

Contribuições para o Método CPSC
em Redes de Rádios Cognitivos

ROBERTO CÉSAR DIAS VILELA BOMFIN

JULHO/ 2016

Contribuições para o Método CPSC em Redes de Rádios Cognitivos

ROBERTO CÉSAR DIAS VILELA BOMFIN

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Telecomunicações.

ORIENTADOR: Prof. Dr. Rausley Adriano Amara de Souza.

COORIENTADOR: Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães.

Bomfin, Roberto César Dias Vilela

B695c

Contribuições para o método CPSC em redes de rádios cognitivos / Roberto César Dias Vilela Bomfin. – Santa Rita do Sapucaí, 2016. 78p.

Orientador: Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza e Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães.

Dissertação de Mestrado – Engenharia de Telecomunicações – Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL.

Inclui bibliografia e anexo.

1. Sensoriamento espectral 2. Rádio cognitivo 3. Método CPSC - Cooperative Power Spectral Density Split Cancellation 4. Probabilidade de falso alarme 5. Engenharia de Telecomunicações. I. Souza, Rausley Adriano Amaral de II. Guimarães, Dayan Adionel III. Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL. IV. Título.

CDU 621.39

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em 22/07/2016,
pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza
INATEL

Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito
INATEL

Prof. Dr. Elvio João Leonardo
UEM

Coordenador do Curso de Mestrado
Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito

*“Science is much more than a body
of knowledge. It is a way of
thinking.”*

Carl Sagan

À minha mãe, Lucila

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à minha mãe, Lucila, por ter sempre me mostrado que o caminho dos estudos é a melhor opção.

À minha vó, dona Wanda, por ter contribuído em minha criação.

Ao meu pai, Asiel, pelo apoio financeiro durante a graduação e incentivo contínuo. Como ele diz: “*devagar e sempre*”.

Aos demais familiares, também pelo incentivo. São fundamentais.

À minha companheira, Karine, com quem tenho passado belos momentos.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Rausley Adriano Amaral de Souza e Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães, que se tornaram meus exemplos e amigos, com quem tenho aprendido preciosas lições de ordem profissional e pessoal. Sempre que precisei foi me dada a devida atenção, seja para resolver problemas da alçada técnica ou para me ajudar a continuar no caminho dos estudos realizando o doutorado. De fato estive em excelentes mãos. Registro aqui a minha mais sincera gratidão.

Aos demais professores e profissionais do mestrado, que fazem esse importante curso acontecer da melhor forma possível.

Aos profissionais do suporte do INATEL. Todas as questões que lhes foram requisitadas tiveram resolução de forma rápida e eficaz.

Aos colegas do mestrado, em especial aqueles que fazem e fizeram parte do laboratório *Lambda*, com quem tive maior contato fazendo importantes amizades.

Às instituições que financiaram este trabalho, como a Finep, com recursos do Funtel, contrato No. 01.14.0231.00, sob o projeto Centro de Referência em Radiocomunicações (CRR) do Instituto Nacional de Telecomunicações - Inatel, Brasil, e também a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Índice

Lista de Figuras	xi
Lista de Siglas	xiii
Lista de Símbolos	xv
Resumo	xvii
Abstract	xix
1 Introdução	1
1.1 Contextualização	1
1.2 Sensoriamento espectral	2
1.2.1 Esquemas de sensoriamento cooperativo	2
1.2.2 Técnicas convencionais de sensoriamento espectral	4
1.3 Introdução ao método CPSC	6
1.4 Contribuições	7
1.5 Organização da dissertação	8
1.6 Publicações	8
2 O Método CPSC	11
2.1 Modelo do sistema	11
2.2 O algoritmo CPSC original	13
3 Alteração no Método CPSC e Desenvolvimento de FDCs	19
3.1 Alteração no método CPSC e resultados	19
3.2 Desenvolvimento das FDCs de $r_u(l)$ e resultados	23
3.2.1 FDC I de $r_u(l)$	23
3.2.2 FDC II de $r_u(l)$	25
3.2.3 Resultados referentes às FDCs de $r_u(l)$ para $S = 1/2$	26
3.2.4 Resultados referentes às FDCs de $r_u(l)$ para $S = 1$	29

3.3	Desenvolvimento das FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ e resultados	30
3.3.1	FDC I de $r_{\text{avg}}(l)$	31
3.3.2	FDC II de $r_{\text{avg}}(l)$	31
3.3.3	Resultados referentes às FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1/2$	32
3.3.4	Resultados referentes às FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1$	34
4	Expressões de PFA para o Método Proposto	35
4.1	Solução I	36
4.2	Solução II	37
4.3	Resultados	38
5	Conclusões e Propostas para Novas Pesquisas	43
	Referências Bibliográficas	45
A	Coefficiente de Correlação Entre $F_{l,u}$ e F_{full_u}	48
B	FDC II de $r_u(l)$	51
C	Coefficiente de Correlação Entre R_i e R_j para $S = 1$	53

Lista de Figuras

1.1	<i>Arquitetura de um sistema de sensoriamento espectral.</i>	3
1.2	<i>Formas de compartilhamento de dados do sensoriamento espectral cooperativo: (A) Centralizado, (B) Distribuído e (C) Assistido por Retransmissão.</i>	4
2.1	<i>Exemplo de curva ROC.</i>	12
2.2	<i>DEP dividida em L sub-bandas com V amostras cada.</i>	14
3.1	<i>Curvas ROC para $L = 5$, $U = 5$ e M variando.</i>	21
3.2	<i>Curvas ROC para $L = 10$, $U = 5$ e M variando.</i>	22
3.3	<i>Curvas ROC para $L = 25$, $U = 5$ e M variando.</i>	22
3.4	<i>FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso I, $L = 10$, $M = 100$ e 400.</i>	27
3.5	<i>FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso II, $L = 10$, $M = 100$ e 400.</i>	27
3.6	<i>FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso I, $L = 10$, $M = 1000$.</i>	28
3.7	<i>FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso II, $L = 10$, $M = 1000$.</i>	29
3.8	<i>FDC de $r_u(l)$ para $S = 1$, $L = 10$ e M variando.</i>	30
3.9	<i>FDC de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1/2$ no Caso I, $L = 10$ e M variando.</i>	33
3.10	<i>FDC de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1/2$ no Caso II, $L = 10$ e M variando.</i>	33
3.11	<i>FDC de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1$, $L = 10$ e M variando.</i>	34
4.1	<i>PFA para $S = 1/2$ com $L = 5$, $U = 5$ e M variando.</i>	39
4.2	<i>PFA para $S = 1/2$ com $L = 10$, $U = 5$ e M variando.</i>	39
4.3	<i>PFA para $S = 1$ com $L = 5$, $U = 5$ e M variando.</i>	40
4.4	<i>PFA para $S = 1$ com $L = 10$, $U = 5$ e M variando.</i>	40

Lista de Siglas

ANATEL	- Agência Nacional de Telecomunicações
AWGN	- <i>Additive White Gaussian Noise</i>
BPSK	- <i>Binary Phase Shift Keying</i>
CPSC	- <i>Cooperative Power Spectrum Density Split Cancellation</i>
CF	- Centro de Fusão
DEP	- Densidade Espectral de Potência
DFT	- <i>Discrete Fourier Transform</i>
FDC	- Função de Distribuição Cumulativa
FDP	- Função Densidade de Probabilidade
FFT	- <i>Fast Fourier Transform</i>
FPGA	- <i>Field Programmable Gate Array</i>
ITU	- <i>International Telecommunication Union</i>
ONU	- Organização das Nações Unidas
PFA	- Probabilidade de Falso Alarme
RC	- Rádio Cognitivo
ROC	- <i>Receiver Operating Characteristic</i>
SNR	- <i>Signal-to-Noise Ratio</i>
TLC	- Teorema do Limite Central
TP	- Transmissor da Rede Primária
UP	- Usuário Primário
US	- Usuário Secundário
WRAN	- <i>Wireless Regional Area Network</i>

Lista de Símbolos

$\lceil \cdot \rceil$	- Operação <i>ceil</i> retorna o menor inteiro maior do que ou igual ao seu argumento
$\{\cdot\}^T$	- Operação de transposição
$A_u(k)$	- Variável aleatória com distribuição Gaussiana
$B_u(k)$	- Variável aleatória com distribuição Gaussiana
c	- Parâmetro da função densidade de probabilidade Gamma
$I(z; \nu, \omega)$	- Função Beta regularizada incompleta
$C_{I}(z)$	- Função de distribuição cumulativa I de $r_u(l)$
$C_{II}(z)$	- Função de distribuição cumulativa II de $r_u(l)$
$C_{ori}(z)$	- Função de distribuição cumulativa original de $r_u(l)$
$D_{I}(\gamma)$	- Função de distribuição cumulativa I de $r_{avg}(l)$
$D_{II}(\gamma)$	- Função de distribuição cumulativa II de $r_{avg}(l)$
$D_{ori}(\gamma)$	- Função de distribuição cumulativa original de $r_{avg}(l)$
E	- Variável aleatória com distribuição Exponencial
$\mathbb{E}\{\cdot\}$	- Operador de esperança matemática
$f_E(x)$	- Função densidade de probabilidade com distribuição Exponencial
$f_G(x)$	- Função densidade de probabilidade com distribuição Gamma
$F_{\mathbf{R}}(\mathbf{r})$	- Função de distribuição cumulativa conjunta de \mathbf{R}
$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$	- Função de distribuição cumulativa conjunta de \mathbf{X}
$f_{Z_I}(z)$	- Função densidade de probabilidade com distribuição Beta
$f_{Z_{II}}(z)$	- Função densidade de probabilidade da razão entre duas variáveis aleatórias Gamma independentes
F_{full_u}	- Potência total no u -ésimo rádio cognitivo
$F_{l,u}$	- Potência na l -ésima sub-banda no u -ésimo rádio cognitivo
$F_u(k)$	- Densidade espectral de potência do sinal recebido no u -ésimo rádio cognitivo
G	- Variável aleatória com distribuição Gamma
\mathcal{H}_0	- Hipótese em que o usuário primário não ocupa a largura de faixa de interesse
\mathcal{H}_1	- Hipótese em que o usuário primário ocupa a largura de faixa de interesse
$h_u(t)$	- Ganho do canal entre o usuário primário e o u -ésimo rádio cognitivo
L	- Número de sub-bandas no sistema
M	- Número de amostras coletadas por cada rádio cognitivo
$\Pr\{\cdot\}$	- Probabilidade de um evento qualquer
$P_d(\gamma)$	- Probabilidade de detecção
$P_{fa}(\gamma)$	- Probabilidade de falso alarme

$P_{\text{faI}}(\gamma)$	- Solução I para a probabilidade de falso alarme
$P_{\text{faII}}(\gamma)$	- Solução II para a probabilidade de falso alarme
$P_{\text{faori}}(\gamma)$	- Expressão original para probabilidade de falso alarme
$Q(\cdot)$	- Função de distribuição complementar de uma variável aleatória Gaussiana de média zero e variância unitária
$r_{\text{avg}}(l)$	- Média da razão entre a potência de sub-banda e potência total
$r_u(l)$	- Razão entre a potência de sub-banda e potência total
\mathbf{R}	- Vetor aleatório cujo os elementos são $r_{\text{avg}}(l)$
R_l	- Outra denominação de $r_{\text{avg}}(l)$ para simplificar a notação
S	- Parâmetro de generalização do método CPSC
$s(t)$	- Sinal transmitido pelo usuário primário
T	- Variável de decisão de uma técnica de sensoriamento espectral qualquer
U	- Número de rádios cognitivos no sistema
$\mathbb{V}\{\cdot\}$	- Operação de variância
$x_u(n)$	- Sinal amostrado recebido pelo u -ésimo rádio cognitivo
$x_u(t)$	- Sinal recebido pelo u -ésimo rádio cognitivo
$X_u(k)$	- Transformada discreta de Fourier do sinal discreto recebido
$X_u^i(k)$	- Parte imaginária do sinal recebido discreto no domínio da frequência
$X_u^r(k)$	- Parte real do sinal recebido discreto no domínio da frequência
\mathbf{X}	- Vetor aleatório cujo os elementos possuem distribuição Gaussiana
W	- Variável aleatória cuja distribuição se aproxima da Beta
$w_u(t)$	- Ruído Gaussiano complexo no u -ésimo rádio cognitivo
γ	- Limiar de decisão do sensoriamento espectral
$\Gamma(\cdot)$	- Função Gamma
$\boldsymbol{\mu}$	- Média de \mathbf{X}
ν	- Parâmetro da função densidade de probabilidade Beta
ρ	- Coeficiente de correlação entre $F_{\text{full},u}$ e $F_{l,u}$
$\rho_{R_l R_i}$	- Coeficiente de correlação entre dois elementos diferentes quaisquer de \mathbf{R}
$\sigma_{R_l}^2$	- Variância de R_l ou $r_{\text{avg}}(l)$
σ_u^2	- Potência de ruído no u -ésimo rádio cognitivo
$\boldsymbol{\Sigma}$	- Matriz de covariância de \mathbf{X}
ω	- Parâmetro da função densidade de probabilidade Beta

Resumo

Bomfin, R. C. D. V., Contribuições para o Método CPSC em Redes de Rádios Cognitivos [dissertação de mestrado]. Santa Rita do Sapucaí: Instituto Nacional de Telecomunicações; 2016.

Recentemente, uma nova técnica de sensoriamento espectral para redes de Rádios Cognitivos (RCs) foi proposta com o nome CPSC (*Cooperative Power Spectrum Density Split Cancellation Method*). Essa técnica tem as vantagens de ser robusta contra incerteza de ruído e ter baixa complexidade computacional. Nesta dissertação foi proposta uma nova técnica de sensoriamento a partir de uma simples alteração no método original CPSC. Resultados preliminares mostraram que a técnica modificada apresenta um melhor desempenho do que a original. Também foram desenvolvidas Funções de Distribuição Cumulativa (FDCs) para duas variáveis aleatórias importantes dos métodos original e proposto. Para cada variável aleatória foram apresentadas duas soluções com abordagens distintas. Os resultados mostraram o grau de exatidão das expressões desenvolvidas, sobretudo da FDC que utiliza a segunda abordagem, que se mostrou inclusive ser mais precisa do que aquela apresentada no artigo original do método CPSC. Outra contribuição é o desenvolvimento de duas expressões aproximadas para a Probabilidade de Falso Alarme (PFA) para o método proposto. Os resultados revelaram que uma das soluções é precisa para alto PFA, enquanto a outra é adequada para baixo PFA. A conclusão é que a segunda opção, cujo ajuste é bom para baixos níveis de PFA, é mais interessante para ser utilizada na prática visto que as redes de RCs devem operar com PFA baixo. Vale a pena ressaltar que as expressões desenvolvidas nesta dissertação são bastante úteis na prática pois possibilitam que se preveja o comportamento estatístico dos métodos original e proposto.

Palavras-chave: Sensoriamento espectral; rádio cognitivo; método CPSC - Cooperative Power Spectral Density Split Cancellation; probabilidade de falso alarme.

Abstract

Bomfin, R. C. D. V., Contribuições para o Método CPSC em Redes de Rádios Cognitivos [dissertação de mestrado]. Santa Rita do Sapucaí: Instituto Nacional de Telecomunicações; 2016.

Recently, a new technique for spectrum sensing in Cognitive Radio (CR) networks has been proposed named Cooperative Power Spectral density split Cancellation (CPSC). This technique has the advantages of being robust against noise uncertainty and having low computational complexity. In this dissertation, a new sensing technique was proposed from a simple modification on the CPSC method. Preliminary results showed that the new technique presents better performance than the original one. Also, two Cumulative Distribution Functions (CDFs) of two important random variables for both proposed and original methods were derived. For each random variable, two solutions with different approaches were presented. The results showed the level of accuracy of the developed CDFs, specially the one from the second approach, in which it is even more accurate than the one presented in the paper of the original CPSC method. Other contribution is the development of two approximate expressions for the Probability of False Alarm (PFA) for the new method. The results showed that one of the solutions happened to be accurate for high values of PFA, while the other for low levels of PFA. The conclusion is that the second one, which is accurate for low values of PFA, is more appropriate to be used in practice as the spectrum sensing should work with low PFA. It is worth mentioning that the derived expressions are very useful in practice because they allow one to analyze statistically the system behavior of the original and proposed methods.

Keywords: Spectrum sensing; cognitive radio; CPSC - Cooperative Power Spectral Density Split Cancellation method; probability of false alarm.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

O recente aumento da demanda por serviços de comunicações móveis tem gerado desafios no que diz respeito à alocação do espectro eletromagnético para as tecnologias que provêm essas soluções. A nível mundial, o espectro é regido pela ITU (*International Telecommunication Union*), agência da Organização das Nações Unidas (ONU), cuja especialidade é padronizar e regular os serviços de telecomunicações, como mencionado em seu *website* oficial “*We allocate global radio spectrum and satellite orbits, develop the technical standards that ensure networks and technologies seamlessly interconnect [...]*” [1]. No caso da regulação do espectro eletromagnético em cada país, o controle é feito localmente. No Brasil, por exemplo, fica a cargo da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL), órgão governamental incumbido de fiscalizar e conceder licenças para o usufruto do recurso, como dito em [2], “*O espectro de radio-frequências é um recurso limitado, constituindo-se em bem público e, conforme prevê a Lei nº 9.472, é administrado pela ANATEL*”.

