

Dissertação de Mestrado

Inatel

Instituto Nacional de Telecomunicações

**MODULAÇÃO CODIFICADA
POR BLOCOS DE
BAIXA COMPLEXIDADE COM
CÓDIGOS DE COMPRIMENTOS
DIFERENTES**

RUI RODRIGUES SIMÕES JÚNIOR

ABRIL / 2006

Modulação Codificada por Blocos de Baixa Complexidade com Códigos de Comprimentos Diferentes

RUI RODRIGUES SIMÕES JÚNIOR

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: PROF. DR. GERALDO GIL RAMUNDO GOMES

Santa Rita do Sapucaí

2006

Dissertação defendida e aprovada em 10/04/2006, pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Geraldo Gil Ramundo Gomes/INATEL

Prof. Dr. Richard Demo Sousa /CEFET-PR

Prof. Dr. Dayan Adionel Guimarães /INATEL

Prof. Dr. Adonias Costa da Silveira
Coordenador do Curso de Mestrado

A Deus e a todas as
pessoas que contribuíram
nesta etapa da minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, aos meus pais também merecedores desta conquista, ao Prof. Dr. Geraldo Gil Ramundo Gomes pela excelente orientação, e ao apoio financeiro proporcionado pelo convênio entre o Inatel e a Finep (Financiadora de Estudos e Projetos). Também agradeço aos professores e alunos de mestrado do Inatel pela valiosa ajuda prestada nesta dissertação.

Resumo

O objetivo desta dissertação é apresentar esquemas de modulação codificada por blocos onde são empregados códigos corretores de erros com comprimentos diferentes para diferentes níveis de codificação. Esta proposta é uma solução de compromisso para a obtenção de bons ganhos de codificação sem que a taxa de codificação implique em expansão da largura de faixa e alta complexidade de decodificação. A demonstração de conceito é feita através de simulações computacionais de uma modulação codificada QPSK sobre uma modulação sem codificação BPSK em canais AWGN e Rayleigh. O esquema proposto também é comparado a esquemas BCM com códigos de comprimentos iguais para todos os níveis de codificação.

Palavras-chave: Modulação Codificada por Bloco (BCM), distância euclidiana, arranjo de Sayegh, partição de conjunto de Ungerboeck.

Abstract

The objective of this dissertation is to present schemes of block coded modulation using error correcting codes with different lengths for different coding levels. This proposal is a solution to obtaining good coding gains without the coding rate implying in expansion of bandwidth and high decoding complexity. The concept proof made through computations simulations for coded QPSK over uncoded BPSK modulations in AWGN and Rayleigh channels. The scheme proposal also is compared the BCM schemes with codes of the same lengths to all the coding levels.

Keywords: Block Coded Modulation (BCM), Euclidean distance, Sayegh's array, Ungerboeck's set partitioning.

Índice

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	x
Lista de Abreviaturas e Siglas	xi
Lista de Símbolos	xii
1 Fundamentos da Modulação Codificada por Bloco	1
1.1 Introdução	1
1.2 Histórico	2
1.3 Introdução à Modulação Codificada	5
1.4 Código de Bloco Linear	7
1.4.1 Peso e Distância de Hamming	7
1.4.2 Capacidade de Correção e Detecção de Erro	8
1.5 Distância Euclidiana	9
1.6 Energia Média da Constelação	11
1.7 Ganho de Codificação Assintótico	13
1.8 Partição de Conjunto de Ungerboeck	14
1.9 Arranjo de Codificação de Sayegh	18
1.10 Decodificação Sub-ótima de Sayegh	20
1.11 Decodificação Baseada em uma Linha de Números Reais	22
2 Modulação Codificada por Blocos com Arranjo de Códigos com Comprimentos Diferentes	25
2.1 Introdução	25

2.2	Arranjo de Codificação Multinível com Códigos de Comprimentos Diferentes	26
2.3	Algoritmo de Decodificação Sub-ótimo	31
3	Prova de Conceito e Resultados Obtidos por Simulação	37
3.1	Introdução	37
3.2	Simulação QPSK Não Codificado	38
3.3	Simulação BCM/QPSK Codificado	40
3.4	Simulação Comparativa entre Esquemas BCM com Arranjos de Códigos com Comprimentos Diferentes e com Comprimentos Iguais	43
4	Conclusão	48
A	Publicações	50
B	Características dos Códigos Utilizados	51
B.1	Código Cíclico (7,4,3)	51
B.2	Código Cíclico (21,11,6)	53
B.3	Código Reed-Muller	56
C	Programas de Simulações	57
C.1	QPSK Não Codificado	57
C.2	BCM/QPSK Codificado	58
	Bibliografia	63

Lista de Figuras

1.1	Diagrama em blocos de um típico sistema de comunicação digital	6
1.2	Constelações QPSK corrompidas por ruído AWGN	10
1.3	Taxa de erro de bit versus E_b/N_0 para as modulações M-PSK e 16-QAM em canal AWGN	11
1.4	Distância euclidiana mínima para a constelação 8-PSK	12
1.5	Distância euclidiana mínima para a constelação 16-QAM	12
1.6	Curva de um esquema de modulação codificada comparado com um esquema de modulação equivalente sem codificação	15
1.7	Partição de conjunto de Ungerboeck para a constelação 8-PSK	16
1.8	Partição de conjunto de Ungerboeck para a constelação 16-QAM	17
1.9	Arranjo de codificação de Sayegh	18
1.10	Estrutura geral do codificador/modulador BCM	19
1.11	Constelação 8-PSK para números inteiros transmitidos e reais recebidos	23
1.12	Constelação 16-QAM decomposta em duas constelações 4-ASK para números inteiros transmitidos e reais recebidos	24
1.13	Partição de conjunto e distância euclidiana para a constelação 4-ASK	24
2.1	Arranjo de palavras-código com códigos de comprimentos diferentes entre níveis diferentes	27
2.2	Arranjo de transmissão para o exemplo 2.1	28
2.3	Representação do arranjo de transmissão no espaço de sinais QPSK para o exemplo 2.1	29
2.4	Arranjo de recepção do exemplo 2.1	33
2.5	Arranjo de recepção do exemplo 2.1 modificado	34

2.6	Arranjo de recepção do exemplo 2.1 com a primeira linha corrigida	34
2.7	Arranjo de recepção do exemplo 2.1 decodificado	35
3.1	Taxa de erro de bit calculada e simulada em canal AWGN para a modulação QPSK não codificada	39
3.2	Taxa de erro de bit calculada e simulada em canal Rayleigh para a modulação QPSK não codificada	40
3.3	Taxa de erro de bit para o canal AWGN	41
3.4	Taxa de erro de bit para o canal com desvanecimento Rayleigh . .	43
3.5	Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,7,6)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal AWGN	45
3.6	Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,7,6)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal com desvanecimento Rayleigh	45
3.7	Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,5,8)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal AWGN	46
3.8	Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,5,8)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal com desvanecimento Rayleigh	46

Lista de Tabelas

1.1	Distância euclidiana mínima para constelações M-PSK e M-QAM quadrada	13
1.2	Valores de Δ_i para constelações M-PSK	17
1.3	Valores de Δ_i para constelações M-QAM quadradas	17
2.1	Arranjos de codificação multinível com códigos de comprimentos diferentes	30
3.1	Expressões de BER para as modulações não codificadas BPSK e QPSK em canal AWGN e Rayleigh	38
3.2	Comparação entre os arranjos de códigos proposto e convencionais	44

Lista de Abreviaturas e Siglas

ASK	<i>Amplitude Shift Keying</i> - Modulação por Chaveamento em Amplitude.
ARQ	<i>Automatic Repeat reQuest</i> - Solicitação de Repetição Automática.
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i> - Ruído Branco Aditivo Gaussiano.
BCM	<i>Block Coded Modulation</i> - Modulação Codificada por Bloco.
BER	<i>Bit Error Rate</i> - Taxa de Erro de Bit.
BSC	<i>Binary Symmetric Channel</i> - Canal Binário Simétrico.
BW	<i>BandWidth</i> - Largura de Banda.
DSP	<i>Digital Signal Processing</i> - Processamento Digital de Sinais.
FEC	<i>Forward Error Correction</i> - Correção Direta de Erros.
MLCM	<i>Multilevel Coded Modulation</i> - Modulação Codificada Multinível.
MLD	<i>Maximum Likelihood Decoding</i> - Decodificação por Máxima Verossimilhança.
PSK	<i>Phase Shift Keying</i> - Modulação por Deslocamento de Fase.
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i> - Modulação de Amplitude em Quadratura.
TCM	<i>Trellis Coded Modulation</i> - Modulação Codificada por Treliça.

Lista de Símbolos

A_i	Número de palavras-código com peso i do código C .
C	Código de bloco linear com característica (n, k, d_{min}) .
D_i	Distância do centro da constelação até o i -ésimo símbolo.
d_i	Distância mínima de Hamming na i -ésima linha do arranjo de codificação.
d_{min}	Distância mínima de Hamming.
d_{Ei}	Distância euclidiana na i -ésima linha do arranjo de codificação.
d_{Emin}	Distância euclidiana mínima.
$d_{Ecmín}$	Distância euclidiana mínima da constelação codificada.
d_{Eu}	Distância euclidiana mínima da constelação não codificada.
E_b	Energia média por bit de informação.
\bar{E}	Energia média da constelação.
$erfc(\cdot)$	Função erro complementar.
G	Ganho de codificação em dB.
$GF(2)$	Campos finitos ou campos de Galois de base binária.
G_∞	Ganho de codificação assintótico em dB.
k	Número de bits de informação.
k_i	Número de bits de informação na i -ésima linha do arranjo de codificação.
L	Número de bits por símbolo.
ℓ	Números de posições em que a palavra-código recebida difere da palavra-código transmitida.
M	Ordem da modulação.
M_c	Cardinalidade da modulação codificada.

M_u	Cardinalidade da modulação não codificada.
N_o	Densidade espectral de potência de ruído.
n	Comprimento do código.
p	Probabilidade condicional de erro ou probabilidade de transição.
P_o	Número real calculado a partir do símbolo recebido bidimensional na constelação PSK.
P_b	Probabilidade de erro de bit.
P_c	Probabilidade de decodificação correta do arranjo de codificação.
$P(E)$	Probabilidade do decodificador cometer um erro de decodificação.
p_r	Símbolo recebido.
$P_u(E)$	Probabilidade do decodificador não detectar um erro.
R_c	Taxa de codificação do arranjo de Sayegh.
$Q(\cdot)$	Função erro.
r	Taxa do código.
s, u, v	Vetores códigos.
t	Número máximo de erros garantidamente corrigíveis.
W_{min}	Peso de Hamming mínimo.
α	Ângulo formado entre o símbolo recebido e a origem da circunferência para as constelações PSK.
Δ_i	Distância euclidiana mínima entre os símbolos na i -ésima partição de conjunto da constelação codificada.

Capítulo 1

Fundamentos da Modulação Codificada por Bloco

1.1 Introdução

A proposta desta dissertação é utilizar a técnica de modulação codificada por bloco empregando códigos corretores de erros de comprimentos diferentes para níveis de codificação diferentes, como uma alternativa ao tradicional arranjo de códigos de Sayegh, que é baseado na partição de conjunto de Ungerboeck. Esta é uma solução de compromisso para a obtenção de bons ganhos de codificação sem que a taxa de codificação implique em expansão da largura de faixa e alta complexidade de decodificação.

A demonstração de conceito é feita através de simulações computacionais utilizando os códigos cíclicos $(21,11,6)$ e $(7,4,3)$, em uma modulação codificada QPSK sobre uma modulação BPSK sem codificação, para os canais AWGN e Rayleigh, com decodificação por decisão abrupta e suave. Também verificou-se a complexidade do esquema simulado comparado a dois esquemas semelhantes onde foram utilizados os códigos $(16,7,6)$ e $(16,11,4)$ em um esquema e os códigos $(16,5,8)$ e $(16,11,4)$ em outro, para uma modulação QPSK em canal AWGN com decodificação por decisão abrupta. Usando o algoritmo de decodificação suave sub-ótimo de baixa complexidade, foram obtidos ganhos de codificação próximos ao ganho assintótico calculado.

Os próximos capítulos estão estruturados como à seguir. O Capítulo 1 apresenta os fundamentos da modulação codificada. No Capítulo 2 são apresentados os arranjos de códigos com comprimentos diferentes para diferentes níveis de codificação e o algoritmo de decodificação sub-ótimo utilizado. O Capítulo 3 inclui a prova de conceito com os resultados obtidos por simulações e o Capítulo 4 traz as conclusões com as considerações finais e as propostas para novos trabalhos.

1.2 Histórico

A teoria matemática da informação apresentada por C. E. Shannon em 1948 [1] mostrou que se a capacidade de um canal binário simétrico for maior ou igual a uma determinada taxa de codificação, então é possível construir um código que permita uma transmissão pelo canal com uma probabilidade de erro arbitrariamente baixa. Entretanto, o teorema não diz como este código pode ser construído.

