Internet Queueing Systems With the Transform Approximation Method*” The Telecommunications Review, July 2001, pp. 21–32.
- [49] Gross, D., Shortle, J.F., Fischer, M.J. and Masi “*Difficulties in simulating queues with pareto service*” In Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference, October 2002, pp. 1-9.
- [50] Shortle J. F., Fischer M. J., Gross D. and Masi D. “*Using the Transform Approximation Method to Analyze Queues*” Journal of Probability and Statistical Science, Vol 1, No. 1, April 2003, pp. 15-27.
- [51] Harris C., Brill P. and Fischer M. “*Internet-Type Queues with Power-Tailed Interarrival Times and Computational Methods for their Analysis*” Published in INFORMS Journal on Computing, April 2000, PP. 1-27.
- [52] L. Kleinrock, “*Queuing Systems*”, Volume II: Computer Applications, Wiley, New York, 1976.

- [53] Hassan .H, Garcia M. and Brun O. “*Internet Traffic Modeling*” IEEE INFOCOM 2003 - IEEE International Conference on Computer Communications, No. 1, Mar 2006, pp. 3169-3174.