Como elucidado na citação da ANATEL, o espectro radioelétrico é um recurso limitado que para ser explorado é fragmentado em várias larguras de faixa, de modo que diferentes empresas possam explorar diversos tipos de serviços harmoniosamente. Atualmente, esse particionamento do espectro é feito a partir da chamada política de alocação fixa de banda, na qual determinada largura de faixa é exclusiva de um dado usuário licenciado em uma dada região, sendo esse o detentor do direito legal de explorar o recurso, conhecido como Usuário Primário (UP). Diversos estudos tem mostrado que frequentemente o UP não faz uso do recurso, gerando portanto ociosidade do es-

pectro [3, 4].

Essa situação cria um paradigma no qual o espectro é ao mesmo tempo escasso e subutilizado. Uma possível solução seria criar ou aprimorar técnicas de transmissão com eficiência espectral mais alta, porém o desenvolvimento dessas tecnologias chegou a um ponto no qual fica cada vez mais difícil fazer algum tipo de avanço expressivo. Nesse contexto, o conceito de Rádio Cognitivo (RC) tem emergido como uma potencial solução para a questão da subutilização do espectro eletromagnético em sistemas de comunicação sem fio [5]. Entre as variadas tarefas cognitivas, o sensoriamento espectral é aquela que proporciona o acesso oportunístico do RC da rede secundária, denominado Usuário Secundário (US), às bandas desocupadas pela rede primária temporalmente e/ou espacialmente. Para realizar essa função, os RCs coletam amostras do sinal em uma determinada largura de faixa e em seguida processam esses dados para inferirem sobre a ocupação do espectro. Caso a rede secundária conclua em favor da ociosidade da banda em questão, os RCs a ocupam, fazendo uso dinâmico do espectro, e promovendo a política de alocação dinâmica de banda.

1.2 Sensoriamento espectral

Para compreender melhor a concepção de sensoriamento espectral, nesta seção será explicitado o esquema cooperativo no qual vários RCs trabalham em conjunto para obter um resultado mais preciso sobre a ocupação da banda analisada. Também serão expostas algumas técnicas de sensoriamento espectral bastante comuns na literatura bem como suas vantagens e desvantagens.

1.2.1 Esquemas de sensoriamento cooperativo

As técnicas de sensoriamento espectral podem ser não-cooperativas e cooperativas. Nas técnicas não-cooperativas, os RCs decidem sobre a ocupação da banda de forma independente. Já nos esquemas cooperativos, os dados coletados por todos os RCs são compartilhados e combinados de alguma forma para que a decisão seja tomada conjuntamente. O segundo procedimento, cooperativo, que é o caso considerado neste trabalho, tem sido desenvolvido com muito mais atenção na literatura, uma vez que apresenta as vantagens de se reduzir a complexidade dos RCs e mitigar os efeitos negativos causados pelo canal de comunicação sem fio [6], tais como desvanecimento por múltiplos percursos e sombreamento, a partir da diversidade espacial obtida. Por-

tanto ao se optar pelo sensoriamento cooperativo, o desempenho do sistema pode ser significativamente melhorado [7].

A Figura 1.1, retirada de [8], exibe um esquema de sensoriamento cooperativo no qual pode-se observar a vantagem de ter-se diversidade espacial. Por exemplo, os RCs 2 e 4 estão em más condições, em que o primeiro encontra-se atrás de um grande obstáculo, sofrendo portanto de sombreamento, e o segundo está muito distante do transmissor da rede primária (TP), e como consequência apresenta uma baixa SNR (*Signal-to-Noise Ratio*). Enquanto isso, os RCs 1 e 3 estão bem posicionados, provocando um aumento da possibilidade de a rede secundária tomar uma decisão correta acerca da disponibilidade da banda analisada. Note que é importante tomar a decisão correta, pois a rede secundária pode interferir negativamente na rede do UP.

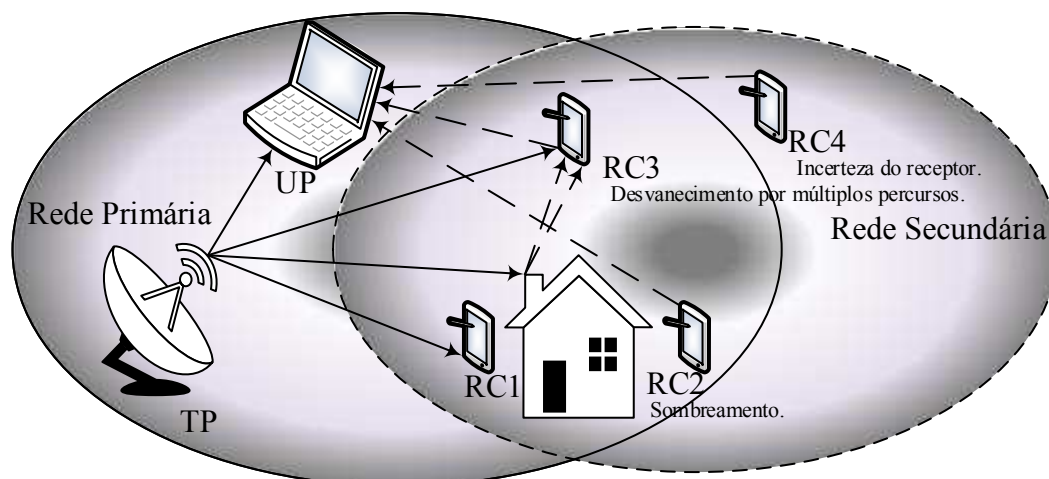


Figura 1.1: Arquitetura de um sistema de sensoriamento espectral.

Ao se escolher o esquema cooperativo, deve-se adotar um modo de compartilhamento dos dados oriundos dos diversos RCs da rede. Há três possibilidades para a rede agrupar esses dados, como mostra a Figura 1.2, retirada de [8], que são os modos centralizado, distribuído e assistido por retransmissão.

- Centralizado

Neste caso, Figura 1.2(A), um elemento central da rede denominado Centro de Fusão (CF) é o responsável por controlar as atividades dos RCs. O CF primeiro informa aos RCs a banda a ser monitorada via canal de controle, em seguida o sensoriamento é iniciado [7]. Os rádios da rede secundária enviam suas informações para o CF, que por sua vez tem a função de processar esses dados para chegar a uma conclusão sobre a disponibilidade do espectro. Depois desse pro-

cesso, o CF informa seu resultado aos demais dispositivos para que o controle de acesso ao espectro possa ser estabelecido [8,9].

- Distribuído

Nesta configuração, Figura 1.2(B), não há a figura do CF. Os RCs interagem entre si até que uma decisão unânime sobre o uso do espectro seja atingida. Nesse caso o processo é mais demorado do que o modo centralizado, visto que a convergência das decisões dos RCs pode levar um tempo elevado [8,9].

- Assistido por retransmissão (*Relay Assisted*)

Neste tipo de arranjo, Figura 1.2(C), os RCs não necessariamente enviam seus dados para o CF. Devido ao fato de o canal entre um dado RC e o CF ser dinâmico e incerto devido aos efeitos de sombreamento e múltiplos percursos, o envio dos dados desse RC ao CF pode ser inviável em um dado momento. Nesse caso o RC envia seus dados a outro RC, melhor posicionado com relação ao CF, que por sua vez realiza a retransmissão ao CF. Desse modo os dados de todos os RCs são mais bem aproveitados no CF [8,9].

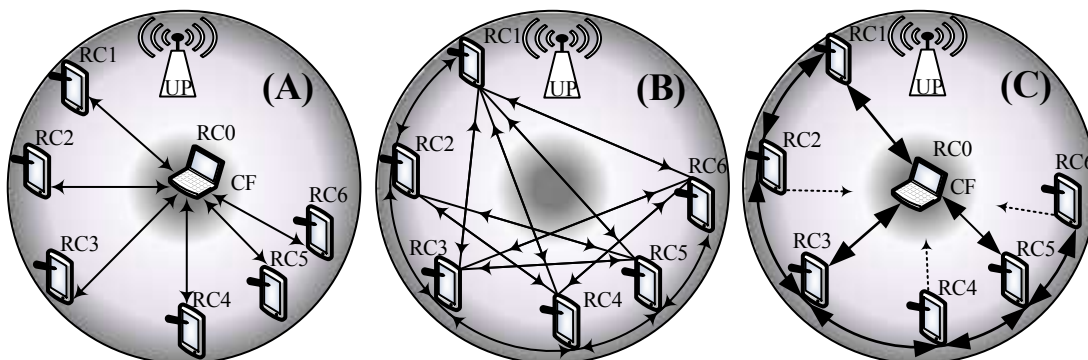


Figura 1.2: Formas de compartilhamento de dados do sensoriamento espectral cooperativo: (A) Centralizado, (B) Distribuído e (C) Assistido por Retransmissão.

Nesta dissertação será tratado o esquema de sensoriamento cooperativo e centralizado, no qual as informações provenientes dos RCs são combinadas no CF da rede cognitiva, onde a decisão final sobre a disponibilidade do espectro sensoriado é tomada.

1.2.2 Técnicas convencionais de sensoriamento espectral

Como já foi mencionado, no sensoriamento espectral centralizado, o CF deve processar os dados provenientes dos dispositivos da rede para tomar a decisão sobre o

uso do espectro. Esse processo consiste em gerar uma estatística de teste a partir das amostras coletadas e compará-la com um limiar de decisão. Para gerar essa estatística de teste, existem várias técnicas que realizam o cálculo da variável de decisão. Entre elas, as mais frequentemente encontradas são as por detecção de energia, por filtro casado, cicloestacionária e baseada em autovalores. Segue uma breve descrição dessas técnicas [9]:

- Detecção de energia

Como o próprio nome já diz, nessa técnica o CF calcula a energia total do sinal coletado, que pode ser feito no domínio do tempo ou da frequência [10]. As vantagens dessa técnica são sua baixa complexidade de implementação e a não necessidade de se conhecer as características do sinal da rede primária. A desvantagem é a baixa robustez em cenários de baixa SNR [11, 12].

- Detecção por filtro casado

Essa técnica utiliza filtro casado para realizar o sensoriamento e por isso apresenta desempenho ótimo, fazendo com que o método seja muito eficiente em ambientes de baixa SNR. A desvantagem é a necessidade de conhecer todas as características do sinal primário, tais como a modulação, taxa e pulso de transmissão, resposta ao impulso do canal, entre outras [11]. Como o ambiente de sensoriamento é dinâmico e normalmente não se conhece o sinal do UP, essa técnica se mostra inviável ao considerar a flexibilidade que a tecnologia de RC requer.

- Detecção cicloestacionária

Esta técnica explora as características cicloestacionárias do sinal do UP. Na prática esse comportamento é razoavelmente comum uma vez que as portadoras senoidais, códigos de espalhamento, trem de impulsos e codificação exibem periodicidades nos parâmetros estatísticos de segunda ordem [13]. Esse método calcula a variável de decisão a partir da função de autocorrelação do sinal recebido, e como cada tipo de sinal possui diferentes características estocásticas, é possível inclusive diferenciar o tipo de sinal detectado, o que pode ser útil para distinguir um sinal primário de um sinal secundário por exemplo. Também se trata de uma técnica que funciona bem em baixa SNR [14]. As desvantagens desse método são a alta complexidade de implementação, e o fato de a rede secundária necessitar ter conhecimento prévio de algumas informações do sinal primário.

- Detecção baseada em autovalores

Nesse tipo de técnica de detecção, as amostras coletadas pelos RCs são organizadas em uma matriz de sinal recebido no CF. Posteriormente os autovalores da matriz de covariância do sinal recebido são calculados. O CF em seguida realiza o cômputo da variável de decisão em função desses autovalores. Essa técnica é classificada de duas formas, cegas e semi-cegas, em que na primeira admite-se que a potência de ruído não é conhecida, e no segundo o contrário [15–17]. As vantagens das técnicas baseadas em autovalores são a não necessidade do conhecimento prévio do sinal primário e bom desempenho em baixa SNR. E como desvantagem esse modelo apresenta uma elevada complexidade computacional.

1.3 Introdução ao método CPSC

Neste trabalho foi analisado o método CPSC (*Cooperative Power Spectrum Density Split Cancelation*) proposto em [18], que tem as vantagens de possuir baixa complexidade computacional e ser robusto contra incerteza e dinamismo de ruído. Essa característica é importante pois na prática a potência de ruído é dinâmica e a sua estimativa não é perfeita, fazendo com que em situações de baixa SNR, imprecisões nas medidas do espectro eletromagnético sejam um desafio a ser combatido [12, 20, 21].

Quando comparado com o método de detecção de energia, o CPSC leva grande vantagem quando o sistema está sujeito à incerteza de ruído. Em [18] é mostrado a degradação do desempenho do sistema operando com detecção de energia, enquanto que o CPSC praticamente não altera seu desempenho. A desvantagem do CPSC nesse caso está na complexidade computacional que é mais elevada. Entretanto, como esse esforço está principalmente ligado ao cômputo da FFT (*Fast Fourier Transform*), seção 2.1, o CPSC pode ser realizado com relativa eficiência em um FPGA (*Field Programmable Gate Array*), uma vez que esses dispositivos tem essa função implementada eficientemente [18].

Já as técnicas de detecção cicloestacionárias, sabe-se que são robustas à incerteza de ruído [14], porém o tempo de sensoriamento e a complexidade computacional são elevados. Portanto, com relação à complexidade, o CPSC é mais interessante devido à razoável facilidade do cômputo da FFT. Em [15] são apresentadas técnicas de detecção baseadas em autovalores que são robustas à incerteza de ruído, e em [18] é feita uma análise do esforço computacional comparando-as com o CPSC, cuja conclusão revela que elas apresentam a mesma ordem de complexidade, porém o CPSC ainda é mais

interessante, do ponto de vista de esforço computacional, devido ao fato de o *hardware* executar algoritmos que calculam a FFT rapidamente. Com relação à análise de desempenho, para o melhor conhecimento do autor dessa dissertação, não foi feita nenhuma investigação que compare a técnica CPSC com as detecções cicloestacionária e baseadas em autovalores, ficando sugerido ao final da dissertação como propostas para futuras pesquisas.

A técnica de detecção por filtro casado apresenta um desempenho superior à CPSC, porém tem as desvantagens de ser necessário ter conhecimento prévio de todas as características do sinal primário e elevada complexidade computacional. Como já foi dito, esse método não é interessante para redes de RCs devido ao dinamismo do ambiente sob sensoriamento, fazendo com que o CPSC seja mais interessante.

1.4 Contribuições

Nesta dissertação foi proposto um novo método de sensoriamento espectral a partir de uma simples alteração na técnica original CPSC. Foi feito um breve ensaio cujo resultado mostrou que a técnica proposta supera a convencional em termos de desempenho na maioria dos casos. Como esta dissertação tem outros aspectos a serem tratados referentes às técnicas proposta e convencional, ficou sugerido como futuras pesquisas uma análise mais detalhada de desempenho entre os dois métodos.

Outra contribuição é o desenvolvimento de duas Funções de Distribuição Cumulativa (FDCs) para duas variáveis aleatórias centrais nos métodos original e proposto. A primeira solução considera o Teorema do Limite Central (TLC), cujo resultado já foi publicado em [19]. A segunda solução é uma continuação da pesquisa e adota uma abordagem na qual são consideradas as reais distribuições das variáveis aleatórias produzidas pelo método. É importante ressaltar que a FDC obtida a partir da segunda abordagem para uma variável aleatória é exata. Para a outra os resultados se mostraram extremamente precisos, embora a FDC não seja exata. No artigo original em que o método CPSC foi proposto, [18], FDCs para as mesmas variáveis aleatórias também foram apresentadas, porém será mostrado que os resultados originais são bastante imprecisos. Para esse caso, as soluções apresentadas nessa dissertação, sobretudo aquelas obtidas a partir da segunda abordagem, caracterizam essas variáveis aleatórias de forma muito mais acurada. Também para o método proposto foi mostrado a precisão das FDCs desenvolvidas, o que é bastante interessante do ponto de vista prático para que se possa fazer avaliações e propor novas soluções a partir do método CPSC.

Também foram desenvolvidas, para o método proposto, duas expressões aproximadas para a Probabilidade de Falso Alarme (PFA), que é um parâmetro de importantíssima relevância no sensoriamento espectral. A primeira solução admite que as variáveis de decisão têm distribuição Gaussiana, o que é razoável quando a quantidade de amostras coletadas aumenta. Esse resultado também foi publicado em [19] e foi desenvolvido novamente nesta dissertação com a diferença de se calcular a variância das variáveis de decisão de forma analítica, visto que em [19] esse cálculo foi feito numericamente. A segunda solução foi feita a partir da mesma abordagem realizada em [18], porém com a FDC desenvolvida nesta dissertação, produzindo um resultado bem interessante. Foi mostrado que a primeira solução é bastante precisa para altos valores de PFA enquanto a outra apresenta precisão para PFA baixo. A conclusão foi de que a solução cuja precisão ocorre para PFA baixo é mais adequada visto que o sensoriamento espectral deve trabalhar em regime de baixa PFA [22]. Em [18], também foi apresentada uma expressão de PFA para o método CPSC original, porém será mostrado que esse resultado é bastante impreciso, e portanto não possui utilidade prática.