A codificação para controle de erro, largamente usada em sistemas de comunicação digital, atua no feixe de dados para torná-lo mais robusto às degradações introduzidas pelo canal perturbado com ruído, fornecendo uma melhoria de desempenho em termos de taxa de erro. A habilidade para corrigir e detectar erros é fornecida através da redundância introduzida no sinal transmitido, que acaba por aumentar a sua largura de faixa. Por esse motivo códigos corretores de erros não foram bem aceitos no passado para canais limitados em largura de faixa [2].

Em 1974 J. L. Massey [2], buscando uma maneira de melhorar a eficiência de transmissão, propôs que ao invés de tratar a codificação e a modulação como processos completamente separados, eles deveriam ser integrados combinando o código ao esquema de modulação de maneira que se pudesse obter uma melhoria de desempenho na transmissão de dados codificados. O processo de dois estágios, no qual o feixe de dados era convertido primeiro em um feixe de bits codificado e logo após em um sinal modulado, foi substituído por um único processo que converte diretamente o feixe de dados em um sinal apropriado para transmissão sobre o canal. Um único conjunto de sinais, formado pela união codificador/modulador,

conduziu a um esquema de modulação compatível com o uso efetivo de técnicas de codificação, melhorando a eficiência do sistema de comunicação digital como um todo.

Em 1977, H. Imai e S. Hirakawa [3] apresentaram um método de codificação multinível empregando códigos corretores de erros em bloco, combinados a um esquema de modulação multifase com decodificação multiestágio por decisão abrupta e decisão suave. Neste método os símbolos transmitidos são construídos a partir dos bits de diferentes palavras-código de cada código componente.

O trabalho de G. Ungerboeck [4], publicado em 1982, obteve um grande impacto na área da modulação codificada ao propor que a redundância adicionada ao sinal transmitido não fosse feita pela adição de símbolos ao feixe de dados, que por sua vez aumentaria sua largura de faixa, mas pelo aumento da ordem da modulação. Essa técnica ficou conhecida como mapeamento por partição de conjunto de Ungerboeck, que aplica-se à maioria dos esquemas de modulação codificada desenvolvidos a partir desta data. Como prova de conceito, Ungerboeck apresentou um esquema de modulação codificada por treliça (TCM - *Trellis Coded Modulation*) utilizando códigos convolucionais com decodificação pelo algoritmo de Viterbi, onde ficou demonstrado que ganhos de codificação significativos, comparados a sistemas com modulação sem codificação, poderiam ser encontrados com um aumento da ordem da constelação de sinalização sem a necessidade de sacrificar a taxa de dados ou um aumento na largura de faixa.

A combinação da codificação e da modulação em um único processo ficou conhecida como modulação codificada que reúne a utilização de códigos corretores de erros com o mapeamento por partição de conjunto de Ungerboeck.

O primeiro exemplo de modulação codificada multinível (MLCM - *Multilevel Coded Modulation*) foi o esquema BCM (*Block Coded Modulation* - Modulação Codificada por Bloco) de Imai e Hirakawa [3]. Tanto o esquema BCM quanto o esquema TCM são exemplos de MLCM que utilizam como códigos componentes os códigos de bloco e convolucional, respectivamente.

O esquema TCM foi o primeiro formato prático de modulação codificada com aplicação inicial em modems para linhas telefônicas. Embora o esquema BCM

tenha sido descoberto antes, este não atraiu muita atenção naquela época, sendo revisto por E. L. Cusack [5] em 1984 e posteriormente por S. I. Sayegh [6] em 1986.

Cusack utilizou os mesmos conceitos da partição de conjunto de Ungerboeck para esquemas BCM em constelações QAM (*Quadrature Amplitude Modulation* - Modulação de Amplitude em Quadratura) quadradas com códigos Reed-Muller, onde ganhos compatíveis aos de Ungerboeck foram obtidos. Sayegh fez uma generalização do trabalho de Cusack para as modulações PSK (*Phase Shift Keying* - Chaveamento por Deslocamento de Fase) e QAM, utilizando códigos de blocos binários curtos e um algoritmo de decodificação sub-ótimo que poderia ser mais rápido e mais simples do que a decodificação dos códigos convolucionais. Os códigos de bloco também não apresentavam o risco de propagação ilimitada de erros associado aos códigos convolucionais [6], além de minimizar atrasos de decodificação.

Em 1988 R. G. C. Williams e P. G. Farrell [7] propuseram um esquema de modulação codificada por bloco de baixa complexidade, considerando as constelações QAM quadradas como uma composição de duas constelações ASK (*Amplitude Shift Keying* - Modulação por Chaveamento em Amplitude) unidimensionais ortogonais, onde cada esquema ASK poderia ser codificado por bloco. A forma de decodificação foi baseada em uma linha de reais, que considerava os pontos transmitidos como números inteiros e os pontos recebidos como números reais. Através destas atribuições tinham-se informações suficientes e indispensáveis para os processos de demodulação e decodificação.

Renato Baldini F. e P. G. Farrell [7], em 1991, apresentaram um método alternativo de codificação multinível não binário baseada em anéis de inteiros, para códigos de bloco e convolucional em uma constelação 8-QAM.

Geraldo G. R. Gomes [8] apresentou, em 1997, uma extensão do trabalho de Williams e Farrell utilizando esquemas BCM para constelações QAM não quadradas, formadas pelo entrelaçamento de duas constelações QAM quadradas.

Vários outros trabalhos foram e têm sido desenvolvidos a respeito de esquemas BCM, com uma grande variedade de aplicações, com a intenção de obter ganhos

de codificação mais altos como uma complexidade menor [9].

O esquema BCM também foi utilizado inicialmente em modems [10], com investigações para o canal com desvanecimento Rician [11][12], ou então, investigações de esquemas que utilizam proteção de erro desigual [13][14], ou outras técnicas de partição, como por exemplo a partição por bloco ao contrário da partição de Ungerboeck [15].

Códigos que se aproximam da capacidade do canal tais como o código LDPC ou a decodificação Turbo estão sendo utilizados em esquemas BCM [16][17].

1.3 Introdução à Modulação Codificada

Usando o conceito de Ungerboeck [4], na modulação codificada procura-se maximizar as distâncias euclidianas entre os símbolos, ao contrário da codificação tradicional que busca a maximização da distância de Hamming entre as sequências binárias. Isto é conseguido expandindo o conjunto de pontos no espaço de sinais de maneira a se obter um aumento efetivo da distância euclidiana.

Utilizando esta técnica consegue-se obter relações E_b/N_0 (relação entre a energia de bit pela densidade espectral de potência de ruído) menores para uma mesma taxa de erro de bit, ou então taxas de erros menores para uma mesma relação E_b/N_0 , em comparação a um esquema de modulação equivalente não codificado, considerando as mesmas condições de canal, onde as modulações comparadas devem apresentar a mesma eficiência espectral e energia média como referência. Com isso, ganhos de codificação podem ser obtidos sem expansão da largura de faixa ou diminuição da taxa de dados para uma mesma potência média de transmissão [4].

A partir desta introdução pode-se formular os principais princípios da modulação codificada [2][4][6][12]:

- A codificação e a modulação devem ser tratadas como uma única entidade.
- A redundância adicionada à sequência binária é feita expandindo-se a constelação, para acomodar a redundância sem expansão apreciável na largura de faixa.

- A mínima distância euclidiana deve ser maximizada entre qualquer par de sinais codificados.

A técnica de codificação para controle de erros envolve o uso de um codificador de canal no transmissor e um algoritmo de decodificação no receptor. O controle de erros para recuperação dos dados será realizado por meio da correção direta dos erros (*Forward Error Correction* - FEC) empregada comumente em enlaces unidirecionais entre transmissor e receptor, ao contrário dos enlaces semiduplex ou duplex, largamente usados em redes de computadores, onde emprega-se a solicitação de repetição automática (*Automatic Repeat reQuest* - ARQ) [18].

Um modelo simplificado de sistema de comunicação digital é ilustrado pela Figura 1.1.

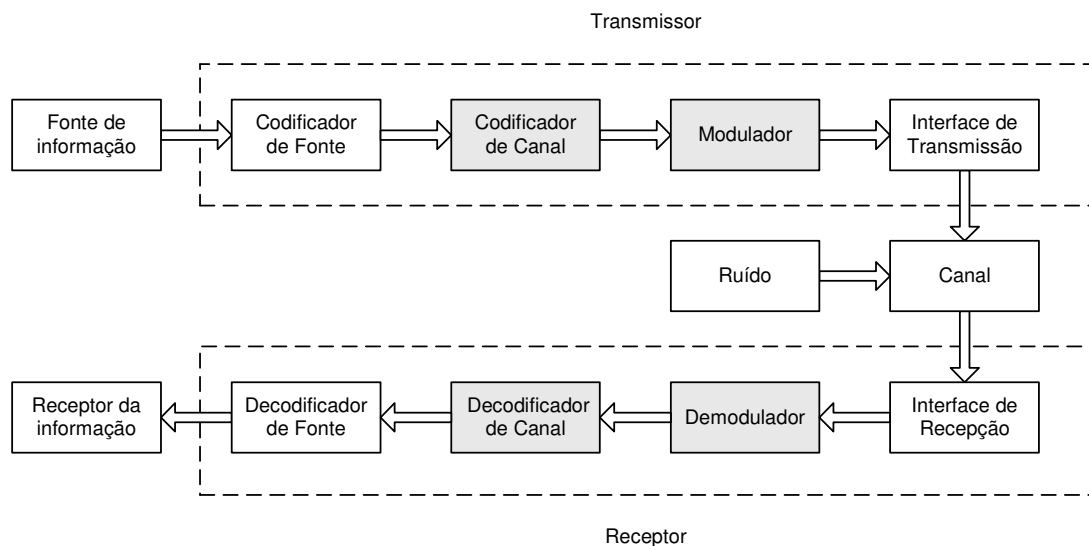


Figura 1.1: Diagrama em blocos de um típico sistema de comunicação digital

A modulação codificada vem sendo utilizada em sistemas limitados em BW (*BandWidth* - Largura de Banda), com aplicação inicial em modems para linhas telefônicas, mas recentemente tem despertado interesse em outras áreas com aplicações em enlaces de microondas, comunicações móveis, comunicações via satélite, entre outras [10][12]. Investigações têm sido feitas para esquemas BCM em canais AWGN (*Additive White Gaussian Noise* - Ruído Branco Aditivo com Distribuição Gaussiana), com desvanecimento Rayleigh e Rician [11][13][15][17].

1.4 Código de Bloco Linear

Os códigos que utilizam técnicas de controle de erro têm sido classificados como códigos de bloco e códigos convolucionais, de acordo com a presença ou ausência de memória nos codificadores [1]. Os códigos cíclicos sistemáticos empregados nesta dissertação representam uma sub-classe dos códigos de blocos lineares [18], garantindo simplicidade no processo de codificação e decodificação.

Os códigos de blocos lineares pertencem a uma classe de códigos de verificação de paridade [18], representados pela seguinte notação: (n, k, d_{min}) onde n é o comprimento do código, k representa o número de bits de informação e d_{min} a distância mínima de Hamming. A diferença $n - k$ corresponde ao número de bits de paridade ou bits de redundância, enquanto a taxa do código é dada por $r = k/n$, lembrando que $n > k$ e $0 < r < 1$. O número de palavras possíveis é 2^n (espaço vetorial) onde, destas, 2^k são palavras-código (subespaço vetorial) e a diferença $2^n - 2^k$ resulta no número de palavras que não são palavras-código.

Um código C com as características (n, k, d_{min}) é dito linear se o vetor todo zero pertencer ao subespaço vetorial deste código e se duas palavras-código quaisquer do subespaço vetorial somadas resultar em outra palavra-código do mesmo subespaço vetorial definido sobre o campo binário $GF(2)$, conhecido como campos finitos ou campos de Galois [18].

Para os códigos binários nos quais o alfabeto tem somente dois símbolos, 0 e 1, as operações aritméticas binárias sobre o campo são a adição e a multiplicação (módulo-2).

1.4.1 Peso e Distância de Hamming

O peso de Hamming de um vetor código é representado pelo número de elementos diferentes de zero no vetor código [18], para o caso específico de um vetor código binário o peso de Hamming será dado pelo número de uns que este vetor código possui [18]. Dado dois vetores códigos $\mathbf{u} = (1000110)$ e $\mathbf{v} = (0111100)$ o peso de Hamming vale $w(\mathbf{u}) = 3$ e $w(\mathbf{v}) = 4$.

A distância de Hamming do par de vetores dado é denotado por $d(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ e

representa o número de posições em que os elementos dos dois vetores diferem, ou ainda, $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = w(\mathbf{u}, \mathbf{v})$. Assim tem-se que, $d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 5$.

A distância mínima, d_{min} , é definida como sendo a menor distância de Hamming entre quaisquer dois vetores distintos de um código de bloco linear C . Isto pode ser escrito pelo conjunto de expressões em (1.1) mostrado a seguir [18].

$$\begin{aligned}
 d_{min} &= \min \{d(\mathbf{u}, \mathbf{v}) : \mathbf{u}, \mathbf{v} \in C, \mathbf{u} \neq \mathbf{v}\} \\
 &= \min \{w(\mathbf{u} \oplus \mathbf{v}) : \mathbf{u}, \mathbf{v} \in C, \mathbf{u} \neq \mathbf{v}\} \\
 &= \min \{w(\mathbf{s}) : \mathbf{s} \in C, \mathbf{s} \neq 0\} \\
 &\triangleq w_{min}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

Onde w_{min} representa o peso de Hamming mínimo diferente de zero do código C .