1.5 Organização da dissertação

O restante desta dissertação está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 será apresentado o método CPSC original e serão explorados alguns resultados relevantes desenvolvidos em [18]; no capítulo 3 será apresentado o método proposto baseado no original em que uma breve análise mostrará a potencialidade da nova técnica; também serão desenvolvidas as FDCs de duas variáveis aleatórias dos métodos bem como resultados mostrando a precisão dessas expressões; no capítulo 4 serão desenvolvidas duas expressões aproximadas de PFA para o método proposto, e estas expressões serão comparadas com a PFA estimada; e por fim no capítulo 5 será feita a conclusão da dissertação e serão apresentadas propostas para futuras pesquisas.

1.6 Publicações

Além da pesquisa apresentada nesta dissertação, foram realizados outros trabalhos durante o curso do mestrado. Segue a lista completa de artigos publicados:

1. Bomfin, R. C. D. V., dos Santos, L. C., de Souza, R. A. A., e Guimarães, D. A., **“Desempenho de Técnicas de Fusão para Sensoriamento Espectral Coope-**

- rativo sob Sombreamento Correlacionado**". *XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT2016)*, aceito para ser publicado em Agosto de 2016.
2. dos Santos, L. C., Bomfin, R. C. D. V., de Souza, R. A. A., e Guimarães, D. A., "**Sensoriamento Espectral Cooperativo sob Diferentes Intensidades de Ruídos nos Receptores**". *XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT2016)*, aceito para ser publicado em Agosto de 2016.
 3. Bomfin, R. C. D. V., de Souza, R. A. A., and Guimarães, D. A., "**On the Probability of False Alarm in the Cooperative Power Spectral Density Split Cancellation Method**". *IEEE Wireless Communications Letters*, January 2016.
 4. Bomfin, R. C. D. V., and de Souza, R. A. A., "**Performance of Centralized Data-fusion Cooperative Eigenvalue-based Spectrum Sensing under Correlated Shadowed Fading**". *VI International Workshop on Telecommunications (IWT)*, June 2015.
 5. Bomfin, R. C. D. V., and de Souza, R. A. A., "**A New Spatially Correlated Shadowed Channel Model with Cognitive Radio Application**". *Vehicular Technology Conference (VTC Spring), 2015 IEEE 81st*, May 2015.
 6. Bomfin, R. C. D. V., de Souza, R. A. A., and Guimarães, D. A., "**Performance of Centralized Data-fusion Cooperative Eigenvalue-based Spectrum Sensing under Shadowed Fading**". *16 SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11 CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (MO-MAG 2014)*, September 2014.

Capítulo 2

O Método CPSC

Neste capítulo será definido o modelo do sistema em função das possibilidades de o UP estar ou não ocupando a banda de interesse. Também será apresentado o algoritmo do método CPSC que a rede secundária executa para tomar a decisão sobre o uso do espectro. Além disso serão mostrados alguns resultados analíticos apresentados no artigo em que o método CPSC foi proposto, [18], que serão de essencial importância nos capítulos 3 e 4.

2.1 Modelo do sistema

O sensoriamento espectral pode ser visto como um teste binário cujas hipóteses são definidas como

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &: \text{sinal primário ausente} \\ \mathcal{H}_1 &: \text{sinal primário presente} \end{aligned} \quad (2.1)$$

em que \mathcal{H}_0 denota a hipótese nula, ou seja, a situação em que não há presença do UP na banda de interesse, e \mathcal{H}_1 representa a hipótese alternativa, na qual há a presença do UP. A partir das hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 são definidos dois parâmetros importantes para mensurar o desempenho do sensoriamento espectral, a probabilidade de falso alarme, $P_{fa}(\gamma)$, e a probabilidade de detecção, $P_d(\gamma)$, dados por

$$\begin{aligned} P_{fa}(\gamma) &= \Pr\{\text{decisão} = \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_0\} = \Pr\{T > \gamma | \mathcal{H}_0\} \\ P_d(\gamma) &= \Pr\{\text{decisão} = \mathcal{H}_1 | \mathcal{H}_1\} = \Pr\{T > \gamma | \mathcal{H}_1\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

na qual $\Pr\{\cdot\}$ é a probabilidade de ocorrência de um evento qualquer, T é a variável de decisão gerada a partir de uma técnica de sensoriamento, e γ é o limiar de decisão.

Na prática, γ é escolhido para atingir um determinado valor de $P_{fa}(\gamma)$, por exemplo, os requisitos impostos pelos padrões WRAN (*Wireless Regional Area Network*) são de $P_{fa}(\gamma) < 0.1$ e $P_d(\gamma) > 0.9$ [22]. Nesta dissertação, o desempenho do sistema será medido por meio da chamada curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*), que plota $P_d(\gamma)$ em função de $P_{fa}(\gamma)$, como mostra o exemplo da Figura 2.1. Quando γ aumenta, $P_{fa}(\gamma)$ e $P_d(\gamma)$ diminuem, o oposto ocorre caso contrário. Visto que deseja-se um alto $P_d(\gamma)$ e baixo $P_{fa}(\gamma)$ simultaneamente, a curva ROC estabelece uma relação de compromisso entre $P_{fa}(\gamma)$ e $P_d(\gamma)$, na qual quanto mais próxima do ponto $(0, 1)$ a curva estiver, melhor é seu desempenho.

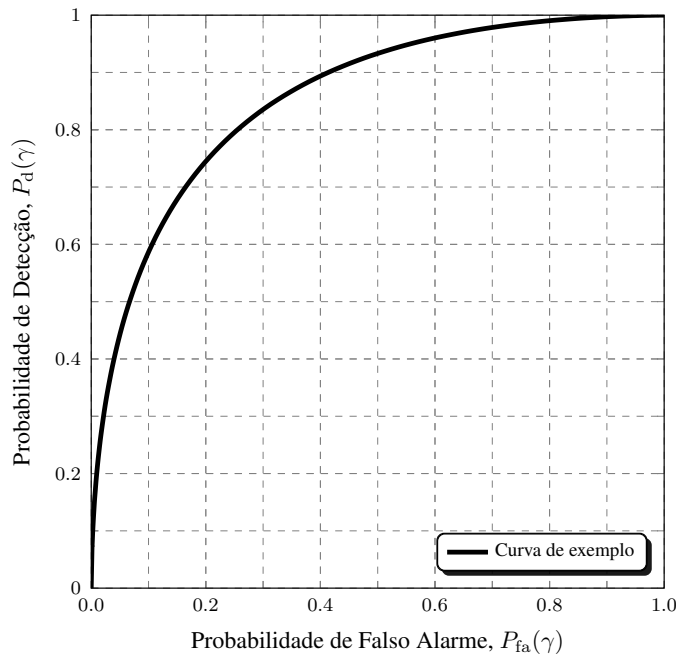


Figura 2.1: Exemplo de curva ROC.

O sinal recebido por cada RC está condicionado às duas hipóteses supramencionadas, \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 . Assim sendo, considere que a rede secundária é formada por U RCs, e que o sinal recebido pelo u -ésimo RC, com $u = 1, 2, \dots, U$, é dado por

$$x_u(t) = \begin{cases} w_u(t), & \mathcal{H}_0 \\ h_u(t)s(t) + w_u(t), & \mathcal{H}_1 \end{cases}, \quad (2.3)$$

em que na hipótese \mathcal{H}_0 , o sinal recebido é composto apenas pela parcela de ruído AWGN (*Additive White Gaussian Noise*) complexo, $w_u(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_u^2)$, sendo σ_u^2 a potência do ruído no u -ésimo RC. Enquanto que na hipótese \mathcal{H}_1 , o sinal recebido é composto pela parcela de ruído adicionada à componente de sinal do UP, $s(t)$, ponderada pelo ganho complexo do canal entre o sinal primário e o u -ésimo RC, $h_u(t)$.

2.2 O algoritmo CPSC original

Esta seção tem o objetivo de explicitar o algoritmo original do método CPSC, que opta pelo esquema de sensoriamento cooperativo e centralizado, portanto os RCs coletam as amostras do sinal na banda de interesse a partir das quais são geradas as estatísticas de teste para que se possa inferir sobre a ocupação do espectro. A seguir é apresentado o procedimento passo a passo, definido em [18], que deve ser executado:

1. Primeiramente o sinal recebido em (2.3), $x_u(t)$, é amostrado, gerando sua versão discreta, $x_u(n)$, em que $n = 1, 2, 3, \dots, M$ sendo M o número de amostras coletadas.
2. Em seguida, calcula-se a DFT (*Discrete Fourier Transform*) da versão discreta do sinal recebido, $x_u(n)$, que por definição é dado por

$$X_u(k) = \sum_{n=1}^M x_u(n) e^{-2\pi j(k-1)(n-1)/M} \quad (2.4)$$

em que $k = 1, 2, 3, \dots, M$. Perceba que esse passo é realizado fazendo a FFT, e para que se obtenha maior rapidez neste cálculo é necessário que M seja uma potência de dois [23], o que não representa uma restrição proibitiva para o método CPSC.

3. Depois de se obter o sinal recebido no domínio da frequência, calcula-se a Densidade Espectral de Potência (DEP) de $x_u(n)$, a partir de $X_u(k)$, por meio de

$$F_u(k) = \frac{|X_u(k)|^2}{M}, \quad (2.5)$$

em que $|\cdot|$ denota a operação de módulo.

4. Em seguida, calcula-se a potência total da banda analisada por

$$F_{\text{full}_u} = \sum_{k=1}^{M/2} F_u(k). \quad (2.6)$$

Note que o somatório dessa equação se limita a $M/2$ amostras. Em [18], os autores justificam esse limite considerando que o sinal primário é um sinal real, que por consequência tem DEP simétrica.

5. Divide-se a DEP, $F_u(k)$, em L sub-bandas com V amostras cada, em que $V = M/L$, como mostra a Figura 2.2

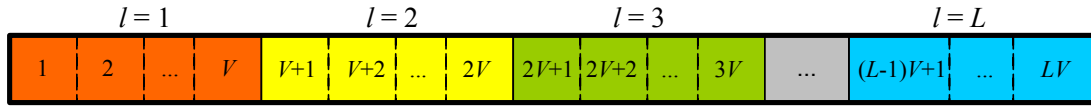


Figura 2.2: DEP dividida em L sub-bandas com V amostras cada.

Depois calcula-se a chamada potência por sub-banda por

$$F_{l,u} = \sum_{k=1}^{V/2} F_u [(l-1)V + k], \quad (2.7)$$

em que $l = 1, 2, \dots, L$

6. Calcula-se a razão entre $F_{l,u}$ and F_{full_u} , fazendo

$$r_u(l) = \frac{F_{l,u}}{F_{\text{full}_u}}. \quad (2.8)$$

Neste passo a variância do ruído, σ_u^2 , é cancelada, fazendo com que na hipótese \mathcal{H}_0 o comportamento do sistema independa da potência de ruído. Essa conclusão pode ser observada na FDC de $r_u(l)$, visto que não depende de σ_u^2 .

7. Nesta etapa o CF calcula a média dos U valores de $r_u(l)$ da l -ésima sub-banda fazendo

$$r_{\text{avg}}(l) = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U r_u(l). \quad (2.9)$$

Esta é a variável de decisão do método CPSC.

8. O CF compara os L valores de $r_{\text{avg}}(l)$ com um dado limiar de decisão, γ , para formar a chamada decisão de sub-banda

$$\begin{cases} r_{\text{avg}}(l) < \gamma, & l\text{-ésima sub-banda decide } \mathcal{H}_0 \\ r_{\text{avg}}(l) \geq \gamma, & l\text{-ésima sub-banda decide } \mathcal{H}_1 \end{cases}. \quad (2.10)$$

9. Finalmente a decisão final é feita de acordo com a regra E em favor de \mathcal{H}_0

$$\begin{cases} \text{todas as sub-bandas decidem } \mathcal{H}_0, & \text{decide } \mathcal{H}_0 \\ \text{ao menos uma sub-banda decide } \mathcal{H}_1, & \text{decide } \mathcal{H}_1 \end{cases}. \quad (2.11)$$

Um observação bastante importante a ser feita é que há duas possibilidades de se fazer a fusão de dados no método CPSC: i) fusão de amostras, nesse esquema os U RCs enviam as M amostras coletadas digitalizadas ao CF, que por sua vez executa o algoritmo a partir do passo 2; e ii) fusão de $r_u(l)$, nesse caso os U RCs executam o

algoritmo até o passo 6 e enviam os L valores de $r_u(l)$ digitalizados ao CF, que termina de executar o método. A primeira opção é boa no que diz respeito à complexidade dos RCs. Nesse caso os RCs podem ser mais simples pois só terão que enviar o sinal coletado ao CF, sendo que a complexidade fica restrita a apenas um dispositivo, o CF, reduzindo o custo da rede. Porém o uso do canal de controle é bastante acentuado uma vez que cada RC deve enviar M amostras digitalizadas ao CF. Já no segundo caso ocorre o contrário, i.e., a complexidade dos RCs deve ser mais elevada, visto que deverão realizar a FFT, porém tem-se o bônus de utilizar menos os recursos do canal de controle, visto que agora cada RC enviará apenas L valores digitalizados ao CF. Note que se o canal de controle entre os RCs e o CF for perfeito, ou seja, não produzir erros nos dados digitalizados enviados pelos RCs ao CF, os dois esquemas de fusão de dados possíveis possuirão o mesmo desempenho visto que o algoritmo CPSC é estritamente igual nos dois casos. Entretanto, é bastante razoável que se admita erros no canal de controle, e nessa situação não dá para afirmar qual seria o efeito em cada esquema de fusão de dados em termos de desempenho. Portanto essa análise ficará como proposta para trabalhos futuros.

Em [18], são feitas análises das propriedades estocásticas de $F_u(k)$. Entre os resultados, é mostrado que a média e variância condicionadas de $F_u(k)$ sob a hipótese \mathcal{H}_0 são dadas por

$$\mathbb{E}\{F_u(k)|\mathcal{H}_0\} = \sigma_u^2 \quad (2.12)$$

e

$$\mathbb{V}\{F_u(k)|\mathcal{H}_0\} = \sigma_u^4, \quad (2.13)$$

em que $\mathbb{E}\{\cdot\}$ e $\mathbb{V}\{\cdot\}$ representam os operadores de média e variância, respectivamente. Sabendo que F_{full_u} e $F_{l,u}$ são obtidos pela soma de $M/2$ e $V/2$ elementos de $F_u(k)$, respetivamente, passos 4 e 5 do algoritmo, e usando o fato de que os componentes de $F_u(k)$ são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d.), a partir das equações (2.12) e (2.13) obtém-se as médias e variâncias de F_{full_u} e $F_{l,u}$ sob a hipótese \mathcal{H}_0 como [18]

$$\mathbb{E}\{F_{\text{full}_u}|\mathcal{H}_0\} = \frac{M\sigma_u^2}{2}, \quad (2.14)$$

$$\mathbb{V}\{F_{\text{full}_u}|\mathcal{H}_0\} = \frac{M\sigma_u^4}{2}, \quad (2.15)$$

$$\mathbb{E}\{F_{l,u}|\mathcal{H}_0\} = \frac{V\sigma_u^2}{2}, \quad (2.16)$$

e

$$\mathbb{V}\{F_{l,u}|\mathcal{H}_0\} = \frac{V\sigma_u^4}{2}. \quad (2.17)$$

Esses últimos resultados são importantes para o desenvolvimento das novas expressões no capítulo 3.

Também no artigo em que o método foi proposto, foram apresentadas as FDCs de $r_u(l)$ e $r_{\text{avg}}(l)$, sob a hipótese \mathcal{H}_0 , dadas por [18, eq. (28)] e pelo complemento da equação [18, eq. (30)],¹ respectivamente. Nesta dissertação essas expressões são definidas como FDCs originais² de $r_u(l)$ e $r_{\text{avg}}(l)$, $C_{\text{ori}}(z) = \Pr\{r_u(l) < z|\mathcal{H}_0\}$ e $D_{\text{ori}}(\gamma) = \Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma|\mathcal{H}_0\}$, e são dadas por

$$C_{\text{ori}}(z) = Q\left(\frac{V - Mz}{\sqrt{V(1-z)^2 + z^2(\sqrt{M} - \sqrt{V})^2}}\right) \quad (2.18)$$

e

$$D_{\text{ori}}(\gamma) = Q\left(\frac{V - M\gamma}{\gamma\sqrt{2\frac{V}{U}\left(\frac{1}{\gamma} - 1\right)^2 + 2\left(\sqrt{\frac{M}{U}} - \sqrt{\frac{V}{U}}\right)^2}}\right), \quad (2.19)$$

em que $Q(x) = \int_x^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}t^2) dt$ é a FDC complementar de uma variável aleatória Gaussiana de média zero e variância unitária, e γ na equação (2.19) é o mesmo limiar definido em (2.10).

Como descrito no passo 6 do algoritmo, note que de fato as FDCs de $r_u(l)$ e $r_{\text{avg}}(l)$ não dependem de σ_u^2 , provando matematicamente a independência do método com relação à potência do ruído. Portanto $r_u(l)$ terá sempre a mesma distribuição sob a hipótese \mathcal{H}_0 independente do RC. A partir da FDC de $r_{\text{avg}}(l)$, dada em (2.19), define-se a expressão de PFA final em [18, eq. (31)], que é dada por³

$$P_{\text{fa,ori}}(\gamma) = 1 - D_{\text{ori}}(\gamma)^L. \quad (2.20)$$

Note que $D_{\text{ori}}(\gamma)^L$ é a probabilidade de todas as sub-bandas decidirem em favor de \mathcal{H}_0 simultaneamente, que é mesma probabilidade de a decisão final ser em favor de \mathcal{H}_0 . Conseqüentemente seu complemento representa a probabilidade de o CF decidir por \mathcal{H}_1 , que sob a hipótese \mathcal{H}_0 , representa a PFA. Note também que expressar

¹A equação [18, eq. (30)], do artigo original, apresenta a PFA de uma dada sub-banda, $P_{\text{fa}_l}(\gamma) = 1 - \Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma|\mathcal{H}_0\}$, que é o complemento da FDC de $r_{\text{avg}}(l)$.

²Com o intuito de comparar as expressões apresentadas em [18] com aquelas desenvolvidas nesta dissertação, as soluções de [18] serão denominadas originais.

³A equação [18, eq. (31)], do artigo original, expressa esta equação como $P_{\text{fa,ori}}(\gamma) = 1 - (1 - P_{\text{fa}_l}(\gamma))^L$. Por efeito de simplicidade na notação, esta equação foi reescrita em função da FDC de $r_{\text{avg}}(l)$.

a PFA por intermédio de L produtos das FDCs marginais implica na independência entre as decisões das sub-bandas individuais, o que de fato não é verdade. No capítulo 4, será provado que há uma correlação entre $r_{\text{avg}}(i)$ e $r_{\text{avg}}(j)$, para $i \neq j$, fazendo com que a equação (2.20) seja imprecisa. Os resultados são corroborados com simulação. Também será revelado, por simulação e investigação analítica, no capítulo 3, que as equações (2.18) e (2.19) não se ajustam às FDCs estimadas de $r_u(l)$ e $r_{\text{avg}}(l)$, respectivamente, demonstrando que são imprecisas.

Capítulo 3

Alteração no Método CPSC e Desenvolvimento de FDCs

Nesse capítulo será apresentada a nova técnica baseada no método CPSC bem como uma breve comparação com a original em termos de desempenho por meio da curva ROC. Em seguida serão desenvolvidas FDCs para $r_u(l)$ e $r_{avg}(l)$. As soluções serão confrontadas com simulação.

3.1 Alteração no método CPSC e resultados

Como foi definido nos passos 4 e 5 da seção 2.2, F_{full_u} e $F_{l,u}$ são obtidos pela soma de $M/2$ e $V/2$ termos de $F_u(k)$, respectivamente, sob a consideração de que o sinal do UP, $s(t)$, é real e tem sua DEP simétrica [18]. Esta consideração é verdadeira, mais precisamente esta simetria se dá em torno da amostra $M/2 + 1$ da DEP de $s(t)$, que é chamada de *componente de Nyquist* [23]. Entretanto, pode-se observar que o sinal recebido discreto $x_u(n)$, dado em (2.3), sempre possui a componente de ruído AWGN, fazendo com que sua DEP resultante do sinal primário mais ruído não seja simétrica, uma vez que o ruído é complexo [23]. Partindo desse princípio, uma possibilidade a ser considerada seria somar todos os elementos possíveis em (2.6) e (2.7), ou seja, alterar $M/2$ e $V/2$ para M e V , respectivamente, visto que o método original não aproveita todas as informações possíveis ao somar apenas metade dos termos. Esta é a mudança proposta, na qual o algoritmo CPSC é generalizado alterando as equações (2.6) e (2.7),

nos passos 4 e 5, respectivamente, para

$$F_{\text{full}_u} = \sum_{k=1}^{SM} F_u(k) \quad (3.1)$$

e

$$F_{l,u} = \sum_{k=1}^{SV} F_u[(l-1)V + k], \quad (3.2)$$

em que S admite $1/2$ para se ter o método original e 1 para ter-se o algoritmo modificado. O restante do método permanece o mesmo. Essa mudança não provocará um aumento proibitivo na complexidade uma vez que o maior esforço do método consiste em realizar a FFT.

Uma consequência direta dessa mudança é a alteração das soluções para a média e variância de F_{full_u} e $F_{l,u}$ dadas pelas equações (2.14), (2.15), (2.16) e (2.17). Como os somatórios agora estão condicionados à escolha de S , essas soluções se modificam para

$$\mathbb{E}\{F_{\text{full}_u}|\mathcal{H}_0\} = SM\sigma_u^2, \quad (3.3)$$

$$\mathbb{V}\{F_{\text{full}_u}|\mathcal{H}_0\} = SM\sigma_u^4, \quad (3.4)$$

$$\mathbb{E}\{F_{l,u}|\mathcal{H}_0\} = SV\sigma_u^2, \quad (3.5)$$

e

$$\mathbb{V}\{F_{l,u}|\mathcal{H}_0\} = SV\sigma_u^4. \quad (3.6)$$

Perceba que novamente ao fazer $S = 1/2$, os resultados se especializam aos originais.

Com o intuito de mostrar a utilidade do método proposto, foram feitas algumas simulações em que o método original é comparado com a nova técnica em termos de desempenho a partir da curva ROC. As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, consideram $L = 5, 10$ e 25 sub-bandas, respectivamente, e simulam o sistema original ($S = 1/2$) e proposto ($S = 1$), sendo que cada uma apresenta dois conjuntos de curvas, um para $M = 1000$ e o outro para $M = 100$. Todas as simulações consideram que $U = 5$ RCs estão realizando o sensoriamento espectral. O canal de controle entre os RCs e o CF foi considerado perfeito.

As simulações foram feitas no *software* MATLAB[®] em que foram gerados 5×10^5 eventos de Monte Carlo com o sistema operando nas hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 para computar $P_{\text{fa}}(\gamma)$ e $P_{\text{d}}(\gamma)$, respectivamente. O sinal transmitido $s(t)$, apresentado em (2.3), foi gerado como um sinal BPSK (*Binary Phase Shift Keying*) em banda base

do qual são coletadas 5 amostras por bit. O canal $h_u(t)$ foi considerado lento, i.e., constante durante um período de sensoriamento, e foi reproduzido sendo uma variável aleatória cujo módulo e fase possuem distribuição Rayleigh e uniforme entre 0 e 2π , respectivamente. A SNR média foi selecionada sendo igual a -10 dB.

Na Figura 3.1 o sistema foi simulado com $L = 5$. A primeira observação a ser feita é que o sistema com $M = 100$ amostras possui desempenho inferior àquele com $M = 1000$ amostras. Esse resultado é esperado uma vez que para $M = 100$ a quantidade de dados a serem tratados é menor, proporcionando assim uma estimativa menos fiel do uso do espectro. Também observa-se que para $M = 100$ o sistema proposto ($S = 1$), em vermelho, possui desempenho superior ao original ($S = 1/2$), em azul. Curiosamente, para $M = 1000$, o desempenho do método original é levemente melhor, o que é difícil de explicar visto que o comportamento do sistema é bastante complexo na hipótese \mathcal{H}_1 . Porém essa situação é revertida nas próximas simulações.

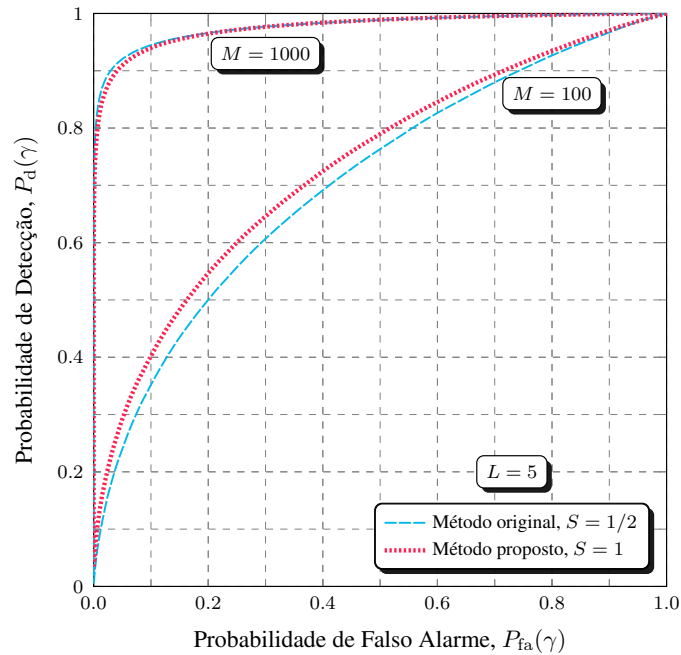


Figura 3.1: Curvas ROC para $L = 5$, $U = 5$ e M variando.

Quando $L = 10$, Figura 3.2, evidencia-se uma significativa melhora de desempenho quando o método proposto é utilizado, tanto para $M = 100$ e 1000 . Note também que quando comparada com as curvas da Figura 3.1 em que $L = 5$, o desempenho da nova técnica se mostra superior para os dois valores de M . Esta última observação também é de explicação complicada e não está no escopo desta dissertação e está incluída como proposta futura no capítulo 5.

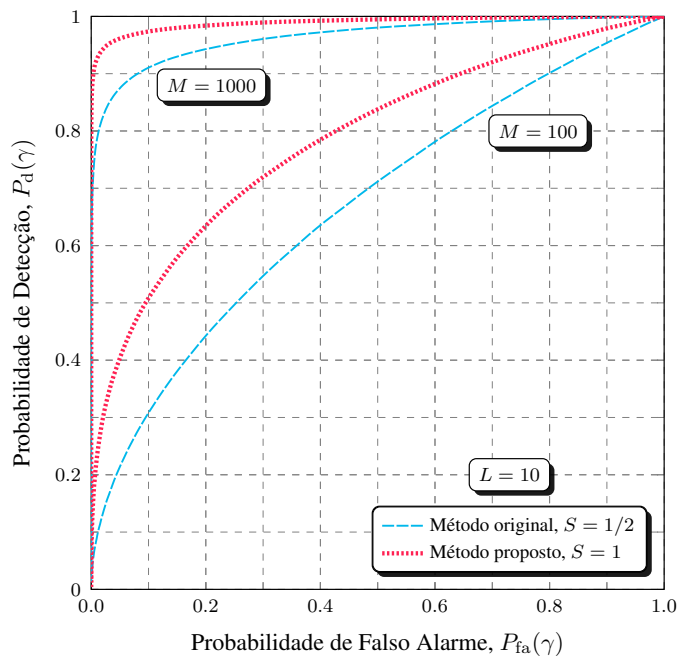


Figura 3.2: Curvas ROC para $L = 10$, $U = 5$ e M variando.

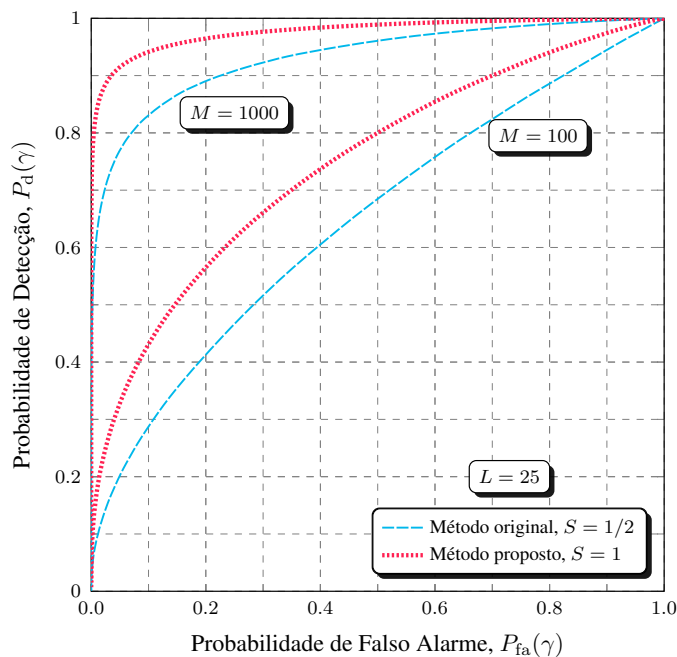


Figura 3.3: Curvas ROC para $L = 25$, $U = 5$ e M variando.

Ao se fazer $L = 25$, agora atentando-se à Figura 3.3, nota-se similar conclusão da Figura 3.2, i.e., o sistema proposto realiza a tarefa de inferir sobre o uso do espectro de forma mais precisa. Outra interessante conclusão é que as curvas com $L = 25$ apresentaram uma queda de desempenho comparadas àquelas em que $L = 10$, o que mais uma vez é de difícil explanação e não está no objetivo do trabalho.

Em suma, esta breve análise permitiu concluir positivamente sobre a potencialidade do sistema proposto frente ao original, o que é de certa forma esperado visto que as variáveis aleatórias do sistema que compõe as estatísticas de teste, F_{full_u} e $F_{l,u}$ são compostas pela soma de mais elementos, que intuitivamente sugere uma melhor precisão dos resultados. Na prática isso implica em uma maior vazão de dados do sistema quando o método proposto é utilizado, visto que aproveitará melhor as oportunidades de transmissão.

3.2 Desenvolvimento das FDCs de $r_u(l)$ e resultados

Nesta seção serão apresentadas duas soluções diferentes para a FDC de $r_u(l)$ sob a hipótese \mathcal{H}_0 , para os métodos original ($S = 1/2$) e proposto ($S = 1$). A primeira faz uso do TLC, o que resulta em uma solução aproximada que tende ao resultado simulado à medida que a quantidade de dados coletados no sistema aumenta. A segunda abordagem faz uma análise analítica fornecendo uma expressão exata para a FDC de $r_u(l)$ independente dos parâmetros do sistema. Ambas as soluções são comparadas com a FDC de $r_u(l)$ obtida a partir de simulação. Também será evidenciado que a FDC de $r_u(l)$ apresentada originalmente em [18] não reflete o real comportamento desta variável aleatória.

3.2.1 FDC I de $r_u(l)$

Observando as equações (3.1) e (3.2), e considerando o TLC, admite-se que para altos valores de M e V , F_{full_u} e $F_{l,u}$ tendem a ser variáveis aleatórias Gaussianas. Como consequência, $r_u(l) = F_{l,u}/F_{\text{full}_u}$ definido na equação (2.8), será a razão de duas variáveis aleatórias Gaussianas.

Definindo uma variável aleatória obtida por meio da razão entre duas variáveis aleatórias Gaussianas, $Z = X_1/X_2$, em que $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$, a FDC de Z é dada por Hinkley [24, eq. (4)]

$$\Pr\{Z < z\} = 1 - Q\left(\frac{\mu_2 z - \mu_1}{\sigma_1 \sigma_2 a(z)}\right), \quad (3.7)$$

em que

$$a(z) = \sqrt{\frac{z^2}{\sigma_1^2} - \frac{2\rho z}{\sigma_1 \sigma_2} + \frac{1}{\sigma_2^2}}, \quad (3.8)$$

sendo ρ o coeficiente de correlação entre X_1 e X_2 . Considerando que $X_1 = F_{l,u}$ e $X_2 = F_{\text{full}_u}$, ρ foi calculado como (Apêndice A)

$$\rho = \begin{cases} 1/\sqrt{L}, & \text{Caso I} \\ 0, & \text{Caso II} \end{cases}, \quad (3.9)$$

em que o Caso I é válido para $S = 1$ independentemente da l -ésima sub-banda de $F_{l,u}$, e para $S = 1/2$ apenas quando $l \leq \lceil L/2 \rceil$; e o Caso II é válido na situação de $S = 1/2$ e $l > \lceil L/2 \rceil$. Vale a pena ressaltar que a equação (3.9) é uma simplificação na qual admite-se que $\sigma_2 \ll \mu_2$. Para os parâmetros do sistema em questão isto corresponde à suposição $\sqrt{SM\sigma_2^4} \ll SM\sigma_u^2$, que é uma consideração razoável, visto que o número de amostras M já foi considerado ser grande para atender o TLC. Substituindo as respectivas médias e variâncias de F_{full_u} e $F_{l,u}$, e o coeficiente de correlação em (3.7), a FDC I de $r_u(l)$, $C_{l_1}(z) = \Pr\{r_u(l) < z | \mathcal{H}_0\}$, abrangendo os Casos I e II, foi encontrada como

$$C_{l_1}(z) = \begin{cases} Q\left(\frac{\sqrt{S} \frac{V - Mz}{\sqrt{Mz^2 - 2Vz + V}}}{\sqrt{Mz^2 - 2Vz + V}}\right), & \text{Caso I} \\ Q\left(\frac{V - Mz}{\sqrt{2Mz^2 + 2V}}\right), & \text{Caso II} \end{cases}. \quad (3.10)$$

Note que ambas as soluções não dependem de σ_u^2 , corroborando o fato de o método ser robusto à incerteza de ruído. Note também que a solução para o Caso II não depende de S , uma vez que nesse caso $S = 1/2$ obrigatoriamente.