1.4.2 Capacidade de Correção e Detecção de Erro

Quando uma palavra-código é transmitida através de um canal com ruído, o vetor estimado no receptor poderá conter erros e tornar-se diferente da palavra-código transmitida em ℓ posições. Sabendo-se que quaisquer dois vetores código distintos, de um código de bloco linear C , diferem em pelo menos d_{min} posições, se um vetor estimado tiver mais que zero e $d_{min} - 1$ ou menos erros, o vetor estimado não será uma palavra-código válida em C , então, erros terão ocorrido. Com isso tem-se que em um código de bloco linear a capacidade de detecção de erros é de $d_{min} - 1$ ou menos erros [18].

Como existem $2^n - 2^k$ palavras que não são palavras-código, então é possível detectar exatamente $2^n - 2^k$ padrões de erros. A capacidade de correção de erros, por palavra-código, de um código de bloco linear pode ser escrito por (1.2) [18]

$$t = \left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor \tag{1.2}$$

onde $\lfloor x \rfloor$ indica o maior inteiro que não excede o valor de x e t é o número máximo de erros garantidamente corrigíveis. Entretanto, alguns padrões de $t + 1$

erros também podem ser corrigidos, e com isso, o número de padrões de erros que podem ser corrigidos torna-se igual a 2^{n-k} .

Se um código de bloco linear C de comprimento n é transmitido através de um canal binário simétrico (*Binary Symmetric Channel* - BSC) com probabilidade condicional de erro p (também chamada probabilidade de transição), a probabilidade do decodificador cometer um erro de decodificação, $P(E)$, pode ser estimada pelo limitante superior (1.3) [18] e a probabilidade de não detectar um erro, $P_u(E)$, pode ser calculada por (1.4) [18]:

$$P(E) \leq \sum_{i=t+1}^n \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \quad (1.3)$$

$$P_u(E) = \sum_{i=1}^n A_i p^i (1-p)^{n-i} \quad (1.4)$$

Sendo que A_i é o número de palavras-código com peso i do código C .

1.5 Distância Euclidiana

Em muitos sistemas de comunicação é necessário que o sinal seja modulado, o que pode ser feito por meio de alterações de fase e/ou amplitude de uma portadora [19]. O número discreto de valores de fase, amplitude, ou a combinação de ambos, assumido pela portadora durante o processo de modulação pode ser representado por um conjunto de pontos em um espaço de sinais, onde cada ponto corresponde a um símbolo de transmissão [19].

Uma constelação é um conjunto de M símbolos onde $M = 2^L$ ou ainda $L = \log_2 M$, sendo L o número de bits transmitidos por símbolo.

A distância geométrica entre os símbolos no espaço de sinais é definida como distância euclidiana. Quanto maior for a distância euclidiana entre os símbolos maior será o nível de ruído necessário para provocar um erro no processo de decisão do receptor.

Em canais com ruído aditivo, os pontos recebidos ficam dispersos em torno da posição do símbolo que foi transmitido. A dispersão dos símbolos recebidos

vai depender da relação sinal/ruído no receptor. Quanto maior o valor de E_b/N_0 menor será essa dispersão, conforme mostrado na Figura 1.2. Para a simulação mostrada pela Figura 1.2, cada símbolo foi transmitido três mil vezes. Quando um determinado símbolo ultrapassa uma fronteira de decisão, isto implicará em erros de decisão. Em um canal AWGN onde os símbolos transmitidos são equiprováveis, a regra de decisão será eleger como sendo o símbolo transmitido o símbolo que esteja mais próximo do símbolo recebido, ou seja, aquele com a menor distância euclidiana do símbolo recebido. A Figura 1.3 apresenta as curvas de BER (*Bit Error Rate* - Taxa de Erro de Bit) versus E_b/N_0 para as modulações BPSK, QPSK, 8-PSK e 16-QAM em canal AWGN.

A probabilidade de haver um erro de decisão esta, portanto, associada a distância euclidiana mínima da constelação, onde a energia de ruído necessária para provocar um erro de decisão entre dois pontos da constelação é igual ao quadrado da metade da distância euclidiana entre dois pontos e a probabilidade de haver erro de decisão é inversamente proporcional ao quadrado da distância euclidiana entre dois pontos [20].

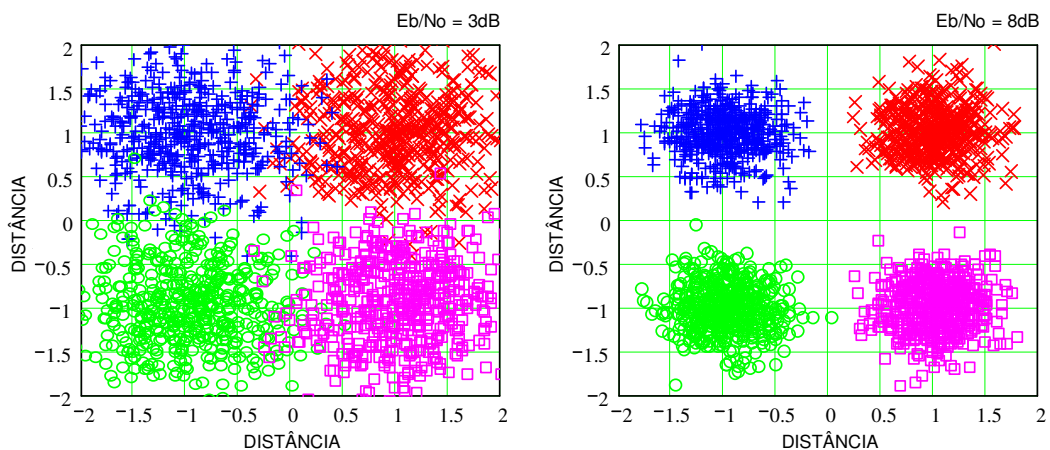


Figura 1.2: Constelações QPSK corrompidas por ruído AWGN

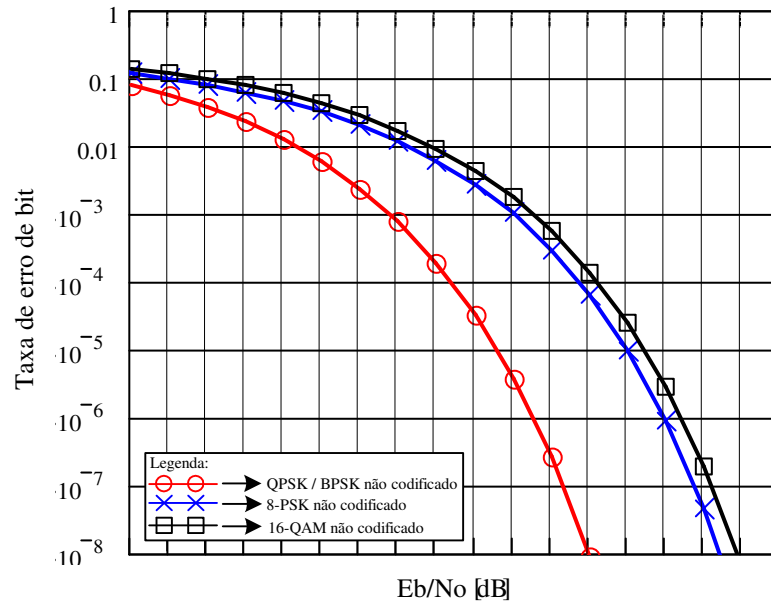


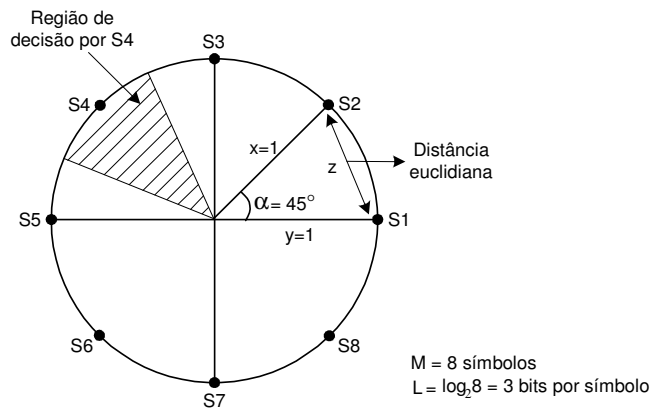
Figura 1.3: Taxa de erro de bit versus E_b/N_0 para as modulações M -PSK e 16-QAM em canal AWGN

1.6 Energia Média da Constelação

A energia média de uma constelação, para símbolos equiprováveis, pode ser dada por (1.5) [10].

$$\bar{E} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M D_i^2 \quad (1.5)$$

Sendo M o número de símbolos da constelação e D_i a distância do centro da constelação até o símbolo rotulado pelo número i , do conjunto de 1 até M símbolos. Com a energia média da constelação igual a 1, pode-se determinar geometricamente a distância euclidiana mínima entre dois pontos no espaço de sinais, conforme demonstrado pelos exemplos das Figuras 1.4 e 1.5 para as constelações 8-PSK e 16-QAM, respectivamente.

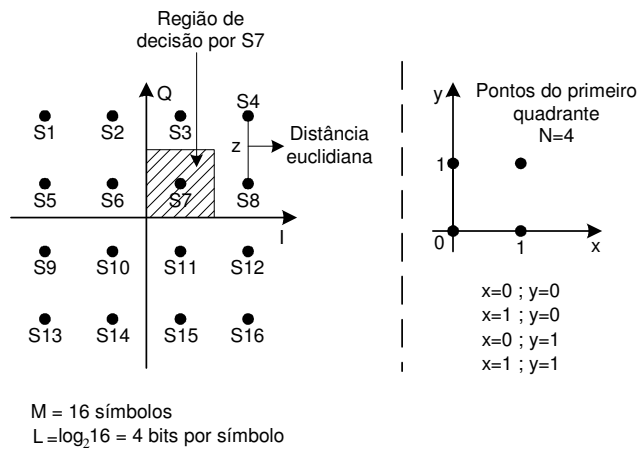


$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 2xy \cos(\alpha)}$$

$$z = \sqrt{1 + 1 - 2 \cos(45)}$$

$$z = 0,765$$

Figura 1.4: Distância euclidiana mínima para a constelação 8-PSK



$$z = \frac{2\sqrt{N}}{\sqrt{\sum_{x=0}^{\sqrt{N}-1} \sum_{y=0}^{\sqrt{N}-1} (1+2x)^2 + (1+2y)^2}}$$

$$z = \frac{2\sqrt{4}}{\sqrt{1+1+9+1+1+9+9+9}}$$

$$z = 0,6324$$

Figura 1.5: Distância euclidiana mínima para a constelação 16-QAM

O cálculo da distância euclidiana para as constelações M -PSK e M -QAM quadradas são realizados de maneiras distintas. A expressão que permite o cálculo da distância euclidiana para as constelações M -PSK, com raio unitário, depende do ângulo formado entre dois símbolos adjacentes, uma vez que os símbolos são distribuídos uniformemente pela circunferência. Para as constelações QAM quadradas, os pontos da constelação de apenas um quadrante, por simplicidade o primeiro quadrante, devem ser gerados no gráfico de coordenadas cartesianas (X, Y) .

Na Tabela 1.1 estão apresentados os valores das distâncias euclidianas mínimas para as diferentes ordens das modulações M -PSK e M -QAM quadrada, onde, quanto maior a ordem da constelação, menor a distância euclidiana mínima. A energia média para todos os casos é $\bar{E} = 1$.

Tabela 1.1: *Distância euclidiana mínima para constelações M -PSK e M -QAM quadrada*

Constelação	Distância euclidiana mínima
BPSK	2
QPSK	1,4142
8-PSK	0,765
16-PSK	0,3902
16-QAM	0,6324
64-QAM	0,3086
256-QAM	0,1534

1.7 Ganho de Codificação Assintótico

Para uma dada probabilidade de erro de bit, o ganho de codificação em dB pode ser definido como a diferença de E_b/N_o de uma modulação sem codificação para E_b/N_o de uma modulação codificada, considerando uma mesma taxa de dados, conforme apresentado por (1.6) [1]:

$$G = \left(\frac{E_b}{N_o} \right)_u - \left(\frac{E_b}{N_o} \right)_c \quad [\text{dB}] \quad (1.6)$$

O ganho de codificação assintótico é o ganho de codificação quando E_b/N_o

tende para o infinito, com a taxa de erro de bit tendendo a zero, e pode ser representado pela equação (1.7) [7]:

$$G_{\infty} = 10 \log_{10} \left[\frac{\log_2 M_c}{\log_2 M_u} R_c \frac{d_{Ec\ min}^2}{d_{Eu}^2} \right] \quad (1.7)$$

onde M_c e M_u são as cardinalidades (número de pontos da constelação) da modulação codificada e da modulação sem codificação, respectivamente, R_c é a taxa de codificação do arranjo de Sayegh, $d_{Ec\ min}^2$ é a distância euclidiana mínima quadrática da constelação com codificação e d_{Eu}^2 é a distância euclidiana quadrática mínima da constelação sem codificação.