É interessante comentar que em [19] o coeficiente de correlação dado em (3.9) foi calculado apenas para o Caso I, pois naquela situação considerou-se que o sinal recebido era real quando $S = 1/2$, gerando portanto um sinal cuja DEP é sempre simétrica, fazendo com que as amostras de $F_u(k)$ para as sub-bandas maiores do que $\lceil L/2 \rceil$ estivessem contidas em F_{full_u} . Consequentemente, em [19] foi desenvolvida apenas a FDC para o Caso I. Porém, como o sinal recebido foi considerado ser sempre complexo nesta dissertação, terá uma DEP não simétrica invariavelmente, que é mais razoável na prática. Portanto fez-se necessário considerar o Caso II para $S = 1/2$.

Em um primeiro momento, é possível fazer duas observações sobre (3.10): i) nenhuma das duas soluções de (3.10), Caso I para $S = 1/2$ e Caso II, estão de acordo com o resultado original apresentado em [18], equação (2.18), o que pode ser explicado pelo fato de o coeficiente de correlação (3.9) não ter sido levado em conta em [18]; e ii) mesmo se porventura a equação (2.18) fosse igual a pelo menos uma das soluções em (3.10), o resultado estaria incompleto, pois como está mostrado no Apêndice A, a FDC de $r_u(l)$ é dependente da l -ésima sub-banda quando $S = 1/2$.

3.2.2 FDC II de $r_u(l)$

Para desenvolver a segunda solução da FDC de $r_u(l)$, foi utilizado o fato de que $F_u(k) = |X_u(k)|^2/M$, definido na equação (2.5), em que $X_u(k) = X_u^r(k) + jX_u^i(k)$ é o sinal recebido discreto no domínio da frequência, sendo $X_u^r(k)$ e $X_u^i(k)$ suas parcelas real e imaginária, respectivamente. Em [18, eqs. (13) e (14)], é demonstrado que $X_u^r(k)$ e $X_u^i(k)$ são variáveis aleatórias Gaussianas i.i.d. cujas médias e variâncias condicionadas à hipótese \mathcal{H}_0 são respectivamente dadas por

$$\mathbb{E}\{X_u^r(k)|\mathcal{H}_0\} = \mathbb{E}\{X_u^i(k)|\mathcal{H}_0\} = 0 \quad (3.11)$$

e

$$\mathbb{V}\{X_u^r(k)|\mathcal{H}_0\} = \mathbb{V}\{X_u^i(k)|\mathcal{H}_0\} = \frac{M\sigma_u^2}{2}. \quad (3.12)$$

Assim pode-se reescrever $F_u(k)$ de modo que seja formado pela soma do quadrado de duas variáveis aleatórias Gaussianas i.i.d., $A_u(k)$ e $B_u(k)$

$$F_u(k) = \underbrace{\left(\frac{X_u^r(k)}{\sqrt{M}}\right)}_{A_u(k)}^2 + \underbrace{\left(\frac{X_u^i(k)}{\sqrt{M}}\right)}_{B_u(k)}^2, \quad (3.13)$$

em que

$$\mathbb{E}\{A_u(k)|\mathcal{H}_0\} = \mathbb{E}\{B_u(k)|\mathcal{H}_0\} = 0 \quad (3.14)$$

e

$$\mathbb{V}\{A_u(k)|\mathcal{H}_0\} = \mathbb{V}\{B_u(k)|\mathcal{H}_0\} = \frac{\sigma_u^2}{2}. \quad (3.15)$$

Seja $E = F_u(k)$, pode-se concluir que E tem distribuição Exponencial cuja a Função Densidade de Probabilidade (FDP) é dada por [25]

$$f_E(x) = \frac{e^{-x/\sigma_u^2}}{\sigma_u^2}, \quad (3.16)$$

para $x > 0$. Lembrando a partir das equações (3.1) e (3.2) que $F_{\text{full}_u} = \sum_{k=1}^{SM} F_u(k)$ e $F_{l,u} = \sum_{k=1}^{SV} F_u([(l-1)V + k])$, pode-se observar agora que F_{full_u} e $F_{l,u}$ possuem distribuição Gamma, visto que são compostas pela soma de SM e SV variáveis aleatórias exponenciais, respectivamente. De forma genérica, sendo $G = F_{\text{full}_u}$ ou $F_{l,u}$, sua FDP é dada por [25]

$$f_G(x) = \frac{x^{c-1} e^{-\frac{x}{\sigma_u^2}}}{\sigma_u^{2c} \Gamma(c)}, \quad (3.17)$$

em que $c = SM$ para F_{full_u} ou $c = SV$ para $F_{l,u}$, e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma dada por [25]

$$\Gamma(c) = \int_0^{\infty} x^{c-1} e^{-x} dx. \quad (3.18)$$

Sabendo que F_{full_u} e $F_{l,u}$ possuem distribuição Gamma, a FDC II de $r_u(l)$, $C_{\text{II}}(z) = \Pr\{r_u(l) < z | \mathcal{H}_0\}$, é desenvolvida no Apêndice B e é dada por

$$C_{\text{II}}(z) = \begin{cases} I(z; SV, S(M - V)), & \text{Caso I} \\ \frac{2z^{V/2}}{V\Gamma(V/2)\Gamma(M/2)} {}_2F_1\left(\frac{V}{2}, \frac{V+M}{2}; \frac{V}{2} + 1; -z\right), & \text{Caso II} \end{cases} \quad (3.19)$$

É importante ressaltar que a FDC II de $r_u(l)$ é exata, uma vez que não foi feita nenhuma aproximação em seu desenvolvimento. Perceba novamente que as soluções não dependem de σ_u^2 , demonstrando mais uma vez a robustez do método contra incerteza de ruído. Outra observação a ser feita é que as expressões dão a impressão de possuírem trabalhosas resoluções. Porém elas podem ser resolvidas facilmente utilizando funções já implementadas em vários aplicativos comerciais. Para plotar essas funções, a solução do Caso I foi resolvida utilizando o *software* MATLAB[®] e a do Caso II utilizando o *software* Mathematica[®].

3.2.3 Resultados referentes às FDCs de $r_u(l)$ para $S = 1/2$

Nesta subseção serão mostrados alguns resultados para $S = 1/2$ sob os Casos I e II, nos quais as FDCs de $r_u(l)$ original, I e II, apresentadas nas equações (2.18), (3.10) e (3.19) respectivamente, são comparadas com a FDC estimada obtida por meio de simulação a partir de 5×10^5 eventos de Monte Carlo.

Os Casos I e II foram analisados para diferentes valores de M , valendo 100, 400 e 1000. Nas Figuras 3.4 e 3.5, Casos I e II respectivamente, são plotados dois conjuntos de curvas, um para $M = 100$, e outro para 400. Já as Figuras 3.6 e 3.7, Casos I e II respectivamente, apresentam as curvas com $M = 1000$. O sistema foi reproduzido com $L = 10$, sendo que a simulação estima a FDC considerando as sub-bandas $l = 1$ para o Caso I e $l = 10$ para o Caso II ¹.

Ao observar os conjuntos com $M = 100$ das Figuras 3.4 e 3.5, o primeiro fato a se destacar são as imprecisões das curvas referentes as FDCs original e I, em azul e

¹Revisite o Apêndice A e lembre que para $S = 1/2$, $l \leq \lceil L/2 \rceil$ se refere ao Caso I e $l > \lceil L/2 \rceil$ ao Caso II.

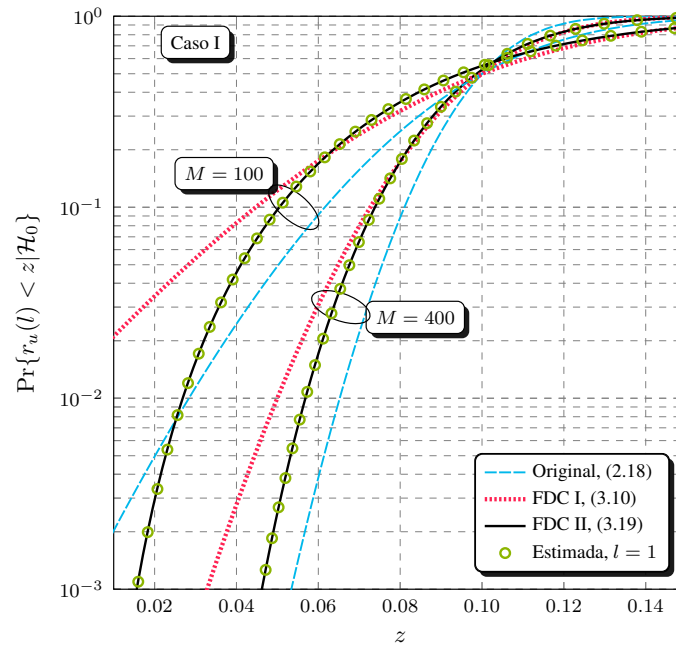


Figura 3.4: FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso I, $L = 10$, $M = 100$ e 400.

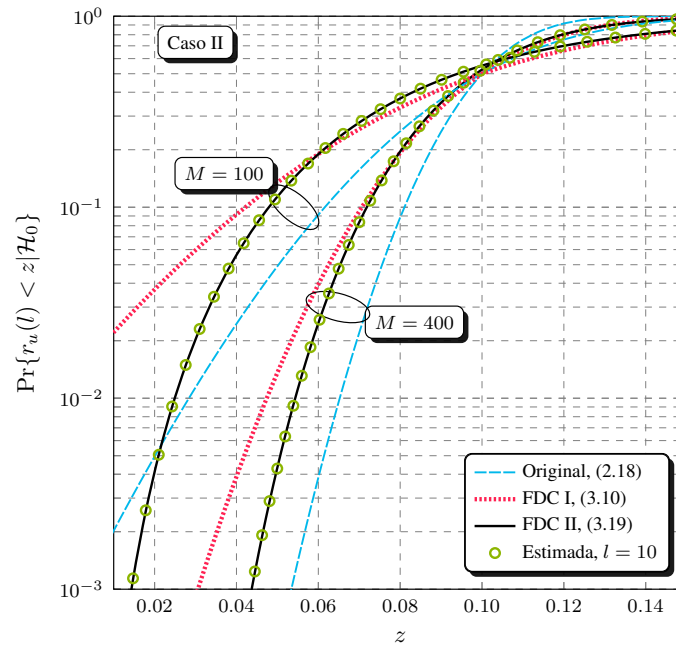


Figura 3.5: FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso II, $L = 10$, $M = 100$ e 400.

vermelho. Note que ambas estão bem distantes da FDC estimada dada por símbolos circulares, se comparadas com a FDC II. A imprecisão das FDCs original e I ocorre devido ao fato de o desenvolvimento destas FDCs considerarem que F_{full_u} e $F_{l,u}$ são variáveis aleatórias Gaussianas, o que não é razoável nesse caso uma vez que F_{full_u} e $F_{l,u}$ são formados pela soma de apenas $M/2 = 50$ e $V/2 = 10$ elementos. Estas Figuras também revelam a precisão da FDC II desenvolvida neste trabalho, em linha

preta contínua, (3.19), provando que a solução está correta para os Casos I e II.

Comparando as curvas com $M = 100$ e 400 , a principal diferença a ser observada é que a FDC I apresenta um comportamento mais próximo da curva estimada quando $M = 400$ para ambos os casos. Isto se explica porque F_{full_u} e $F_{l,u}$ são formados a partir da soma de mais elementos, $M/2 = 200$ e $V/2 = 40$, fazendo com que a real distribuição destas variáveis aleatórias seja mais próxima de uma densidade Gaussiana. A FDC original não fica mais próxima da FDC simulada quando M aumenta, mostrando-se imprecisa nos dois casos. Obviamente mais uma vez fica evidente a precisão da FDC II.

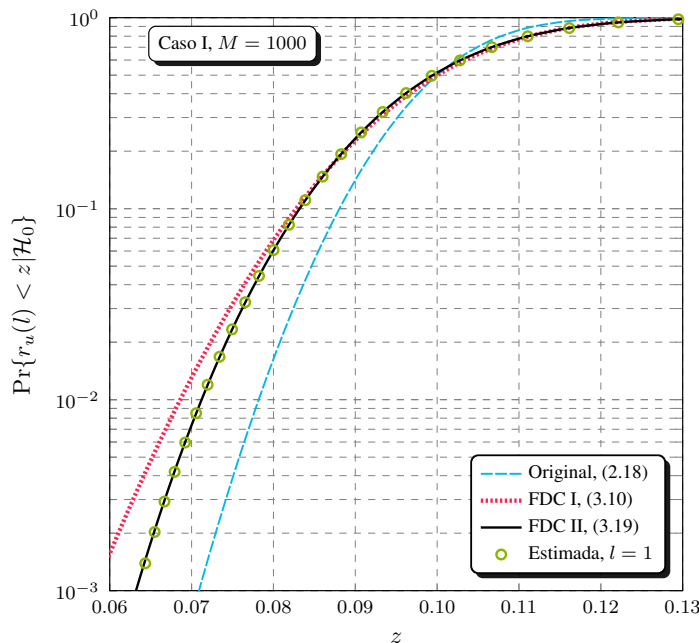


Figura 3.6: FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso I, $L = 10$, $M = 1000$.

As Figuras 3.6 e 3.7 são uma extrapolação das anteriores, para $M = 1000$. Como esperado, observa-se que o ajuste da FDC I fica ainda mais preciso pois o TLC é atendido de uma forma mais satisfatória, mostrando que o desenvolvimento desta solução está correto, porém terá que lidar com o fato de F_{full_u} e $F_{l,u}$ não serem de fato variáveis aleatórias Gaussianas. Também é possível concluir novamente que a expressão original não demonstra um ajuste melhor. Mais uma vez a FDC II se ajusta perfeitamente à curva estimada, demonstrando assim a sua utilidade prática.

Essa análise permitiu comprovar a aplicabilidade da FDC II para prever o comportamento de $r_u(l)$ nos Caso I e II independentemente dos parâmetros do sistema. Também foi possível verificar que a FDC I tende a se ajustar cada vez mais com o aumento de M , mas seu uso fica comprometido visto que a expressão exata é sempre

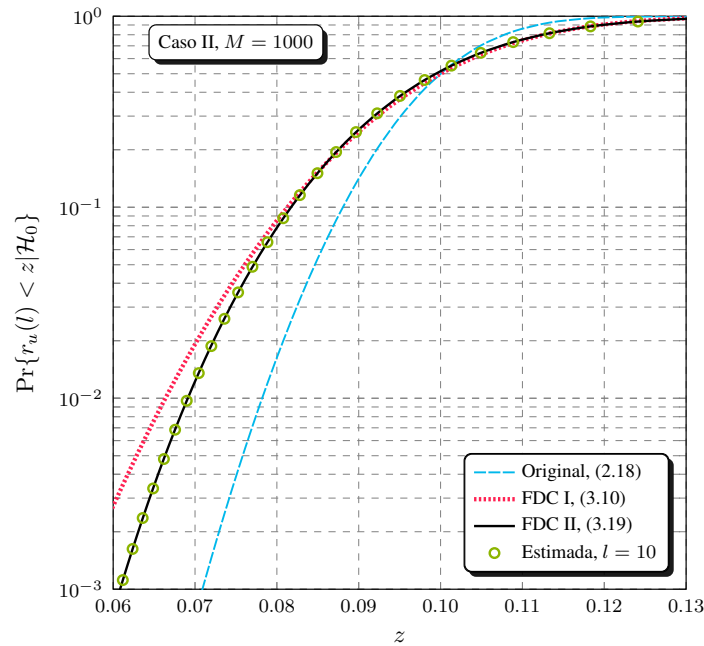


Figura 3.7: FDC de $r_u(l)$ para $S = 1/2$ no Caso II, $L = 10$, $M = 1000$.

melhor. Por fim também se constatou que a FDC original não possui nenhuma utilidade prática, uma vez que sua imprecisão com relação aos dados estimados é bastante acentuada, mesmo quanto M aumenta. Como já foi citado, em [18] não foi calculado o coeficiente de correlação definido em (3.9), justificando assim a discrepância dessa fórmula com a curva estimada.

3.2.4 Resultados referentes às FDCs de $r_u(l)$ para $S = 1$

Nesta subseção serão feitas as mesmas avaliações da subseção anterior, porém para o novo sistema proposto em que $S = 1$. A FDC original não será avaliada neste caso visto que essa solução considera o caso particular de $S = 1/2$. Na Figura 3.8 são plotadas curvas com $M = 100, 400$ e 1000 . Novamente o sistema foi configurado com $L = 10$ e curvas estimadas consideram $l = 1$ de forma arbitrária. Claramente seria possível utilizar outra índice de sub-banda que o resultado seria o mesmo.

Ao observar os resultados, como esperado, verifica-se que à medida que M aumenta a FDC I fica mais próxima da curva estimada, visto que nesse caso $F_{l,u}$ e $F_{full,u}$ tem distribuições mais próximas da Gaussiana em função do TLC, mostrando que seu desenvolvimento matemático está correto. Também é possível verificar que a FDC II é de fato exata, ficando evidente sua utilidade prática para prever o comportamento aleatório de $r_u(l)$ independentemente de M também para o modelo proposto em que

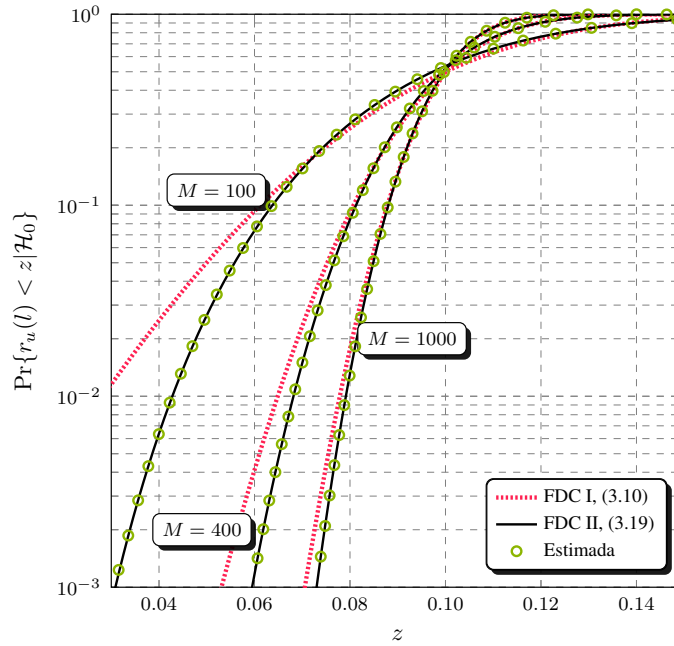


Figura 3.8: FDC de $r_u(l)$ para $S = 1$, $L = 10$ e M variando.

$S = 1/2$.

3.3 Desenvolvimento das FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ e resultados

Por definição, combinando as equações (2.8) e (2.9), pode-se escrever

$$r_{\text{avg}}(l) = \frac{1}{U} \sum_{u=1}^U \frac{F_{l,u}}{F_{\text{full}_u}}. \quad (3.20)$$

Em [18], os autores admitem que $r_{\text{avg}}(l)$ tem a mesma distribuição de uma variável aleatória W definida da seguinte forma

$$W = \frac{\sum_{u=1}^U F_{l,u}}{\sum_{u=1}^U F_{\text{full}_u}}. \quad (3.21)$$

Essa consideração foi avaliada a partir de exaustivos testes no MATLAB[®], em que as distribuições de $r_{\text{avg}}(l)$ e W foram estimadas e comparadas para diferentes parâmetros, em que os resultados demonstraram que essa comparação é extremamente precisa. Os resultados que serão apresentados nesta seção corroboram a similaridade estatística entre $r_{\text{avg}}(l)$ e W .

Facilmente se conclui que o denominador e numerador de (3.21), tem as respectivas

médias e variâncias iguais a

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{u=1}^U F_{\text{full}_u} | \mathcal{H}_0 \right\} = USM\sigma_u^2, \quad (3.22)$$

$$\mathbb{V} \left\{ \sum_{u=1}^U F_{\text{full}_u} | \mathcal{H}_0 \right\} = USM\sigma_u^4, \quad (3.23)$$

$$\mathbb{E} \left\{ \sum_{u=1}^U F_{l,u} | \mathcal{H}_0 \right\} = USV\sigma_u^2, \quad (3.24)$$

e

$$\mathbb{V} \left\{ \sum_{u=1}^U F_{l,u} | \mathcal{H}_0 \right\} = USV\sigma_u^4. \quad (3.25)$$

Utilizando as informações em (3.21)-(3.25), e de forma totalmente análoga à elaboração das FDCs I e II desenvolvidas para $r_u(l)$ na seção 3.2, as respectivas FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ serão desenvolvidas a seguir.

3.3.1 FDC I de $r_{\text{avg}}(l)$

Fazendo a mesma consideração de [18], i.e., que $r_{\text{avg}}(l)$ obtido em (3.20) tem a mesma distribuição que a variável aleatória obtida em (3.21), faz-se $X_1 = \sum_{u=1}^U F_{l,u}$ e $X_2 = \sum_{u=1}^U F_{\text{full}_u}$, cujas médias e variâncias são substituídas na equação (3.7), em que o coeficiente de correlação, ρ , obtido no Apêndice A continua válido nesta análise, encontra-se a FDC I de $r_{\text{avg}}(l)$, $D_{I_1}(\gamma) = \Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma | \mathcal{H}_0\}$, para os Casos I e II

$$D_{I_1}(\gamma) = \begin{cases} Q \left(\sqrt{SU} \frac{V - M\gamma}{\sqrt{M\gamma^2 - 2V\gamma + V}} \right), & \text{Caso I} \\ Q \left(\sqrt{U} \frac{V - M\gamma}{\sqrt{M\gamma^2 + 2V}} \right), & \text{Caso II} \end{cases}. \quad (3.26)$$

3.3.2 FDC II de $r_{\text{avg}}(l)$

O desenvolvimento realizado no Apêndice B também se aplica para a variável aleatória W definido em (3.21) para os Casos I e II. A diferença agora é que são somadas USM e USV variáveis aleatórias exponenciais no denominador e numerador, respectivamente, que por sua vez também tem distribuição Gamma, fazendo com que $r_{\text{avg}}(l)$

tenha distribuição Beta para o Caso I, e a aquela dada por (B.5) para o Caso II. Então a FDC II de $r_{\text{avg}}(l)$ é dada por

$$D_{l_{\text{II}}}(\gamma) = \begin{cases} I(\gamma; USV, US(M - V)), & \text{Caso I} \\ \frac{2\gamma^{UV/2}}{\sqrt{\Gamma(UV/2)\Gamma(UM/2)}} {}_2F_1\left(\frac{UV}{2}, \frac{U(V+M)}{2}; \frac{UV}{2} + 1; -\gamma\right), & \text{Caso II} \end{cases} \quad (3.27)$$

3.3.3 Resultados referentes às FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1/2$

Essa subseção segue o mesmo raciocínio das análises feitas para a FDC de $r_u(l)$ na subseção 3.2.3, porém agora para $r_{\text{avg}}(l)$. Novamente serão analisados 3 conjuntos de curvas, em que M é ajustado para 100, 400 e 1000. As duas Figuras seguintes, 3.9 e 3.10, representam os Casos I e II respectivamente. Todas as curvas consideram $S = 1/2$, $L = 10$, $U = 5$, e a simulação foi feita com $l = 1$ para o Caso I e $l = 10$ para o Caso II.

Observando primeiramente os resultados do Caso I, observa-se que para os 3 valores de M , a FDC II mostrou um ajuste praticamente perfeito com as curvas estimadas. Outra observação é que a FDC original se mostrou ligeiramente mais precisa do que a FDC I na região em que $\Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma | \mathcal{H}_0\} \lesssim 10^{-1}$, e agora ambas melhoram a precisão com o aumento de M , o que era esperado devido ao TLC.

A análise feita para o Caso I, assim como na FDC de $r_u(l)$, permite concluir que a FDC II caracteriza $r_{\text{avg}}(l)$ de forma satisfatória, independentemente de M , enquanto que as demais soluções devem lidar com as imprecisões causadas pela consideração do TLC.

Verificando agora a Figura 3.10 referente ao Caso II, revela-se novamente que a FDC I tende à curva estimada à medida que M aumenta. Já a FDC original não apresenta a mesma tendência, por exemplo, para $M = 1000$ se percebe que a FDC original passa da curva estimada, demonstrando que esta expressão não se aplica para as sub-bandas maiores do que $\lceil L/2 \rceil$, que é o Caso II.

Já para a curva referente à FDC II, nota-se uma imprecisão para $M = 100$, que se justifica devido ao fato de a consideração de (3.20) possuir a mesma distribuição de (3.21) não se mostrar tão razoável neste caso, mas é importante ressaltar que o gráfico está na escala logarítmica, portanto esse erro é bastante pequeno, ainda mais se comparado às outras duas FDCs, original e I. Já para $M = 400$, a expressão exata tem

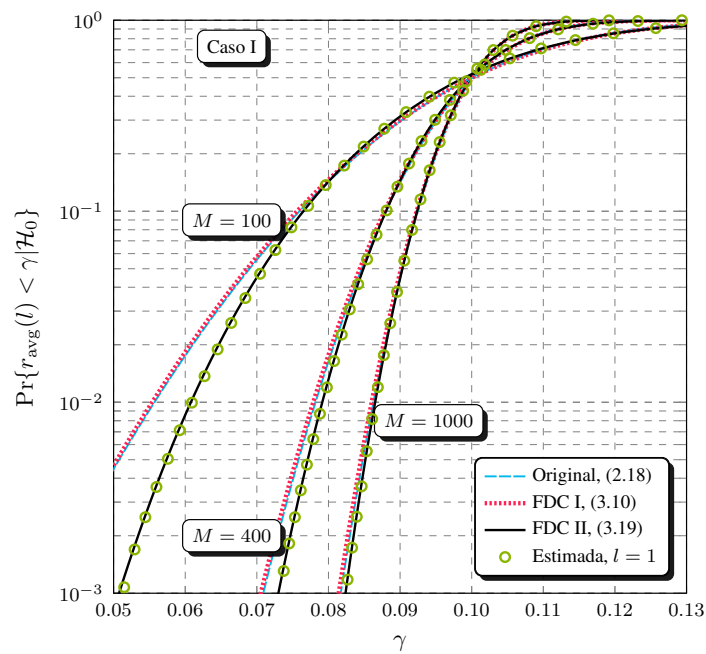


Figura 3.9: FDC de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1/2$ no Caso I, $L = 10$ e M variando.

um comportamento mais próximo da FDC estimada, e quando $M = 1000$, o ajuste é praticamente perfeito, mostrando mais uma vez a aplicabilidade desta solução.

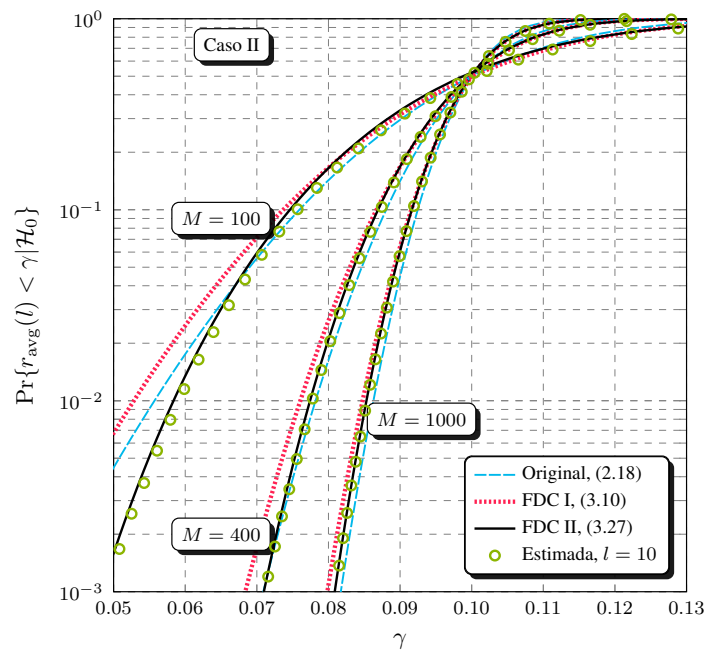


Figura 3.10: FDC de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1/2$ no Caso II, $L = 10$ e M variando.

3.3.4 Resultados referentes às FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1$

Continuando a avaliação das FDCs de $r_{\text{avg}}(l)$ desenvolvidas nesta dissertação, essa subseção verifica o nível de precisão destas expressões para o sistema proposto no qual $S = 1$. A FDC original não será avaliada pois ela considera $S = 1/2$. A Figura 3.11 foi gerada com $L = 5$, $U = 5$ e M variando segundo o padrão das análises anteriores, valendo 100, 400 e 1000. As curvas estimadas consideram $l = 1$.

As conclusões são as mesmas daquelas obtidas quando o sistema foi ajustado em $S = 1/2$ para o Caso I. Pode-se verificar a precisão da FDC II para todos os valores de M . Como esperado, à medida que M aumenta a FDC I tende à curva estimada, especialmente para $M = 1000$ quando o erro é bastante pequeno. Porém o seu uso na prática se inviabiliza uma vez que a FDC II se mostra sempre mais interessante.

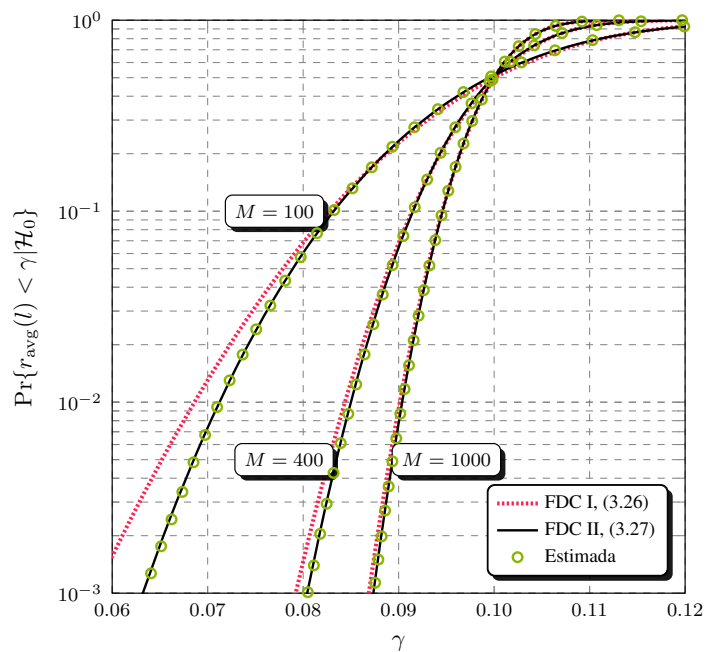


Figura 3.11: FDC de $r_{\text{avg}}(l)$ para $S = 1$, $L = 10$ e M variando.

Capítulo 4

Expressões de PFA para o Método Proposto

Neste capítulo serão desenvolvidas duas expressões aproximadas da PFA para o método proposto em que $S = 1$. Para efeitos de simplificação da notação matemática, considere que $R_l = r_{\text{avg}}(l)$. Assim define-se o vetor de variáveis aleatórias $\mathbf{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_L\}^T$, em que $\{\cdot\}^T$ denota transposição. A FDC conjunta de \mathbf{R} é definida como $F_{\mathbf{R}}(\mathbf{r}) \triangleq F_{R_1, R_2, \dots, R_L}(r_1, r_2, \dots, r_L)$. Sabendo que $F_{\mathbf{R}}(\mathbf{r})$ equivale à probabilidade de todas as sub-bandas decidirem em favor de \mathcal{H}_0 simultaneamente, de acordo com a regra final de decisão (2.11), a PFA final pode ser escrita como

$$P_{\text{fa}}(\gamma) = 1 - F_{R_1, R_2, \dots, R_L}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0), \quad (4.1)$$

em que γ denota o limiar de decisão. A última equação implica que para fazer o cálculo de PFA, se deve calcular a FDC conjunta de $R_l, F_{R_1, R_2, \dots, R_L}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0)$.

A seguir serão desenvolvidas duas possíveis soluções para essa FDC conjunta, resultando em duas expressões de PFA. Estes resultados serão comparados com a curva simulada de PFA. Também será mostrado que a expressão de PFA original apresentada em [18] para $S = 1/2$, equação (2.20), é extremamente imprecisa quando comparada com a PFA estimada.

4.1 Solução I

Considerando que as decisões no âmbito de sub-banda são independentes umas das outras, i.e., admitindo independência entre os elementos de \mathbf{R} , a equação (4.1) é simplificada para $1 - \Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma | \mathcal{H}_0\}^L$, que é o caso considerado em (2.20). Entretanto, como mostrado no Apêndice C, verifica-se que quaisquer dois elementos R_i e R_j de \mathbf{R} , para $i \neq j$, exibem o coeficiente de correlação

$$\rho_{R_i R_j} = -\frac{1}{L-1}, \quad (4.2)$$

fazendo automaticamente com que $F_{R_1, R_2, \dots, R_L}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0) \neq \Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma | \mathcal{H}_0\}^L$.

Para desenvolver essa FDC conjunta, foi usado o fato de que uma variável aleatória Beta qualquer Z , cuja FDC é dada por (B.2), tende para uma variável aleatória Gaussiana quando ν e ω tendem para infinito [25]. Admitindo esse último conceito para R_l , que é uma variável aleatória Beta, pode-se aproximar R_l para uma variável aleatória Gaussiana se M e V forem grandes, o que implica em aproximar $F_{R_1, R_2, \dots, R_L}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0)$ para a FDC conjunta Gaussiana. A FDP conjunta Gaussiana, que é bem conhecida na literatura, é dada por

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |\Sigma|}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})\right), \quad (4.3)$$

em que os N elementos $\mathbf{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}^T$ são variáveis aleatórias Gaussianas com média $\boldsymbol{\mu} = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N\}^T$ e Σ é a matriz de covariância de \mathbf{X} de ordem $N \times N$, sendo $|\Sigma|$ o seu determinante.

Para encontrar a FDP conjunta aproximada de \mathbf{R} , $f_{\mathbf{R}_l}(r_1, r_2, \dots, r_L | \mathcal{H}_0)$, para a Solução I, deve-se configurar a última expressão com os parâmetros do sistema, que consiste em fazer $\mathbf{X} = \mathbf{R}$, $\mathbf{x} = \{r_1, r_2, \dots, r_L\}^T$ e $\boldsymbol{\mu} = \{1/L, 1/L, \dots, 1/L\}^T$. Os elementos da diagonal de Σ são a variância de R_l , $\sigma_{R_l}^2$, e os elementos fora da diagonal são a covariância de dois componentes quaisquer de \mathbf{R} , que é dada por $\sigma_{R_l}^2 \rho_{R_i, R_j}$, sendo que o único parâmetro desconhecido é a variância $\sigma_{R_l}^2$.