O sucesso da codificação depende da BER requerida para o serviço fornecido, uma vez que em altas BER ou baixas relações Eb/No pode-se ter ganhos de codificação negativos, conforme ilustra a Figura 1.6 para uma curva de um esquema de modulação codificada comparada com um outro esquema de modulação não codificada equivalente.

O conceito de ganho de codificação assintótico pode ser verificado na prática para valores de taxa de erro de bit muito baixo, quando as curvas de BER por Eb/No dos esquemas codificado e não codificado tornarem-se praticamente paralelas.

1.8 Partição de Conjunto de Ungerboeck

A regra de partição de conjunto proposta por Ungerboeck [4] atribui rótulos binários a cada ponto da constelação, onde os bits que formam um determinado símbolo vão apresentar diferentes graus de proteção. No esquema BCM cada posição de bit na palavra binária que identifica um símbolo é proveniente de um código diferente com uma determinada distância de Hamming.

Os símbolos na constelação mapeada possuem propriedades de distâncias euclidianas diferentes em relação às distâncias de Hamming das palavras binárias. Isso significa que algumas posições de bits são mais vulneráveis do que outras, para uma mesma potência de ruído, dependendo somente da posição do símbolo na constelação. Alguns bits terão melhor proteção do que outros em função da

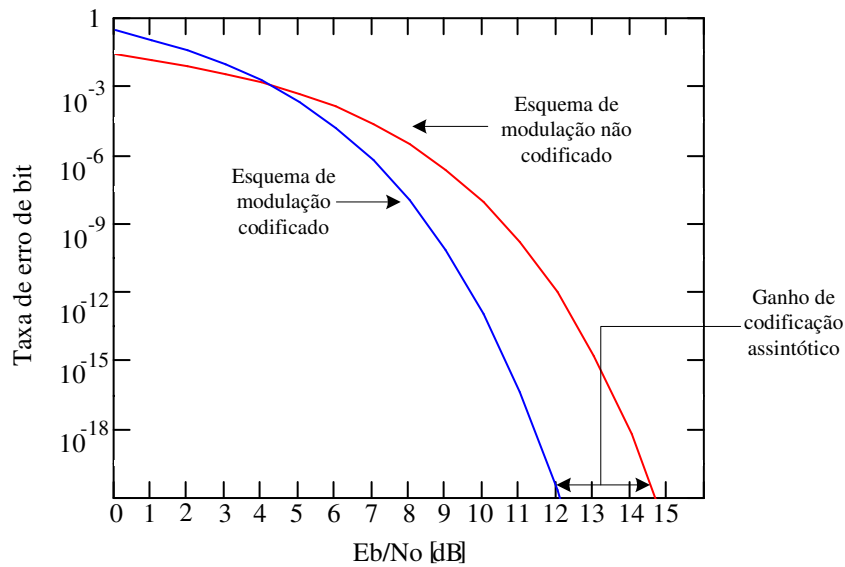


Figura 1.6: Curva de um esquema de modulação codificada comparado com um esquema de modulação equivalente sem codificação

distância euclidiana que separa os símbolos em cada subconjunto da partição. Cada símbolo corresponde a um sinal modulado e no processo de modulação codificada, o feixe binário é codificado adequadamente de modo a proteger mais os bits com menor distância euclidiana.

Na partição de conjunto o número de pontos da constelação original é dividido sucessivamente por dois, onde a cada partição a distância euclidiana mínima entre os pontos de cada novo subconjunto resultante torna-se cada vez maior. Esta distância é denotada por Δ_i , onde o índice i indica o número do nível que está a partição. Para a constelação inicial, a distância mínima é denominada Δ_0 , sendo que $\Delta_i < \Delta_{i+1}$.

A primeira partição da constelação gera dois subconjuntos, onde um subconjunto é rotulado por um bit zero e o outro subconjunto por um bit um. Cada subconjunto é particionado novamente em outros dois novos subconjuntos que também serão rotulados pelos bits zero e um, obedecendo a mesma ordem dos bits que rotularam a primeira partição. Este processo de particionamento deve ser feito até que se chegue no último nível de partição com apenas um símbolo, onde não é mais possível particionar a constelação.

A palavra binária atribuída a cada símbolo é formada pelos rótulos que foram

atribuídos a cada partição, onde o bit mais significativo é o bit que rotulou a última partição e o bit menos significativo é aquele que rotulou a primeira partição.

Os valores das distância euclidianas em cada subconjunto resultante de uma partição é calculada levando em consideração que a energia média da constelação é unitária. Com isso, pode-se fazer uma comparação condizente entre os esquemas de modulação com codificação e sem codificação para determinar de maneira correta o ganho de codificação assintótico. Vale também ressaltar que os esquemas codificado e não codificado devem apresentar o mesmo número médio de bits de informação por símbolo em uma mesma BW.

A Figuras 1.7 e 1.8 ilustram a partição de conjunto de Ungerboeck para as constelações 8-PSK e 16-QAM.

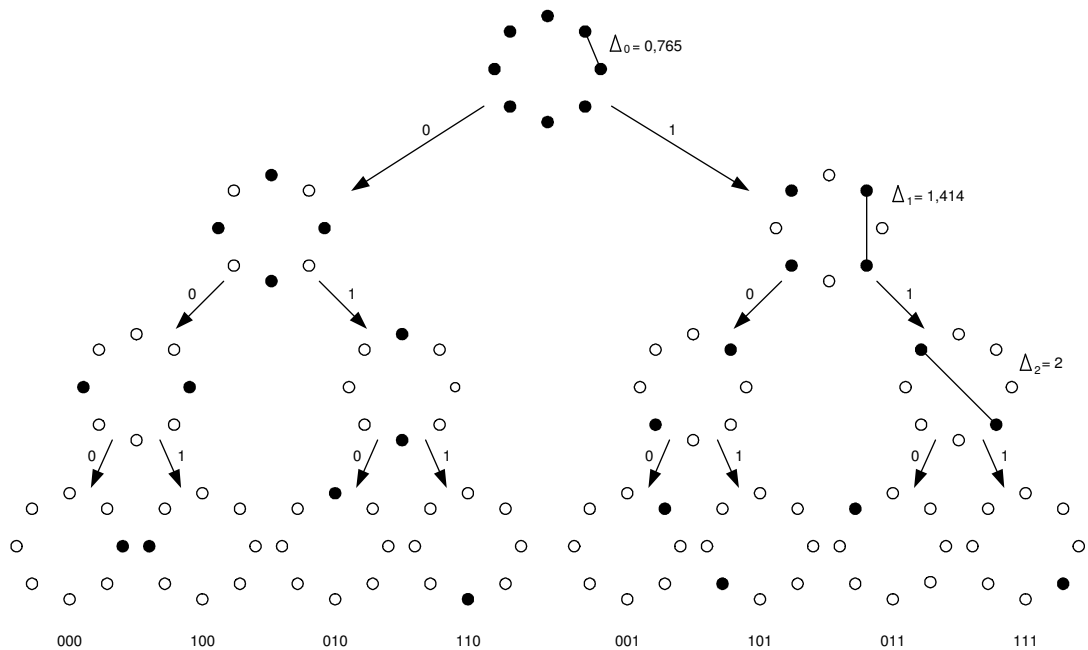


Figura 1.7: Partição de conjunto de Ungerboeck para a constelação 8-PSK

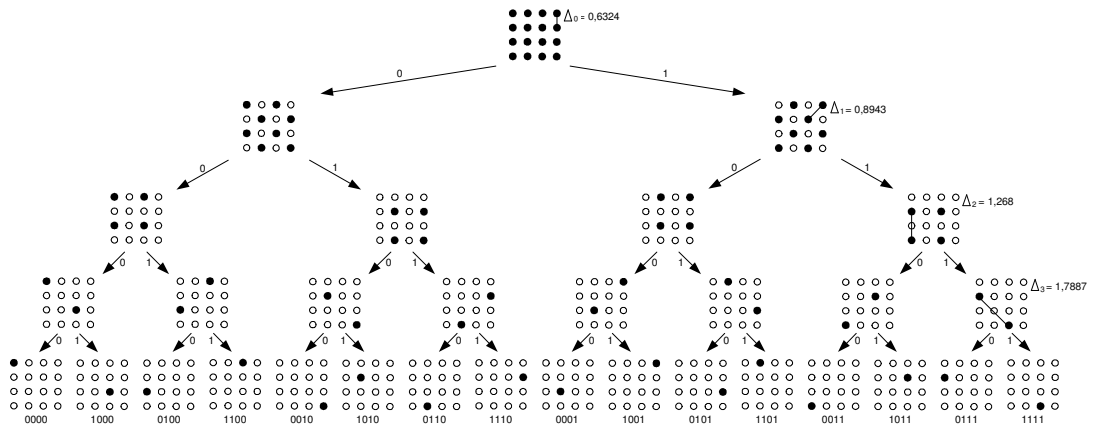


Figura 1.8: Partição de conjunto de Ungerboeck para a constelação 16-QAM

Os valores de Δ_i , com $i = 0 \dots (\log_2 M) - 1$, para cada nível de partição das constelações M -PSK e M -QAM quadradas são apresentados nas Tabelas 1.2 e 1.3, onde o número de partições de uma constelação é igual ao $\log_2 M$.

Para as constelações M -PSK o valor de Δ_i para $i > 0$ de uma constelação é sempre o valor de Δ_{i-1} da constelação de ordem imediatamente inferior. Para as constelações M -QAM quadradas, a cada partição o valor de Δ_i aumenta $\sqrt{2}$ vezes.

Tabela 1.2: Valores de Δ_i para constelações M -PSK

Δ_i	BPSK	QPSK	8-PSK	16-PSK
Δ_0	2	1,4142	0,765	0,3902
Δ_1	-	2	1,4142	0,765
Δ_2	-	-	2	1,4142
Δ_3	-	-	-	2

Tabela 1.3: Valores de Δ_i para constelações M -QAM quadradas

Δ_i	16-QAM	64-QAM	256-QAM
Δ_0	0,6324	0,3086	0,1534
Δ_1	0,8943	0,4364	0,2169
Δ_2	1,2648	0,6172	0,3068
Δ_3	1,7887	0,8729	0,4339
Δ_4	-	1,2344	0,6136
Δ_5	-	1,7458	0,8677
Δ_6	-	-	1,2272
Δ_7	-	-	1,7355

Basicamente as modulações M -PSK e M -QAM são exemplos de modulações lineares comumente utilizadas em sistemas coerentes com características espectrais e de largura de banda similares até $M = 4$. Para $M > 4$ as duas constelações diferem, M -PSK apresenta constelações circulares e M -QAM apresenta constelações retangulares, onde a distância entre os pontos no espaço de sinais é menor para M -PSK do que o correspondente M -QAM. Para $M > 4$, em canal AWGN, a modulação M -QAM se comporta melhor do que a correspondente M -PSK em termos de taxa de erro [19].

1.9 Arranjo de Codificação de Sayegh

A construção do arranjo de codificação de Sayegh [6] é baseado no esquema de partição de conjunto de Ungerboeck [4], onde dígitos binários são atribuídos para cada ponto no espaço de sinais. Uma disposição de n colunas por L linhas, onde n é o comprimento da palavra-código e $L = \log_2 M$. Cada coluna do arranjo corresponde a um ponto no espaço de sinais, com os bits da primeira linha correspondendo ao dígito menos significativo e os bits da última linha ao dígito mais significativo. A transmissão do arranjo é feita transmitindo uma coluna por vez, sendo que cada coluna é representada por um símbolo na constelação de sinais. Cada linha do arranjo deve ser uma palavra-código. O arranjo contém $L \times n$ bits dos quais $L \times n \times R_c$ são bits de informação e o restante são bits de paridade. O arranjo de codificação de Sayegh é ilustrado pela Figura 1.9.

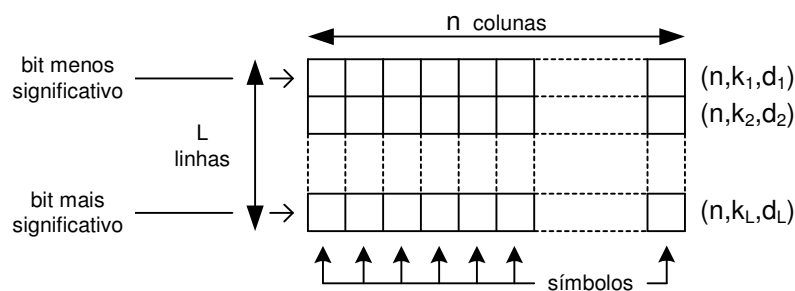


Figura 1.9: Arranjo de codificação de Sayegh

A taxa de codificação do arranjo, R_c , é determinada por (1.8),

$$R_c = \frac{\sum_{i=1}^L k_i}{L n} \quad (1.8)$$

onde $0 < k_i < n$ para $i = 1, \dots, L$.