Em [19], a variância de R_l foi calculada pela definição, fazendo $\sigma_{R_l}^2 = \mathbb{E}\{R_l^2\} + \mathbb{E}\{R_l\}^2$, em que o segundo momento de R_l , $\mathbb{E}\{R_l^2\}$, foi calculado numericamente a partir da FDP aproximada de R_l obtida por [24]. Entretanto, é importante enfatizar que nesta dissertação esse passo foi melhorado, visto que agora essa variância é calculada analiticamente. Se R_l é uma variável aleatória Beta cuja a FDC é dada por (B.2),

sua variância é calculada por $\sigma_{R_l}^2 = (\nu\omega)/((\nu + \omega)^2(\nu + \omega + 1))$ [25], que para os parâmetros da simulação, deve-se fazer $\nu = UV$ e $\omega = U(M - V)$, resultando em

$$\sigma_{R_l}^2 = \frac{V(M - V)}{M^2(UM + 1)}. \quad (4.4)$$

Por fim a Solução I da FDC conjunta de R_l é obtida fazendo a integração se sua FDP conjunta, resultando em

$$F_{\mathbf{R}_I}(r_1, r_2, \dots, r_L | \mathcal{H}_0) = \int_{-\infty}^{r_1} \int_{-\infty}^{r_2} \dots \int_{-\infty}^{r_L} f_{\mathbf{R}_I}(r'_1, r'_2, \dots, r'_L | \mathcal{H}_0) dr'_1 dr'_2 \dots dr'_L, \quad (4.5)$$

que nesta dissertação foi computado utilizando o *software* MATLAB[®]. Finalmente para chegar à Solução I de PFA, a expressão de PFA em (4.1) se particulariza para

$$P_{\text{faI}}(\gamma) = 1 - F_{\mathbf{R}_I}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0). \quad (4.6)$$

É de relevância comentar que é necessário um considerável esforço computacional para fazer o cálculo de (4.5), especialmente quando L aumenta, o que é uma desvantagem para esta Solução.

4.2 Solução II

A segunda solução possui um desenvolvimento bem simples. Como foi mostrado no capítulo 3, a expressão da FDC II de R_l , $D_{l\text{II}}(\gamma)$, apresentada na equação (3.27), prevê perfeitamente o comportamento de R_l , ver Figura 3.11. Embora tenha sido demonstrado que $F_{R_1, R_2, \dots, R_L}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0) \neq \Pr\{r_{\text{avg}}(l) < \gamma | \mathcal{H}_0\}^L$, a Solução II foi desenvolvida considerando independência entre as sub-bandas assim como feito em [18], portanto tem-se que

$$F_{\mathbf{R}_{\text{II}}}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0) = I(\gamma; USV, US(M - V))^L, \quad (4.7)$$

em que $I(\gamma; USV, US(M - V))$ corresponde à FDC II de $r_{\text{avg}}(l)$ para o Caso I dada em (3.27). A partir da última equação se chega na Solução II de PFA de forma direta fazendo

$$P_{\text{faII}}(\gamma) = 1 - I(\gamma; USV, US(M - V))^L. \quad (4.8)$$

Mesmo que as variáveis de decisão, R_l , apresentem um coeficiente de correlação diferente de zero entre si, (4.2), a exatidão da FDC marginal de R_l , $I(\gamma; USV, US(M - V))$, faz com que a aproximação em (4.7) se torne bastante precisa para baixos valores da FDC conjunta $F_{\mathbf{R}_{\text{II}}}(\gamma, \gamma, \dots, \gamma | \mathcal{H}_0)$, que na equação (4.8) implica em um resultado suficientemente acurado para $P_{\text{faII}}(\gamma) \leq 0.1$, que é justamente a região de interesse do sensoriamento espectral. Os resultados na próxima seção corroboram esta afirmação.

Outro aspecto é que ao se comparar as Soluções I e II, percebe-se que a segunda possui um esforço computacional muito menor para realizar o cálculo de PFA, o que é uma vantagem da Solução II.

4.3 Resultados

Esta seção apresenta os resultados das PFAs desenvolvidas quando confrontadas com os valores reais de PFA obtidos por simulação. Todos as simulações foram geradas a partir de 5×10^5 eventos de Monte Carlo em que o sistema foi verificado sob a hipótese \mathcal{H}_0 . Os gráficos estão na escala logarítmica para ter-se um grau de precisão maior para baixos valores de PFA, região de interesse no sistema de sensoriamento espectral.

Antes de verificar os resultados das Soluções I e II desenvolvidas, as duas Figuras subsequentes, 4.1 e 4.2, verificam a precisão da expressão de PFA original do sistema com $S = 1/2$ dada por (2.20). As Figuras consideram $L = 5$ e 10 , respectivamente, sendo que ambas apresentam os resultados para $M = 100, 400$ e 1000 . A conclusão entre as curvas é bastante parecida, pode-se notar que essa expressão não tem ajuste algum com as curvas simuladas.

Esse comportamento era esperado devido à FDC marginal de R_l não caracterizar a variável aleatória corretamente, como foi mostrado no capítulo 3, ainda mais porque quando $S = 1/2$ a FDC de R_l depende da l -ésima sub-banda, o que não foi levado em conta na expressão (2.20). Mesmo tendo essas observações feitas, pode-se perceber que a PFA original tende a simulação quando M aumenta, esse comportamento se explica devido ao fato de as FDCs marginais ficarem mais precisas nesse caso, o que também foi verificado no capítulo 3. De qualquer modo fica evidente a falta de precisão desta expressão. Em [18], é apresentado uma expressão para calcular o limiar de decisão em função da PFA desejada, a partir da equação (2.20). Consequentemente este resultado também é impreciso.

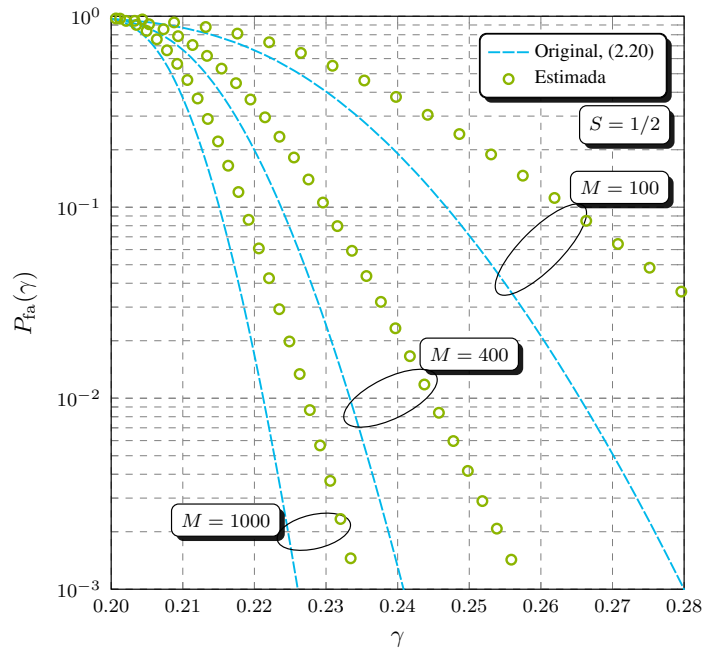


Figura 4.1: PFA para $S = 1/2$ com $L = 5$, $U = 5$ e M variando.

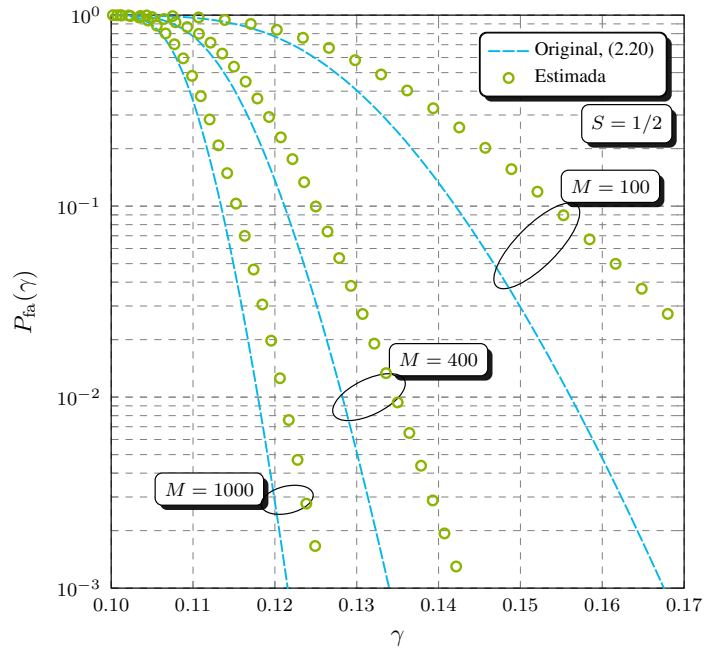


Figura 4.2: PFA para $S = 1/2$ com $L = 10$, $U = 5$ e M variando.

Finalmente as Figuras 4.3 e 4.4 permitem verificar o grau de exatidão das Soluções I e II apresentadas neste capítulo. As Figuras foram geradas com $L = 5$ e 10 , respectivamente, sendo que em ambas M é igual a 100 , 400 e 1000 . Analisando a Solução I, é possível perceber que ela somente proporciona um bom ajuste com os dados estimados para $P_{fa}(\gamma) \gtrsim 3 \times 10^{-1}$ e $P_{fa}(\gamma) \gtrsim 5 \times 10^{-1}$ para $L = 5$ e 10 , respectivamente,

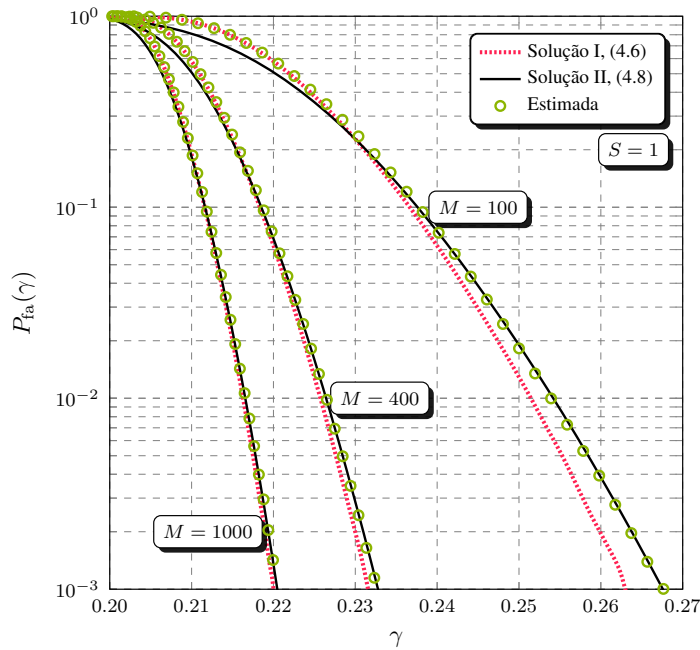


Figura 4.3: PFA para $S = 1$ com $L = 5$, $U = 5$ e M variando.

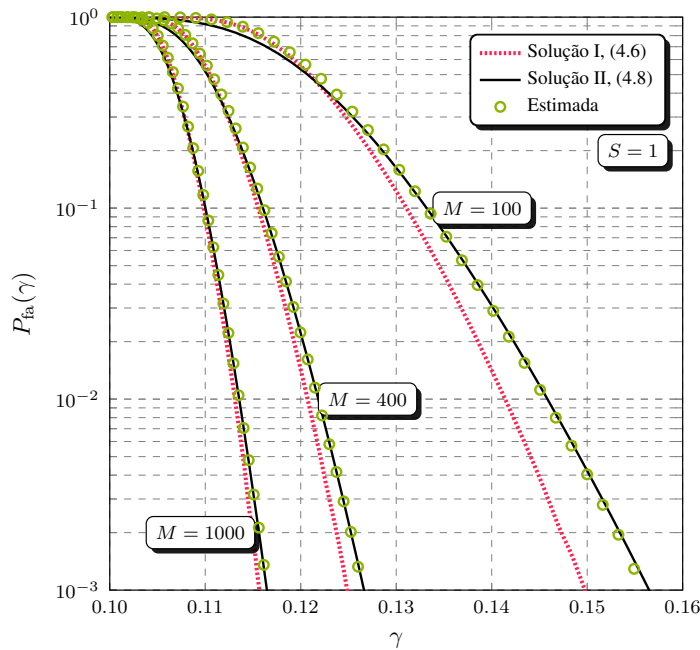


Figura 4.4: PFA para $S = 1$ com $L = 10$, $U = 5$ e M variando.

o que é um problema pois a região de interesse do sensoriamento espectral é para PFA baixo. Outro problema desse método é a precisão do cálculo numérico realizado pelo MATLAB[®], por exemplo, pode-se observar uma leve sinusidade nas curvas com $M = 100$ por conta disso. Também se percebe que a precisão aumenta para M maior, o que é esperado pois seu desenvolvimento considera que M tende a infinito. Embora

não fique muito evidente apenas pela observação das Figuras, um aspecto interessante de se notar é quando L aumenta, a Solução I perde precisão visto que V diminui, pois $V = M/L$.

Já para a Solução II acontece o contrário do que o observado com a Solução I, esta expressão se mostra bastante precisa para $P_{fa}(\gamma) \lesssim 10^{-1}$, por outro lado fica bastante diferente da simulação quando $P_{fa}(\gamma) \gtrsim 3 \times 10^{-1}$. Observando apenas a região onde $P_{fa}(\gamma) \leq 1 \times 10^{-1}$, somente para $M = 100$ que a Solução II não fica exatamente ajustada à PFA estimada, enquanto que para $M = 400$ e 1000 , o ajuste é praticamente perfeito com a curva estimada, demonstrando sua utilidade prática na avaliação do comportamento do sistema.

Esta análise permitiu concluir que a Solução II é mais interessante de ser utilizada para prever a PFA do que a Solução I, visto que ela apresenta uma significativa precisão para baixos níveis de PFA que é a região de interesse do sensoriamento espectral.

Capítulo 5

Conclusões e Propostas para Novas Pesquisas

Nesta dissertação foi apresentada uma simples alteração no método CPSC para sensoriamento espectral em redes de rádios cognitivos. Foram feitas algumas simulações comparando o novo método com o original em que na maioria dos casos foi demonstrada superioridade da técnica proposta em termos de desempenho, justificando portanto a sua utilidade.

Depois foram desenvolvidas duas funções de distribuição cumulativa para duas variáveis aleatórias importantes do método CPSC. A primeira solução adota uma abordagem que faz uso do teorema do limite central, e a outra analisa a verdadeira distribuição das variáveis aleatórias para desenvolver as expressões, resultando em uma expressão exata para a primeira variável aleatória e quase exata para a segunda. Os resultados foram comparados com simulação nos quais as expressões obtidas a partir da primeira abordagem ficaram sempre mais precisas à medida que a quantidade de amostras coletadas aumenta, devido ao teorema do limite central. Já as expressões referentes à segunda abordagem demonstraram um ajuste praticamente perfeito com a simulação, mostrando a aplicabilidade em prever o comportamento do sistema. Esses resultados são importantes pois é essencial que se preveja o comportamento das variáveis aleatórias envolvidas no sistema para que seja possível fazer eventuais avaliações e melhorias no método CPSC.

Também foram apresentadas duas expressões de probabilidade de falso alarme para o sistema proposto. A primeira solução considera que as variáveis de decisão são Gaussianas, porém esse resultado não demonstrou precisão com a simulação para valores

baixos de probabilidade de falso alarme, o que é um problema visto que no sensoriamento espectral deseja-se uma baixa probabilidade de falso alarme, portanto essa solução não se mostrou interessante. A outra solução utiliza uma abordagem diferente, a partir de uma função de distribuição cumulativa exata da variável de decisão que foi desenvolvida, e essa demonstrou um ajuste praticamente perfeito para baixos valores de probabilidade de falso alarme, fazendo com que seja mais interessante de ser utilizada. Esse resultado também é de bastante importância em eventuais sistemas práticos para que se possa prever o desempenho do sistema corretamente.

Como propostas para trabalhos futuros, são apresentadas algumas possibilidades de pesquisa que já foram inclusive mencionadas durante a dissertação:

- Comparação mais detalhada de desempenho do sistema proposto com o original, com vários parâmetros diferentes, visto que nesta dissertação foi feita apenas uma breve comparação.
- Comparação detalhada do modelo proposto com outras técnicas de sensoriamento espectral existentes na literatura, como as baseadas em autovalores, por detecção de energia e cicloestacionárias.
- Estudar o efeito de ter-se um canal imperfeito entre os rádios cognitivos e o centro de fusão, comparando esse efeito nas duas possíveis maneiras de se fazer a fusão de dados (fusão de amostras e fusão de $r_u(l)$).
- Estudar os métodos original e proposto sob diferentes tipos de sinal primário, por exemplo, com modulação multiportadora e/ou complexo.
- Estendendo a proposta anterior, conjectura-se que se o sinal primário tiver distribuição Gaussiana, o que tende a ocorrer em modulações multiportadora, o método CPSC não funciona como esperado, pois nesse caso as variáveis de decisão teriam a mesma distribuição nas hipóteses \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_1 . Fica portanto a ser elaborada uma solução para esse problema.