Para formar o esquema de modulação codificada os bits de dados passam por um demultiplexador que os distribui aos codificadores componentes de acordo com sua taxa relativa. O código do codificador usado na primeira linha possui uma maior distância de Hamming enquanto o código do codificador usado na última linha possui uma menor distância de Hamming ou então, como acontece para muitas aplicações, a seqüência de bits de dados associada a última linha do arranjo de Sayegh não é codificada. Os bits de dados codificados com a maior distância de Hamming são associados à menor distância euclidiana no mapeador, enquanto os bits de dados que foram codificados com a menor distância de Hamming estarão associados à maior distância euclidiana. Posteriormente os símbolos na saída do mapeador serão usados pelo modulador, conforme ilustra a Figura 1.10.

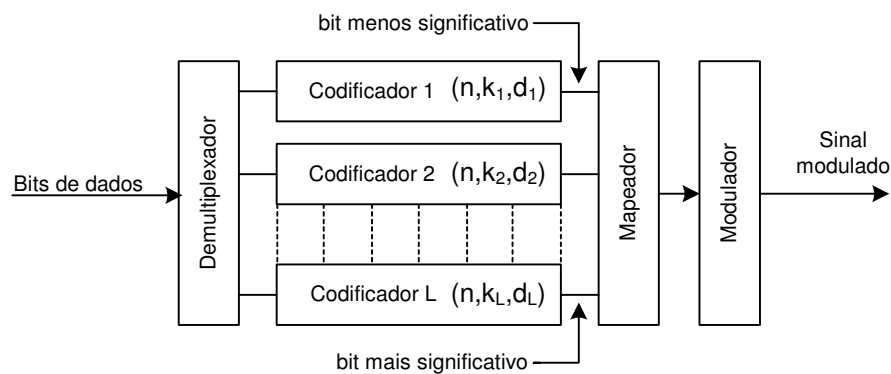


Figura 1.10: Estrutura geral do codificador/modulador BCM

Este processo de combinar a codificação com a modulação levando em consideração a distância euclidiana entre os símbolos é uma forma eficaz de usar a codificação, quando comparado com a codificação do feixe de dados descorrelacionada da modulação. Desta forma a posição dos bits mais vulneráveis a erro

para uma mesma potência de ruído dentro da constelação, são protegidos com a utilização de códigos com maior distância de Hamming.

1.10 Decodificação Sub-ótima de Sayegh

A forma tradicional de decodificação de esquemas BCM baseia-se em algoritmos de máxima verossimilhança ou algoritmos MLD (*Maximum Likelihood Decoding*), como descrito por Forney em 1984 para o caso específico de duas partições [21]. Apesar deste método poder ser generalizado, ele se torna complexo quando o número de partições é maior ou igual a quatro [5], além disso Sayegh [6] propôs um algoritmo de decodificação sub-ótimo onde cada linha era decodificada separadamente, conseguindo um desempenho frações de decibéis abaixo da MLD. Por estes motivos, técnicas alternativas de decodificação para esquemas BCM [14][15][16] foram e têm sido pesquisadas com o objetivo de diminuir sua complexidade, através da utilização de algoritmos de decodificação sub-ótimos, além de tentar melhorar seu desempenho com a utilização de códigos com grandes distâncias de Hamming [17].

A técnica de decodificação sub-ótima apresentada por Sayegh [6] é mais simples que os algoritmos de decodificação por máxima verossimilhança. Para relações E_b/N_0 elevadas, onde a distância euclidiana é o principal fator que afeta a taxa de erro de bit, a decodificação sub-ótima torna-se levemente inferior à decodificação por máxima verossimilhança. Entretanto para relações E_b/N_0 moderadas uma maior degradação é esperada, podendo variar de 0,5 a 1 dB a diferença entre a decodificação sub-ótima e a por algoritmos MLD [5][6][21].

De acordo com Sayegh [6], deve ser escolhido k_i de tal maneira que maximize a mínima distância euclidiana entre as palavras-código. Isto pode ser resolvido realizando-se uma procura pelos melhores códigos. Assim, a distância euclidiana ao quadrado entre duas palavras-código do código disposto na i -ésima linha do arranjo, $d_{E_i}^2$, deve satisfazer à desigualdade dada por (1.9) [6]:

$$d_{E_i}^2 \geq \Delta_{i-1}^2 d_i \quad (1.9)$$

onde d_i é a mínima distância de Hamming do código disposto na i -ésima linha do arranjo e Δ_{i-1}^2 representa a distância euclidiana mínima quadrática formada entre os símbolos de uma constelação a cada partição, para $i = 1, \dots, L$.

Este método consiste no particionamento de todas as palavras-código em 2^{k_1} conjuntos onde todos os elementos de um conjunto são arranjos que têm a mesma palavra-código na primeira linha. A primeira decisão a ser tomada é atribuir um dos 2^{k_1} conjuntos à primeira linha do arranjo recebido. Uma vez que esta decisão é feita, e supondo estar correta, o próximo passo é ir para a segunda linha e identificar qual dos 2^{k_2} subconjuntos ela pertence, dentro do conjunto escolhido. Deve-se proceder desta maneira até a última linha, identificando qual dos 2^{k_L} subconjuntos ela pertence. Assim, todo o arranjo terá sido decodificado.

As distâncias euclidianas quadráticas dos 2^{k_1} conjuntos na primeira etapa de decodificação são iguais e valem $d_{E_1}^2 \geq \Delta_0^2 d_1$. Para a segunda etapa de decodificação as distâncias euclidianas quadráticas dos 2^{k_2} subconjuntos relativos ao primeiro conjunto escolhido também serão iguais e podem ser dados por $d_{E_2}^2 \geq \Delta_1^2 d_2$. Isto é feito até o último subconjunto, que terá uma distância euclidiana quadrática $d_{E_L}^2 \geq \Delta_{L-1}^2 d_L$.

Consequentemente, tomando a desigualdade acima como igualdade, pode-se determinar a mínima distância euclidiana quadrática entre todos os códigos no espaço de sinais através da expressão (1.10) [6] à seguir.

$$d_{Emin}^2 = \min (\Delta_0^2 d_1, \Delta_1^2 d_2, \dots, \Delta_{L-1}^2 d_L) \quad (1.10)$$

A mínima distância euclidiana quadrática, d_{Emin}^2 , pode ser maximizada fazendo com que $\Delta_0^2 d_1, \Delta_1^2 d_2$ até $\Delta_{L-1}^2 d_L$ tenham valores próximos, o que justifica a escolha de cada código com a sua respectiva distância de Hamming adotada em cada linha do arranjo. Entretanto, podem ser utilizados alguns códigos que resultam em um esquema com melhor desempenho quando $\Delta_0^2 d_1, \Delta_1^2 d_2$ até $\Delta_{L-1}^2 d_L$ apresentarem valores desiguais [13][14].

De acordo com o algoritmo de decodificação enunciado acima, a probabilidade de decodificação correta de um arranjo com L linhas pode ser escrita por (1.11) [6].

$$P_c = p(c_1) \cdot p(c_2|c_1) \cdot p(c_3|c_1, c_2) \cdot \dots \cdot p(c_L|c_{L-1}, \dots, c_1) \quad (1.11)$$

De onde, tem-se que: $p(c_1)$ é a probabilidade de decodificação correta da primeira linha do arranjo; $p(c_2|c_1)$ é a probabilidade de decodificação correta da segunda linha do arranjo, dado que a primeira linha foi decodificada corretamente; $p(c_3|c_1, c_2)$ é a probabilidade de decodificação correta da terceira linha do arranjo, dado que as duas linhas anteriores foram decodificadas corretamente; até $p(c_L|c_{L-1}, \dots, c_1)$, que indica a probabilidade de decodificação correta da L -ésima linha dado que a primeira, a segunda até a $(L-1)$ -ésima linha do arranjo foram decodificadas corretamente.

1.11 Decodificação Baseada em uma Linha de Números Reais

O algoritmo de decodificação por decisão suave baseado numa linha de números reais para esquemas BCM com modulação M -PSK pode ser elaborado transformando os símbolos de uma dada constelação M -PSK em números inteiros decimais equivalentes, ou seja, os símbolos transmitidos são inteiros que após contaminação por ruído aditivo são transformados em números reais [7].

O símbolo recebido, p_r , pode ser representado por um número real, P_o , traçando uma reta que liga p_r ao centro da circunferência. Feito isso, de acordo com a equação (1.12) [7] tem-se:

$$P_o = \frac{M \alpha}{2 \pi} \quad (1.12)$$

onde M é a ordem da modulação e α o ângulo formado entre a reta do símbolo recebido e a origem da circunferência. A Figura 1.11 apresenta um exemplo ilustrativo para uma constelação 8-PSK.

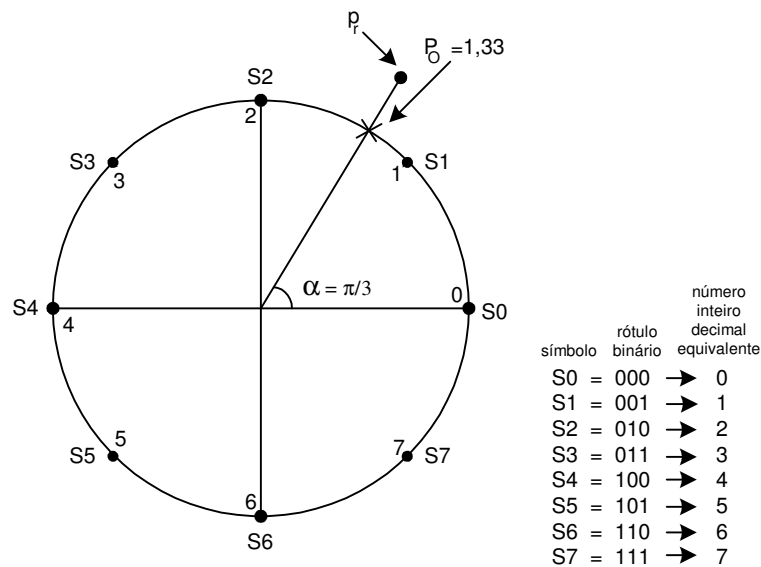


Figura 1.11: Constelação 8-PSK para números inteiros transmitidos e reais recebidos

Um vez determinado P_o , pode-se também determinar o número inteiro mais próximo a ele, assim como a sua distância de aproximação. Observa-se que, considerando os números inteiros como sinais transmitidos e os números reais como sinais recebidos, têm-se informações suficientes para o processo de decodificação uma vez que a translação do ponto bidimensional recebido, p_r , para um ponto real, P_o , preserva a estrutura de distância.

Para as modulações M -QAM quadradas utilizarem os processos de codificação e decodificação sobre uma linha de números reais, seus pontos bidimensionais terão que ser decompostos em pontos unidimensionais [7].

As constelações M -QAM quadradas podem ser tratadas como duas constelações ortogonais ASK onde os dígitos binários que rotulam cada símbolo no espaço de sinais de uma dada constelação M -QAM quadrada serão formados pela composição dos bits correspondentes a cada uma das constelações ASK. Com isso, cada símbolo de uma constelação ASK pode ser transformado em um número inteiro equivalente para os eixos vertical e horizontal no processo de transmissão, com números reais recebidos no eixo (X, Y) após contaminados por ruído aditivo. Isto pode ser ilustrado pela Figura 1.12.

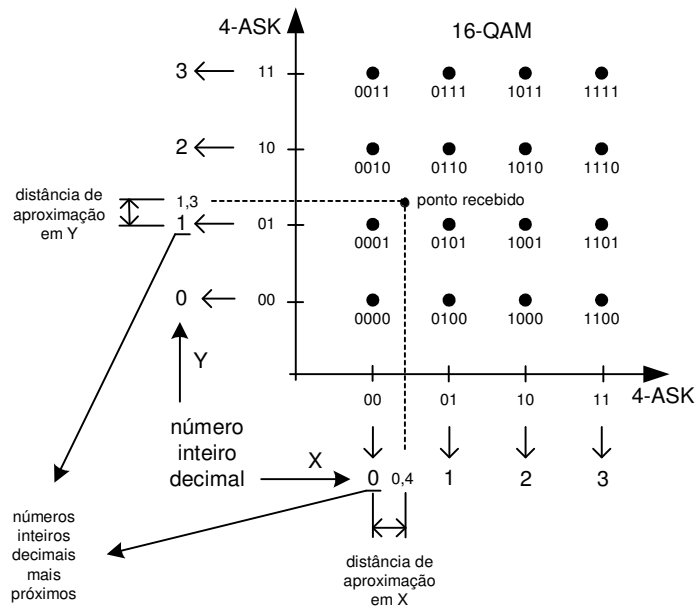


Figura 1.12: Constelação 16-QAM decomposta em duas constelações 4-ASK para números inteiros transmitidos e reais recebidos

A codificação e a decodificação podem ser feitas separadamente para cada constelação ASK, tornando o processo mais simples [7]. A partição de conjunto para a constelação 4-ASK, com a sua respectiva distância euclidiana é ilustrada pela Figura 1.13. Para as constelações ASK, a distância euclidiana tem um fator de incremento de dois de um nível de partição para o seguinte.

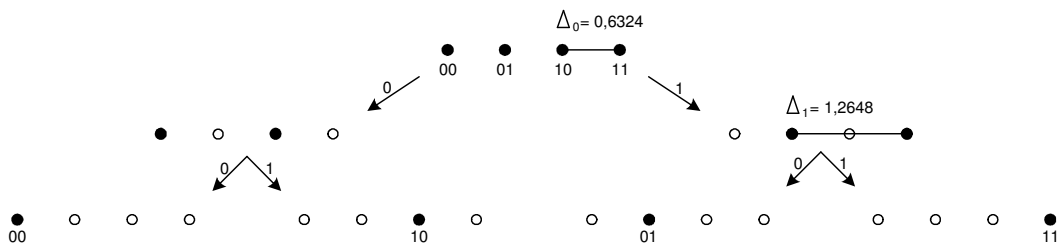


Figura 1.13: Partição de conjunto e distância euclidiana para a constelação 4-ASK

Capítulo 2

Modulação Codificada por Blocos com Arranjo de Códigos com Comprimentos Diferentes

2.1 Introdução

Este capítulo apresenta esquemas de modulação codificada por bloco, ou modulação multinível, onde os níveis de codificação podem ter códigos com comprimento diferentes. Demonstra-se que tais esquemas podem resultar em ganhos de codificação tão bons ou melhores do que esquemas de arranjo de códigos com comprimentos iguais, com menor complexidade de decodificação. Para isso são comparados arranjos de códigos com comprimentos iguais para todos os níveis de codificação com arranjos de códigos com comprimentos diferentes, ambos com taxas de codificação e ganhos assintóticos tão próximos entre si quanto possível.

A prova de conceito é feita através de simulações computacionais de uma modulação codificada QPSK sobre uma modulação sem codificação BPSK em canais AWGN e Rayleigh. Para redução da complexidade de decodificação foi utilizado o algoritmo com decodificação suave sub-ótimo e os resultados obtidos foram comparados também com o ganho de codificação assintótico calculado analiticamente.

2.2 Arranjo de Codificação Multinível com Códigos de Comprimentos Diferentes

Como a escolha dos códigos para o arranjo é um processo essencialmente heurístico, uma boa quantidade de combinações de códigos pode satisfazer a um determinado objetivo de desempenho [9]-[17]. Entretanto, a partir do que foi apresentado no Capítulo 1 podem ser feitas algumas observações para orientar na escolha dos códigos para a composição de um arranjo. Isto é:

- A obtenção de bons ganhos de codificação assintóticos pode implicar na utilização de códigos com distâncias mínimas consideravelmente altas, particularmente na primeira linha do arranjo;
- Para não comprometer o ganho, a relação entre $\log_2 M_u$ por $\log_2 M_c$ não deve exceder a taxa de codificação, R_c ;
- Para muitas aplicações a complexidade de decodificação não pode ser demasiadamente alta.

No entanto, tais orientações mostram-se conflitantes para a escolha dos códigos, pois:

- Bons códigos com distâncias mínimas consideravelmente altas são geralmente longos;
- Códigos longos podem ter alta complexidade de decodificação suave;
- Códigos curtos com distâncias mínimas consideravelmente altas podem comprometer a taxa de codificação e, conseqüentemente, o ganho de codificação.

A construção de arranjos de códigos com comprimentos diferentes em diferentes níveis de codificação pode ser feita da mesma forma como apresentado no Capítulo 1, ou seja, utilizando-se o esquema de partição de conjunto de Ungerboeck [4] e o arranjo de Sayegh [6]. A única diferença é que, para diminuir o número de operações em série no processo de decodificação, em alguns níveis

alguns códigos possuem comprimentos que são múltiplos inteiros dos comprimentos dos códigos de outros níveis. O Exemplo 2.1 apresenta a construção de um arranjo de códigos com comprimentos diferentes em níveis diferentes.

Exemplo 2.1

Seja a modulação codificada onde se deseja transmitir um bit por período de sinalização utilizando-se, nas duas linhas do arranjo multinível de uma constelação QPSK, os códigos de bloco $\mathbf{V} = (21, 11, 6)$ e $\mathbf{U} = (7, 4, 3)$. Observa-se que, apesar de comprimentos diferentes, o comprimento do primeiro código é múltiplo inteiro do comprimento do segundo código, o que permite construir o arranjo apresentado na Figura 2.1, onde os elementos v_i são bits de uma palavra-código v do código \mathbf{V} e os elementos u_i são bits de três palavras-código u 's do código \mathbf{U} .

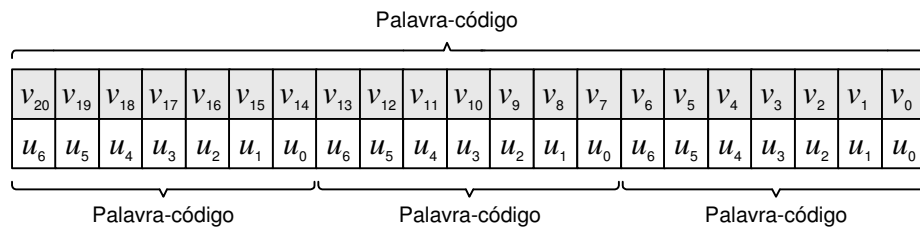


Figura 2.1: Arranjo de palavras-código com códigos de comprimentos diferentes entre níveis diferentes

De acordo com o arranjo apresentado na Figura 2.1, considerando os códigos utilizados em cada nível de codificação, a taxa de codificação pode ser calculada como:

$$R_c = \frac{11 + 3 \times 4}{21 + 3 \times 7} = \frac{23}{42} = 0,5476$$

Para a codificação sobre a constelação QPSK proposta, a distância euclidiana mínima quadrática é determinada por:

$$\begin{aligned} d_{Emin}^2 &= \min (\Delta_0^2 \times d_1; \Delta_1^2 \times d_2) \\ &= \min ((1,4142)^2 \times 6; 2^2 \times 3) \\ &= \min (12; 12) = 12 \end{aligned}$$

Conforme apresentado no Capítulo 1, níveis de codificação com menor distância euclidiana quadrática apresentam maior probabilidade de erro e vice-versa. O resultado acima mostra que as distâncias euclidianas quadráticas obtidas para os dois níveis de codificação são iguais. Assim, estatisticamente, as probabilidades de erro de bit para as duas posições binárias que identificam um símbolo QPSK são iguais.

O ganho de codificação assintótico para a modulação QPSK codificada comparada à modulação BPSK não codificada pode ser determinado conforme mostrado abaixo, para a energia média das constelações igual a 1.

$$G_{\infty} = 10 \log_{10} \left[\frac{\log_2 4}{\log_2 2} \cdot \frac{23}{42} \cdot \frac{12}{4} \right] = 5,18 \text{ dB}$$

Onde $M_u = 2$, $M_c = 4$, $R_c = \frac{23}{42}$, $d_{Eu}^2 = 4$ e $d_{Ecm}^2 = 12$.

A Figura 2.2 apresenta uma sequência aleatória de 23 bits de informação 10110100101101100010101 codificada pelos códigos (21, 11, 6) e (7, 4, 3) para ser transmitida através de um canal AWGN, utilizando o arranjo de Sayegh apresentado pela Figura 2.1 anterior.

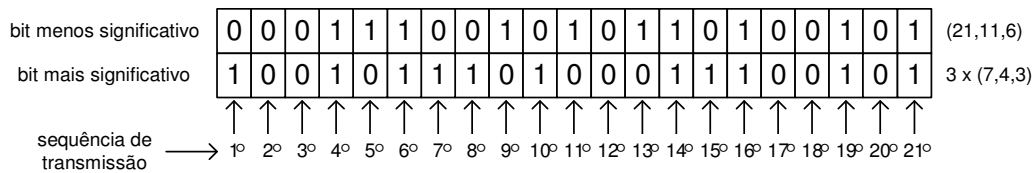


Figura 2.2: Arranjo de transmissão para o exemplo 2.1

Cada coluna do arranjo de transmissão pode ser representada por pontos no espaço de sinais de uma constelação QPSK, conforme mostra a Figura 2.3.

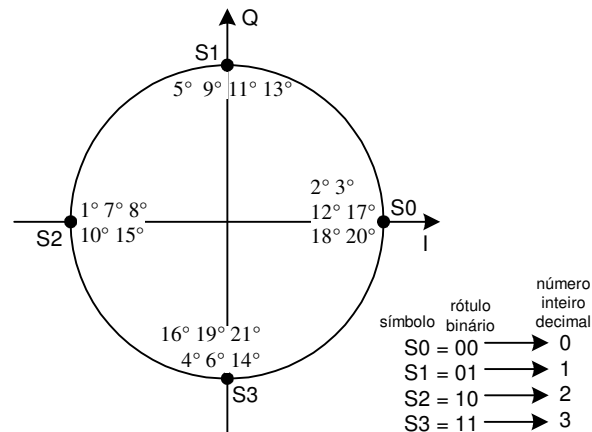


Figura 2.3: Representação do arranjo de transmissão no espaço de sinais QPSK para o exemplo 2.1

Da mesma forma pode-se construir inúmeros arranjos de códigos com comprimentos diferentes em níveis de codificação diferentes de acordo com as necessidades de taxas de transmissão e ganhos de codificação. Alguns destes arranjos com ganhos assintóticos iguais ou maiores do que 4 dB são apresentados na Tabela 2.1. Estes arranjos de códigos foram construídos considerando-se o uso de constelações BPSK, QPSK, 8-PSK e 16-QAM, utilizando os códigos cíclicos (21, 11, 6), (7, 4, 3), (7, 3, 4), um código de repetição (21, 1, 21), um código de paridade simples (21, 20, 2), além de uma sequência não codificada (21, 21, 1).

Tabela 2.1: Arranjos de codificação multinível com códigos de comprimentos diferentes

Esquema	Arranjo	R_c	d_{Eu}^2	$d_{Ec\min}^2$	G_∞ [dB]
$QPSK_c$ sobre $BPSK_u$	(21,11,6) $3 \times (7,3,4)$	0,48	4	12	4,56
$QPSK_c$ sobre $BPSK_u$	(21,11,6) $3 \times (7,4,3)$	0,55	4	12	5,18
$8-PSK_c$ sobre $BPSK_u$	(21,1,21) (21,11,6) $3 \times (7,3,4)$	0,33	4	12	4,77
$8-PSK_c$ sobre $BPSK_u$	(21,1,21) (21,11,6) $3 \times (7,4,3)$	0,38	4	12	5,35
$8-PSK_c$ sobre $BPSK_u$	(21,1,21) $3 \times (7,3,4)$ (21,20,2)	0,48	4	8	4,56
$16-QAM_c$ sobre $QPSK_u$	(21,1,21) (21,11,6) $3 \times (7,4,3)$ (21,20,2)	0,52	2	4,8	4
$16-QAM_c$ sobre $8-PSK_u$	(21,11,6) $3 \times (7,3,4)$ (21,20,2) (21,21,1)	0,73	0,585	2,4	6
$16-QAM_c$ sobre $8-PSK_u$	(21,11,6) $3 \times (7,4,3)$ (21,20,2) (21,21,1)	0,76	0,585	2,4	6,2

Note que, conforme mostrado na Tabela 2.1, os códigos utilizados na primeira linha apresentam a maior distância mínima de Hamming, pois estão associados à menor distância euclidiana da constelação [12], de acordo com o esquema de partição de conjunto de Ungerboeck [4]. Conseqüentemente, na última linha do arranjo encontram-se os códigos com as menores distâncias de Hamming [4]. Tomou-se ainda o cuidado de manter a taxa de codificação por arranjo das modulações codificadas aproximadamente igual às modulações não codificadas, com as quais são comparadas, para que ambas mantivessem a mesma eficiência espectral [12].

Os esquemas de arranjos combinando códigos de comprimentos diferentes para formar o arranjo de Sayegh, tais como os apresentados na Tabela 2.1, buscam uma solução de compromisso entre a maximização da mínima distância euclidiana quadrática da modulação codificada e uma baixa complexidade de decodificação [14][15].

A mínima distância euclidiana quadrática em alguns casos não é maximizada para algumas combinações de códigos que compõem o arranjo de Sayegh dado na Tabela 2.1 [8]. No mesmo arranjo, algumas linhas podem ter diferentes distâncias euclidiana quadráticas e, conseqüentemente, probabilidades de erro de bit diferentes [13]. A taxa de codificação das modulações codificadas e não codificadas irão diferir, e os esquemas de codificação apresentados na Tabela 2.1 poderão ter uma taxa de transmissão de frações de bits de informação por intervalo de modulação ligeiramente maior ou menor do que o esquema não codificado com o qual é comparado, o que poderá ocasionar uma ligeira diminuição ou expansão da banda [12][13][19].

2.3 Algoritmo de Decodificação Sub-ótimo

Após feita a decisão dos símbolos recebidos pelo demodulador, o decodificador seleciona a palavra-código mais provável de ter sido transmitida, dado a palavra recebida. A distância de Hamming é a métrica ótima para a decodificação por decisão bruta [19]. Entretanto, a decodificação por decisão abrupta negligencia algumas informações disponíveis no receptor, que podem ser usadas para melhorar a eficiência de decodificação.

Na decodificação por decisão suave a informação de confiabilidade da decisão tomada pelo demodulador é passada ao decodificador. O decodificador pode então mudar aqueles bits menos confiáveis em sua procura por uma palavra-código válida, levando em consideração a distância euclidiana como métrica usada para a decodificação por decisão suave [19].