Referências Bibliográficas

- [1] International Telecommunication Union, “Overview,” (Acesso em: Maio de 2016). [Online]. Disponível em: <http://www.itu.int/en/about/Pages/overview.aspx>
- [2] ANATEL, (Acesso em: Maio de 2016). [Online]. Disponível em: <http://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalNivelDois.do?codItemCanal=671>
- [3] Office of Communications, “Technology research program,” 2005 (Acesso em: Maio de 2016). [Online]. Disponível em: <http://stakeholders.ofcom.org.uk/binaries/research/technology-research/randd0405.pdf>
- [4] Federal Communications Commission, “Report of the spectrum efficiency working group,” 2002 (Acesso em: Maio de 2016). [Online]. Disponível em: https://transition.fcc.gov/sptf/files/SEWGFfinalReport_1.pdf
- [5] J. Mitola III and G. Q. Maguire Jr., “Cognitive radio: making software radios more personal,” *IEEE Personal Commun. Mag.*, vol. 6, no. 4, pp. 13–18, Aug. 1999.
- [6] N. Reisi, M. Ahmadian, and S. Salari, “Performance analysis of energy detection-based spectrum sensing over fading channels,” in *Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM), 2010 6th International Conference on*, Sep. 2010, pp. 1–4.
- [7] I. F. Akyildiz, B. F. Lo, and R. Balakrishnan, “Cooperative spectrum sensing in cognitive radio networks: A survey,” *Elsevier Physical Comm.*, vol. 4, pp. 40–62, Mar. 2011.
- [8] L. dos S. Costa, “Desempenho das Fusões de Decisões e de Autovalores para Sensoriamento de Sinais OFDMA sob Erros no Canal de Controle”. Mestrado em Engenharia Elétrica - Instituto Nacional de Telecomunicações. Santa Rita do Sapucaí. Set. 2014.

- [9] A. A. dos Anjos, “Plataforma de Simulação para Análise de Desempenho do Sensoriamento Espctral baseado em Autovalores para Rádios Cognitivos”. Mestrado em Engenharia Elétrica - Instituto Nacional de Telecomunicações. Santa Rita do Sapucaí. Dez. 2012.
- [10] D. Cabric, A. Tkachenko, and R. W. Brodersen, “Spectrum sensing measurements of pilot, energy, and collaborative detection,” in *Military Communications Conference, 2006. MILCOM 2006. IEEE*, Oct. 2006, pp. 1–7.
- [11] A. Sahai, N. Hoven, and R. Tandra, “Some fundamental limits on cognitive radio,” *Proc. 42nd Allerton Conf. Commun., Control, Comput.*, vol. 7, no. 4, pp. 131–136, 2004.
- [12] R. Tandra and A. Sahai, “SNR walls for signal detection,” *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 2, no. 1, pp. 4–17, Feb. 2008.
- [13] E. Axell, G. Leus, and E. G. Larsson, “Overview of spectrum sensing for cognitive radio,” in *2010 2nd International Workshop on Cognitive Information Processing*, Jun. 2010, pp. 322–327.
- [14] J. Lunden, V. Koivunen, A. Huttunen, and H. V. Poor, “Collaborative cyclostationary spectrum sensing for cognitive radio systems,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 57, no. 11, pp. 4182–4195, Nov 2009.
- [15] Y. Zeng and Y. C. Liang, “Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 6, pp. 1784–1793, Jun. 2009.
- [16] A. Kortun, T. Ratnarajah, M. Sellathurai, C. Zhong, and C. B. Papadias, “On the performance of eigenvalue-based cooperative spectrum sensing for cognitive radio,” *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 5, no. 1, pp. 49–55, Feb. 2011.
- [17] B. Nadler, F. Penna, and R. Garello, “Performance of eigenvalue-based signal detectors with known and unknown noise level,” in *IEEE Int. Conf. Communications*, Jun. 2011, pp. 1–5.
- [18] R. Gao, Z. Li, P. Qi, and H. Li, “A robust cooperative spectrum sensing method in cognitive radio networks,” *IEEE Commun. Lett.*, vol. 18, no. 11, pp. 1987–1990, Nov. 2014.
- [19] R. C. D. V. Bomfin, D. A. Guimarães, and R. A. A. de Souza, “On the probability of false alarm of the power spectral density split cancellation method,” *IEEE Wireless Commun. Lett.*, vol. 5, no. 2, pp. 164–167, Apr. 2016.

-
- [20] B. Shent, L. Huang, C. Zhao, Z. Zhou, and K. Kwak, “Energy detection based spectrum sensing for cognitive radios in noise of uncertain power,” in *Communications and Information Technologies, 2008. ISCIT 2008. International Symposium on*, Oct. 2008, pp. 628–633.
- [21] L. Shen, H. Wang, W. Zhang, and Z. Zhao, “Blind spectrum sensing for cognitive radio channels with noise uncertainty,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 10, no. 6, pp. 1721–1724, Jun. 2011.
- [22] IEEE 802.22, “Draft standard for wireless regional area networks part 22,” July 2008.
- [23] J. Proakis, V. Ingle, *Digital Signal Processing using MATLAB*. Cengage Learning, 2010.
- [24] D. V. Hinkley, “On the ratio of two correlated normal random variables,” *Biometrika*, vol. 56, no. 3, pp. 635–639, Dec. 1969.
- [25] C. Forbes, M. Evans, N. Hastings, and B. Peacock, *Statistical Distributions*. Wiley, 2011.
- [26] A. Jeffrey, D. Zwillinger, I. Gradshteyn, and I. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7th ed., ser. Wiley series in telecommunications and signal processing. Academic Press, 2007.
- [27] M. Abramowitz, *Handbook of Mathematical Functions, With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Dover Publications, Incorporated, 1974.

Apêndice A

Coeficiente de Correlação Entre $F_{l,u}$ e F_{full_u}

Primeiramente, observe que para $S = 1$, $F_{\text{full}_u} = \sum_{l=1}^L F_{l,u}$. O mesmo não é verdade para $S = 1/2$, visto que as amostras referentes à l -ésima sub-banda quando $l > \lceil L/2 \rceil$ não estão contidas em F_{full_u} , sendo $\lceil \cdot \rceil$ a chamada função *ceil* que arredonda o argumento para o próximo inteiro acima caso seja um número fracionário. Para exemplificar esta última afirmação, suponha que o sistema esteja trabalhando com $S = 1/2$, $M = 60$ e $L = 3$. A partir de (2.6), sabe-se que F_{full_u} será composto pela soma das primeiras 30 amostras de $F_u(k)$. Cada sub-banda conterá $V = 20$ amostras, pois $V = M/L$. E segundo a equação (2.7), $F_{l,u}$ será composto pela soma das primeiras $V/2 = 10$ amostras da l -ésima sub-banda. Com a ajuda da Figura 2.2, pode-se facilmente concluir que a terceira sub-banda, $F_{3,u}$, não estará contida em F_{full_u} , pois está no conjunto de 30 amostras restantes que não foram adicionados à F_{full_u} . Portanto $F_{\text{full}_u} \neq \sum_{l=1}^L F_{l,u}$ neste caso.

Tendo a concepção anterior em mente, e usando a definição feita no Capítulo 3, considere que $X_1 = F_{l,u}$ e $X_2 = F_{\text{full}_u}$. Para $S = 1$, pode-se dizer que $X_2 = X_1 + Y$, no qual Y representa o somatório de todas as sub-bandas menos a l -ésima. Se $\mathbb{V}\{X_1\} = \sigma_1^2$, logo $\mathbb{V}\{X_2\} = L\sigma_1^2$, uma vez que há L sub-bandas e $F_{i,u}$ é independente de $F_{j,u}$ para $i \neq j$. O coeficiente de correlação entre X_1 e X_2 , por definição, é escrito como

$$\rho_{S=1} = \frac{\mathbb{E}\{X_1 X_2\} - \mathbb{E}\{X_1\}\mathbb{E}\{X_2\}}{\sqrt{\mathbb{V}\{X_1\}}\sqrt{\mathbb{V}\{X_2\}}}, \quad (\text{A.1})$$

que ao fazer $X_2 = X_1 + Y$, pode ser reescrito como

$$\rho_{S=1} = \frac{\mathbb{E}\{X_1^2\} + \mathbb{E}\{X_1Y\} - \mathbb{E}^2\{X_1\} - \mathbb{E}\{X_1\}\mathbb{E}\{Y\}}{\sigma_1^2\sqrt{L}}. \quad (\text{A.2})$$

Sabendo que $\mathbb{E}\{X_1Y\} = \mathbb{E}\{X_1\}\mathbb{E}\{Y\}$, o numerador da última equação fica $\mathbb{E}\{X_1^2\} - \mathbb{E}^2\{X_1\}$, que por definição corresponde à σ_1^2 . Portanto o resultado final, independentemente da sub-banda de $F_{l,u}$, será

$$\rho_{S=1} = \frac{1}{\sqrt{L}}. \quad (\text{A.3})$$

Para $S = 1/2$, a equação (A.3) segue válida se $l \leq \lceil L/2 \rceil$, pois nessa condição a l -ésima sub-banda faz parte do somatório que constitui F_{full_u} , e portanto pode-se fazer as mesmas considerações. Já para as outras sub-bandas, $l > \lceil L/2 \rceil$, a solução se torna simples. Como os elementos de $F_u(k)$ são independentes, $F_{l,u}$ e F_{full_u} também serão. Portanto o momento conjunto, $\mathbb{E}\{X_1X_2\}$, no numerador de (A.1), equivale ao produto dos momentos $\mathbb{E}\{X_1\}\mathbb{E}\{X_2\}$, e portanto a correlação entre $F_{l,u}$ e F_{full_u} será nula.

Por conseguinte são definidos dois casos. O Caso I, $\rho = 1/\sqrt{L}$, é válido para $S = 1$ independentemente de l , e para $S = 1/2$ apenas se $l \leq \lceil L/2 \rceil$. E o Caso II, $\rho = 0$, é válido para $S = 1/2$ quando $l > \lceil L/2 \rceil$. Portanto a expressão final para o coeficiente de correlação, ρ , é dado por

$$\rho = \begin{cases} 1/\sqrt{L}, & \text{Caso I} \\ 0, & \text{Caso II} \end{cases}. \quad (\text{A.4})$$

Apêndice B

FDC II de $r_u(l)$

Assim como feito no Apêndice A, primeiramente será desenvolvida a FDC de $r_u(l)$ para o Caso I, e depois para o Caso II.

Caso I: nesta situação $F_{l,u}$ está contido no somatório de F_{full_u} , portanto, novamente como feito no Apêndice A, considere que $X_1 = F_{l,u}$ e $X_2 = F_{\text{full}_u}$ de modo que $X_2 = X_1 + Y$, em que Y é F_{full_u} menos a l -ésima sub-banda. Note que Y também possui distribuição Gamma cuja a FDP é dada em (3.17), sendo que $c = S(M - V)$. Portanto, para $Z_I = r_u(l)$ no Caso I, pode-se escrever que

$$Z_I = \frac{X_1}{X_1 + Y}, \quad (\text{B.1})$$

a partir da qual conclui-se que Z_I possui distribuição Beta [25], cuja FDC é dada por

$$\Pr\{Z_I < z | \mathcal{H}_0\} = I(z; \nu, \omega), \quad (\text{B.2})$$

em que $I(z; \nu, \omega)$ é a função Beta incompleta regularizada [26, (8.392)], sendo $\nu = SV$ a quantidade de termos somados no somatório de $X_1 = F_{l,u}$, e $\omega = S(M - V)$ a quantidade de termos no somatório de $Y = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^L F_{i,u}$. É importante ressaltar que a FDP dada em (3.17) possui o fator de escala $b = \sigma_u^2$, que é o mesmo para X_1 e Y . Note que esse fator de escala é eliminado na FDC de Z_I , visto que ν e ω correspondem ao parâmetro c de X_1 e Y , respectivamente, esclarecendo o fato de a FDC de $r_u(l)$ não depender da potência de ruído no Caso I.

Caso II: como visto no Apêndice A, no Caso II $F_{l,u}$ não faz parte do somatório de F_{full_u} , portanto a expressão (B.1) não se aplica e a FDC de $r_u(l)$ não possui distribuição Beta. Novamente considere que $X_1 = F_{l,u}$ e $X_2 = F_{\text{full}_u}$ sendo agora X_1 e

X_2 independentes. De forma natural $r_u(l)$ é escrito como $Z_{II} = X_1/X_2$, cuja FDP é obtida por meio da distribuição da razão dada por [24]

$$f_{Z_{II}}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} |z| f_{X_1, X_2}(zx_2, x_2) dx_2, \quad (\text{B.3})$$

em que $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$ é a FDP conjunta de X_1 e X_2 . Sabendo que no Caso II X_1 e X_2 são independentes, a FDP conjunta será constituída pelo produto das FDPs marginais, que possuem distribuição Gamma dada em (3.17). Após substituir os parâmetros e resolver a integral em (B.3), a FDP de Z_{II} foi encontrada como

$$f_{Z_{II}}(z) = \frac{z^{\frac{V}{2}-1} \Gamma\left(\frac{V+M}{2}\right)}{(z+1)^{\frac{V+M}{2}} \Gamma\left(\frac{V}{2}\right) \Gamma\left(\frac{M}{2}\right)}, \quad (\text{B.4})$$

para $z > 0$. Para encontrar a FDC de Z_{II} basta integrar (B.4), em que o resultado obtido foi

$$F_{Z_{II}}(z) = \frac{2z^{\frac{V}{2}}}{V \Gamma\left(\frac{V}{2}\right) \Gamma\left(\frac{M}{2}\right)} {}_2F_1\left(\frac{V}{2}, \frac{V+M}{2}; \frac{V}{2} + 1; -z\right), \quad (\text{B.5})$$

para $0 < z < 1$, em que ${}_2F_1(a, b; c; z) = \sum_{k=0}^{\infty} (z^k (a)_k (b)_k) / (k! (c)_k)$ é a função hipergeométrica, sendo $(x)_n = \Gamma(x+n)/\Gamma(x)$ o símbolo de Pochhammer [27]. Observe que a potência de ruído, σ_u^2 , foi eliminada no procedimento matemático no qual a PDF de Z_{II} , $f_{Z_{II}}(z)$, foi desenvolvida, justificando a independência de $r_u(l)$ com relação ao nível de ruído no Caso II.

Assim como na FDC I de $r_u(l)$, dado em (3.10), a FDC II possui expressão para os Casos I e II. Segue a expressão final

$$C_{l_{II}}(z) = \begin{cases} I(z; SV, S(M-V)), & \text{Caso I} \\ \frac{2z^{V/2}}{V \Gamma(V/2) \Gamma(M/2)} {}_2F_1\left(\frac{V}{2}, \frac{V+M}{2}; \frac{V}{2} + 1; -z\right), & \text{Caso II} \end{cases} \cdot (\text{B.6})$$

Apêndice C

Coeficiente de Correlação Entre R_i e R_j para $S = 1$

Por definição, o coeficiente de correlação entre R_i e R_j é dado por

$$\rho_{R_i R_j} = \frac{\mathbb{E}\{R_i R_j\} - \mathbb{E}\{R_i\}\mathbb{E}\{R_j\}}{\sqrt{\mathbb{V}\{R_i\}}\sqrt{\mathbb{V}\{R_j\}}}. \quad (\text{C.1})$$

Usando o fato de que as estatísticas de $R_l = r_{\text{avg}}(l)$, no Caso I, são as mesmas para qualquer sub-banda l , pode-se concluir que os momentos de R_i e R_j são os mesmos, i.e., $\mathbb{E}\{R_i\} = \mathbb{E}\{R_j\}$ e $\mathbb{V}\{R_i\} = \mathbb{V}\{R_j\}$. Portanto (C.1) pode ser simplificada para

$$\rho_{R_i R_j} = \frac{\mathbb{E}\{R_i R_j\} - \mathbb{E}^2\{R_i\}}{\mathbb{E}\{R_i^2\} - \mathbb{E}^2\{R_i\}}. \quad (\text{C.2})$$

A partir da definição de $r_u(l)$ e $r_{\text{avg}}(l)$, equações (2.8) e (2.9), respectivamente, pode-se perceber que $\sum_{l=1}^L R_l = 1$, implicando que $R_j = 1 - \sum_{l=1, l \neq j}^L R_l$. Substituindo este resultado no momento conjunto, $\mathbb{E}\{R_i R_j\} = \mathbb{E}\{R_i(1 - \sum_{l=1, l \neq j}^L R_l)\}$, encontra-se a relação

$$\mathbb{E}\{R_i R_j\} = \frac{\mathbb{E}\{R_i\} - \mathbb{E}\{R_i^2\}}{L - 1}. \quad (\text{C.3})$$

Sabendo que R_i possui a distribuição Beta, Caso I de (3.27), seu momento é dado por $\mathbb{E}\{R_l\} = \nu/(\nu + \omega)$, [25], em que para os parâmetros do sistema resulta em $1/L$. Substituindo (C.3) e $\mathbb{E}\{R_l\} = 1/L$ em (C.2), obtém-se finalmente

$$\rho_{R_i R_i} = -\frac{1}{L - 1}. \quad (\text{C.4})$$