O algoritmo de decodificação utilizado deve ser otimizado a fim de considerar as características de detecção e correção dos códigos empregados em cada

linha do arranjo, juntamente com as informações das distâncias entre os pontos transmitidos e recebidos [7][8].

O arranjo de recepção é formado com os números inteiros mais próximos aos números reais recebidos [7][8]. Caso as aproximações feitas resultem em um arranjo onde cada uma de suas linhas formam uma palavra-código, então os bits de informação presentes no arranjo são considerados corretos, caso contrário, inicia-se um segundo estágio de decodificação.

Neste segundo estágio é iniciado um processo de decodificação suave onde todas as distâncias entre os valores reais recebidos e os números inteiros aproximados são calculadas, e o número inteiro que apresentar a maior distância de aproximação calculada será considerado o mais provável de estar errado [7][8]. Portanto o segundo inteiro mais próximo é escolhido, ou seja, aquele número inteiro que apresentou a segunda maior distância do número real recebido, e novamente o arranjo de recepção é remontado, verificando se todas as suas linhas agora formam palavras-código.

Dependendo da capacidade de correção e detecção do código utilizado e das distâncias envolvidas, é possível que mais de uma alteração simultaneamente possa ser feita [7][8]. Caso todas as linhas do arranjo tenham-se tornado palavras-código então pode-se considerar que o arranjo foi decodificado. Caso contrário, o segundo estágio é novamente repetido, mas agora identificando a segunda maior distância entre os valores de aproximação calculados e os números inteiros aproximados.

A alteração do número inteiro que apresentou a segunda maior distância pode ser feita isoladamente ou combinada com a primeira. Esta rotina irá se repetir até que todas as linhas do arranjo tenham-se tornado palavras-código.

Admite-se que o arranjo do Exemplo 2.1 tenha sido transmitido através de um canal AWGN e que tenha sido recebido a sequência de números reais dada a seguir.

$$\begin{array}{ccccccc}
 2,68^{1^{\circ}} & 0,22^{2^{\circ}} & 0,15^{3^{\circ}} & 3,42^{4^{\circ}} & 1,25^{5^{\circ}} & 3,1^{6^{\circ}} & 2,33^{7^{\circ}} \\
 3,65^{8^{\circ}} & 3,52^{9^{\circ}} & 1,73^{10^{\circ}} & 1,28^{11^{\circ}} & 0,11^{12^{\circ}} & 0,74^{13^{\circ}} & 2,69^{14^{\circ}} \\
 0,14^{15^{\circ}} & 2,92^{16^{\circ}} & 0,37^{17^{\circ}} & 3,7^{18^{\circ}} & 2,8^{19^{\circ}} & 3,41^{20^{\circ}} & 2,88^{21^{\circ}}
 \end{array}$$

Aproximando os números reais recebidos para os inteiros mais próximos (decisão abrupta) tem-se a seguinte seqüência de números inteiros.

$$\begin{array}{ccccccc}
 3^{1^o} & 0^{2^o} & 0^{3^o} & 3^{4^o} & 1^{5^o} & 3^{6^o} & 2^{7^o} \\
 0^{8^o} & 0^{9^o} & 2^{10^o} & 1^{11^o} & 0^{12^o} & 1^{13^o} & 3^{14^o} \\
 0^{15^o} & 3^{16^o} & 0^{17^o} & 0^{18^o} & 3^{19^o} & 3^{20^o} & 3^{21^o}
 \end{array}$$

O arranjo de recepção do Exemplo 2.1 demonstrado pela Figura 2.4 está representando a seqüência de números inteiros recebidos, de onde nota-se a existência de seis erros, representados pelos bits sublinhados no arrajo.

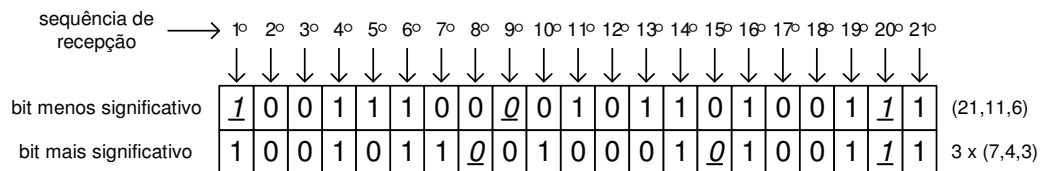


Figura 2.4: Arranjo de recepção do exemplo 2.1

Como as palavras binárias presentes nas duas linhas do arranjo recebido não são palavras-código válidas e o número de erros extrapola a capacidade de correção nominal dos códigos empregados, inicia-se o primeiro estágio de decodificação onde todas as distâncias, em módulo, das aproximações feitas entre os números reais recebidos e os inteiros mais próximos são calculadas. Estas distâncias são apresentadas abaixo.

$$\begin{array}{ccccccc}
 0, 32^{1^o} & 0, 22^{2^o} & 0, 15^{3^o} & 0, 42^{4^o} & 0, 25^{5^o} & 0, 1^{6^o} & 0, 33^{7^o} \\
 0, 35^{8^o} & 0, 48^{9^o} & 0, 27^{10^o} & 0, 28^{11^o} & 0, 11^{12^o} & 0, 26^{13^o} & 0, 31^{14^o} \\
 0, 14^{15^o} & 0, 08^{16^o} & 0, 37^{17^o} & 0, 3^{18^o} & 0, 2^{19^o} & 0, 41^{20^o} & 0, 12^{21^o}
 \end{array}$$

Pode-se observar que as aproximações correspondem a não mais do que a metade da distância entre o número real recebido e o inteiro aproximado.

Como existem erros, o primeiro passo é admitir que a maior distância calculada é mais provável de ser a errada, e portanto o bit correspondente àquela distância deve ser modificado, o que leva o arrajo de recepção para uma nova configuração, mostrado na Figura 2.5.

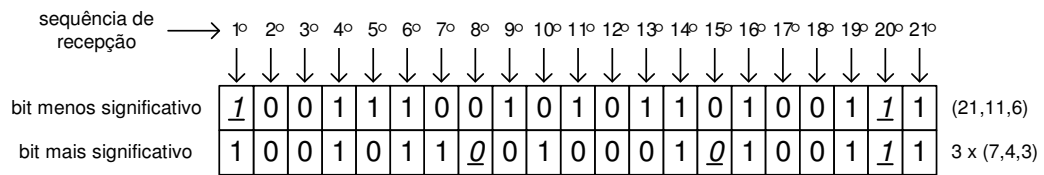


Figura 2.5: Arranjo de recepção do exemplo 2.1 modificado

Utilizando as características de detecção e correção do código (21, 11, 6) usado para codificar a primeira linha do arranjo, foi detectado um padrão de duplo erro. Como a primeira linha apresenta dois erros, esta pode ser corrigida pelo circuito decodificador do código (21, 11, 6) com capacidade de corrigir até dois erro em qualquer posição. A síndrome calculada, igual a 0010110010, aponta um padrão de duplo erro, um na primeira e outro na vigésima posição. Portanto a primeira linha do arranjo torna-se uma palavra-código válida, como demonstrado na Figura 2.6.

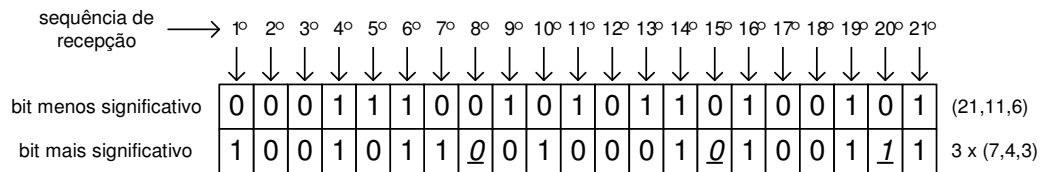


Figura 2.6: Arranjo de recepção do exemplo 2.1 com a primeira linha corrigida

Com a primeira linha corrigida deve-se passar para a segunda linha. No primeiro segmento de 7 bits da segunda linha não é detectado nenhum erro. Pode-se então considerar este segmento correto. No segundo segmento do oitavo ao décimo quarto bit é detectado um único erro. A síndrome calculada é 100.

Consegue-se corrigir este erro com a utilização do código (7, 4, 3) usado para codificar os três segmentos desta linha no processo de transmissão.

No último segmento de 7 bits é detectado um padrão de dois erros que extrapola a capacidade de correção do código (7, 4, 3). Recorrendo à métrica da distância euclidiana, é determinado qual dos últimos sete bits é considerado o menos confiável.

O vigésimo bit foi o que apresentou a maior distância euclidiana entre o símbolo recebido e o aproximado, conforme mostrado anteriormente. Portanto

o bit correspondente a esta posição é alterado. Após feita esta modificação um único padrão de erro é apontado através da síndrome 100. A correção é feita e o arranjo torna-se válido, conforme mostrado na Figura 2.7.

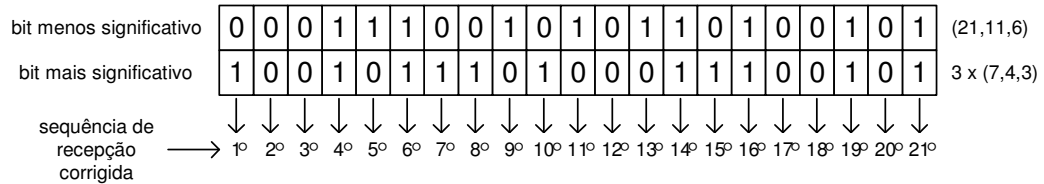


Figura 2.7: Arranjo de recepção do exemplo 2.1 decodificado

Uma vez recebido e decodificado o arranjo tem-se a seguinte seqüência de bits recuperada 10110100101101100010101, que é a mesma seqüência de bits de informação transmitida.

O arranjo montado para decodificação deve corresponder, mesmo corrompido por ruído, às posições dos símbolos do arranjo transmitido, pois a decodificação dos códigos nos arranjos de esquemas BCM dependem das posições dos símbolos em cada bloco recebido. Em outras palavras, os blocos recebidos submetidos à decodificação devem começar e terminar no mesmo ponto dos blocos transmitidos, caso contrário o número de erros obtidos seria inaceitável. Os arranjos de transmissão e recepção devem estar sincronizados.

Para as modulações M-QAM quadradas tratadas como duas constelações ortogonais ASK [7][8], são formados dois arranjo de codificação de Sayegh [6]-[8], um arranjo correspondente ao eixo X e outro ao eixo Y . Cada arranjo tem $\frac{Ln}{2}$ bits dos quais $\frac{LnR_c}{2}$ são bits de informação por arranjo. Os pontos no espaço de sinais são formados pela combinação dos dois arranjos [7][8].

Os números reais recebidos no eixo (X,Y) são aproximados para as coordenadas dos inteiros mais próximos de acordo com a Figura 1.12 apresentada no Capítulo 1. Se todas as linhas dos dois arranjos correspondentes aos eixos X e Y tornarem-se palavras-código, consideram-se corretos os arranjos recebidos, caso contrário, todas as distâncias entre os números reais recebidos e os inteiros mais próximos devem ser calculadas para cada eixo X e Y isoladamente, considerando que ambos arranjos apresentaram erros. Em seguida acha-se a maior distância em

módulo resultante das aproximações, para X e Y , considerada a menos confiável. O segundo inteiro mais próximo em X e em Y é escolhido e novamente os arranjos são remontados, onde se estes não apresentarem em todas as suas linhas palavras-código deve-se passar para a segunda maior distância calculada e assim por diante até que os arranjos decodificados se tornem válidos.

É importante notar que se um dos dois arranjos correspondente a um dos dois eixos X ou Y se tornar válido, com todas suas linhas correspondendo a palavras-código e o outro ainda acusar a existência de erros, então considera-se que o arranjo correspondente a um eixo foi decodificado e o processo de decodificação do outro eixo continua até que todas as palavras que compõem o arranjo sejam palavras-código.

Capítulo 3

Prova de Conceito e Resultados Obtidos por Simulação

3.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados simulados computacionalmente para transmissão e recepção de um esquema BCM para os canais AWGN e com desvanecimento Rayleigh. Dos arranjos de códigos apresentados na Tabela 2.1, escolheu-se o arranjo de códigos cíclicos $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ em uma modulação QPSK com um ganho de codificação assintótico igual a 5,18 dB, em canal AWGN, comparado à modulação BPSK sem codificação.

Como medida de complexidade e desempenho, o arranjo de códigos de comprimentos diferentes proposto é comparado a um arranjo convencional, com as mesmas características de distância euclidiana codificada mínima e taxa de codificação em canal AWGN e Rayleigh. Um arranjo de codificação convencional é formado pelos códigos BCH estendido $(16,7,6)$ e Reed-Muller $(16,11,4)$, e outro pelos códigos Reed-Muller $(16,5,8)$ e $(16,11,4)$.

O modelo do algoritmo de codificação multinível com decodificação por múltiplos estágios de Sayegh foi desenvolvido e estruturado para poder ser aplicado aos esquemas de codificação propostos, utilizando-se dos processos de decodificação por decisão abrupta e suave.

3.2 Simulação QPSK Não Codificado

A probabilidade de erro de bit é uma importante medida de desempenho para comparação entre esquemas de modulação digital. Em geral é muito difícil fazer uma predição precisa da taxa de erro de um esquema BCM [12]. Expressões analíticas, tal como as usadas para taxas de erros nos esquemas de modulação linear não estão disponíveis. Por esta razão, simulações computacionais foram realizadas para avaliação de desempenho do esquema BCM proposto [12].

Como prova de conceito, o QPSK não codificado simulado deve apresentar curvas de BER versus E_b/N_o idênticas às curvas de BER calculadas pelas equações para a modulação QPSK não codificada em canal AWGN e Rayleigh.

As expressões analíticas que permitem o cálculo da BER para a modulação QPSK não codificada são dadas pela Tabela 3.1 [1]. As modulações não codificadas BPSK e QPSK apresentam a mesma probabilidade de erro de bit, para o canal AWGN e para o canal Rayleigh, e diferentes probabilidades de erro de símbolo [1][19].

Tabela 3.1: Expressões de BER para as modulações não codificadas BPSK e QPSK em canal AWGN e Rayleigh

Modulação	Canal AWGN	Canal Rayleigh
BPSK e QPSK	$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right)$	$P_b = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{\frac{E_b}{N_o}}{1 + \frac{E_b}{N_o}}}\right)$

sendo,

$$Q(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (3.1)$$

onde P_b , é a probabilidade de erro de bit, $Q(x)$, a função erro e $\operatorname{erfc}(x)$, a função erro complementar.

O algoritmo desenvolvido para o esquema QPSK não codificado, apresentado no Anexo C.1, esta resumido nos tópicos à seguir.

- *Transmissão:* Todos os bits que formam o arranjo de Sayegh são bits de informação. Os números inteiros formados a partir de uma constelação QPSK são transmitidos sem codificação.

- *Recepção:* Os números reais recebidos provenientes de um canal AWGN ou Rayleigh são aproximados para os inteiros mais próximos. O arranjo é remontado e todos os bits do arranjo recebido são comparados com os bits que formaram o arranjo transmitido, de onde encontram-se os bits errados e calcula-se a taxa de erro de bit.

As Figuras 3.1 e 3.2 apresentam as curvas de BER por E_b/N_0 calculada e simulada para a modulação QPSK sem codificação em canal AWGN e Rayleigh, respectivamente.

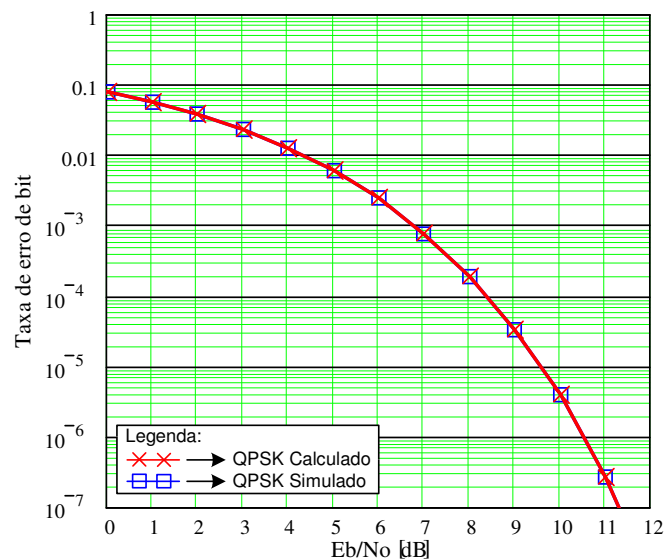


Figura 3.1: Taxa de erro de bit calculada e simulada em canal AWGN para a modulação QPSK não codificada

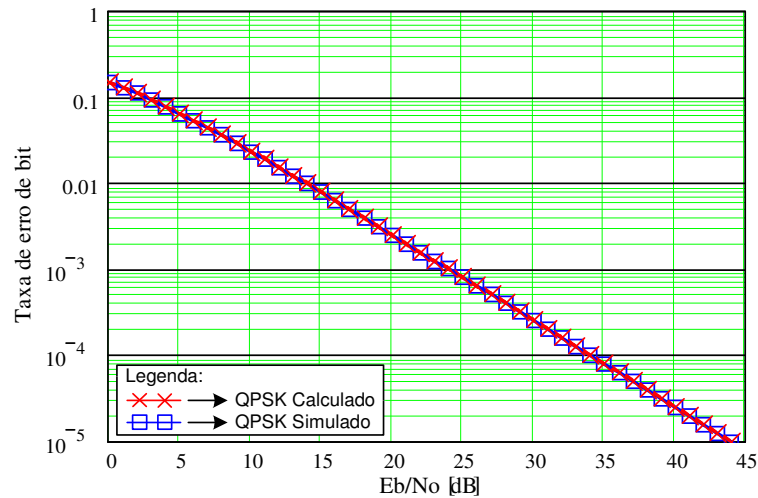


Figura 3.2: Taxa de erro de bit calculada e simulada em canal Rayleigh para a modulação QPSK não codificada

3.3 Simulação BCM/QPSK Codificado

O algoritmo de decodificação sub-ótimo de múltiplos estágios, desenvolvido para o esquema BCM/QPSK codificado, Anexo C.2, é resumido nos seguintes itens:

- Os símbolos da modulação QPSK são representados por números inteiros sobre uma linha de números reais. Sendo assim, os símbolos transmitidos são inteiros que, após passar pelo canal AWGN ou Rayleigh, são transformados em números reais, conforme apresentado no Capítulo 1 e exemplificado no Capítulo 2.
- Cada um dos 21 símbolos recebidos são aproximados para o inteiro mais próximo, e as diferenças entre os valores reais recebidos e os inteiros obtidos por aproximação são armazenados e o conjunto dos 21 símbolos, representado por inteiros, é transformado em símbolos binários. O arranjo binário com 21 colunas e duas linhas é então remontado.
- Cada linha do arranjo é decodificada hierarquicamente. No caso considerado, o primeiro estágio de decodificação consiste da decodificação do bloco de 21 bits da primeira linha de acordo com o código $(21, 11, 6)$ com o qual esta linha foi codificada. No caso da decodificação por decisão abrupta,

este código é capaz de corrigir até dois erros em qualquer posição. Com a decodificação por decisão suave ele é capaz de corrigir até três erros em qualquer posição. No segundo estágio de decodificação os 21 bits da segunda linha são divididos em três segmentos de 7 bits e os três segmentos são decodificados de acordo com o código (7, 4, 3) utilizado para codificar esta linha. Este código é capaz de corrigir um erro em qualquer posição com a decodificação por decisão abrupta e até dois erros em qualquer posição com a decodificação por decisão suave.

- O processo de decodificação é encerrado quando todas as linhas do arranjo se transformam em palavras-código.

A Figura 3.3 apresenta a curva de erro de bit para um esquema BCM formado pelo arranjo de códigos (21, 11, 6) e (7, 4, 3) com modulação QPSK em canal AWGN, com decodificação por decisão abrupta e suave.

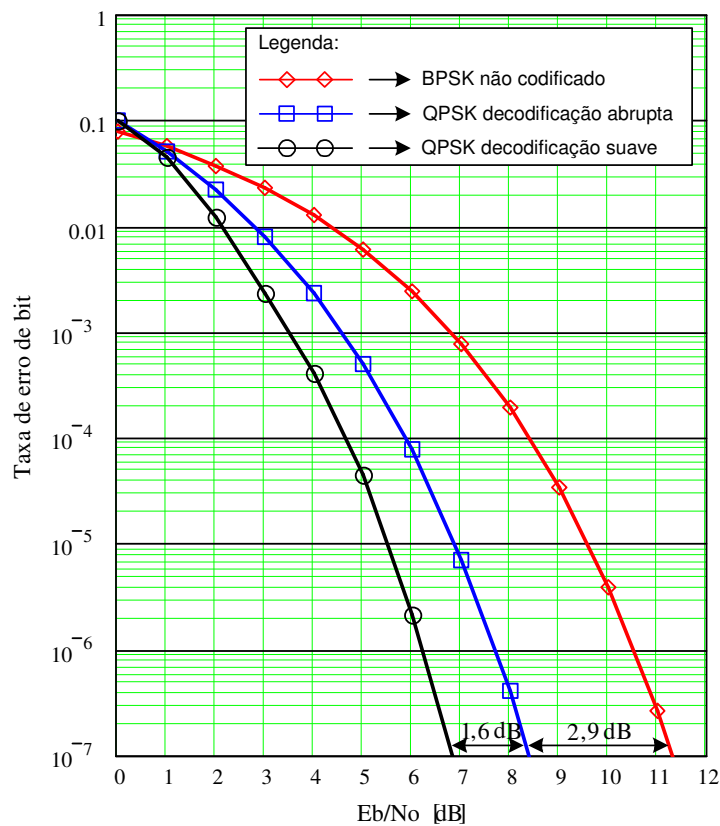


Figura 3.3: Taxa de erro de bit para o canal AWGN

De acordo com a Figura 3.3, para uma taxa de erro de bit igual a 10^{-7} , o ganho de codificação com decodificação por decisão abrupta é igual a 2,9 dB. Nesta forma de decodificação os pontos recebidos não são considerados no contexto do espaço de sinais, uma vez que este tipo de decodificação leva em consideração apenas a distância de Hamming do código usado em cada linha, sem levar em consideração a distância euclidiana entre o símbolo recebido e o símbolo decodificado. Ao utilizar o processo de decodificação sub-ótimo com decisão suave, é passada informação do demodulador ao decodificador correspondente a posição do símbolo recebido que apresentou a maior distância de aproximação, e o ganho obtido sobe para 4,5 dB, apenas 0,68 dB do ganho assintótico calculado, uma diferença de 1,6 dB entre as decodificações por decisão abrupta e suave.

O desempenho obtido por simulação apresentou um resultado ligeiramente inferior ao valor teórico do ganho de codificação assintótico calculado, onde esta ligeira redução, devido a utilização de um algoritmo sub-ótimo, é compensada pela baixa complexidade de decodificação.

O mesmo esquema BCM que foi simulado para o canal AWGN é avaliado para o canal com desvanecimento Rayleigh, conforme mostra a Figura 3.4.

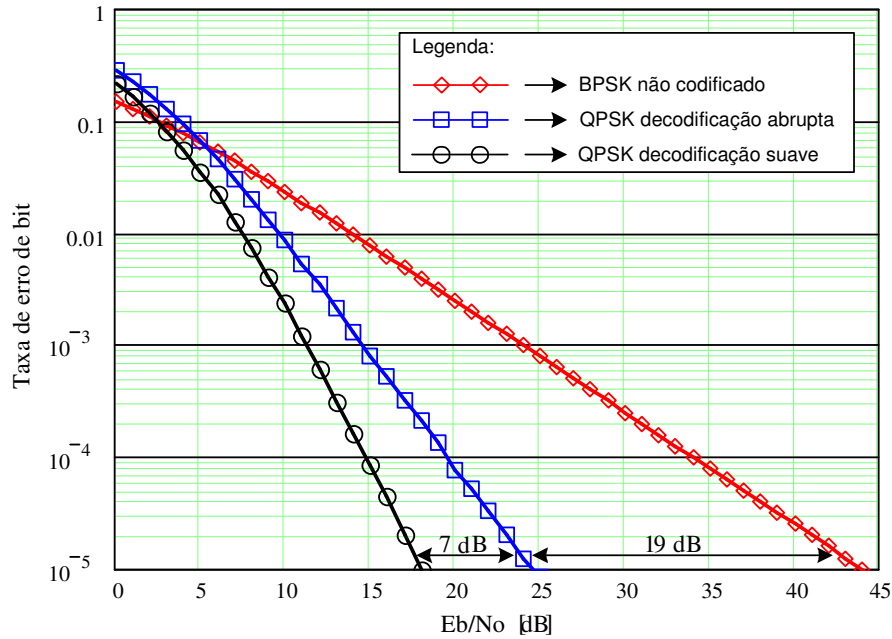


Figura 3.4: Taxa de erro de bit para o canal com desvanecimento Rayleigh

De acordo com a Figura 3.4, para uma taxa de erro igual a 10^{-5} , tem-se um ganho de codificação igual a 19 dB com decodificação por decisão abrupta e 26 dB com decodificação por decisão suave, um aumento de 7 dB em relação à decodificação por decisão abrupta.

3.4 Simulação Comparativa entre Esquemas BCM com Arranjos de Códigos com Comprimentos Diferentes e com Comprimentos Iguais

Os decodificadores BCM podem utilizar diversos algoritmos de decodificação. Geralmente o número de operações aritméticas ou o tempo de processamento são parâmetros que permitem estimar a complexidade de um decodificador [12]. Outros fatores que também podem ser considerados são: atraso de decodificação, complexidade do hardware e memória requerida [12]. Atualmente, muitos decodificadores são implementados usando DSP (*Digital Signal Processing* - Processamento Digital de Sinais).

O arranjo de códigos de comprimento diferentes formado pelos códigos cíclicos (21, 11, 6) e (7, 4, 3) é comparado com dois arranjo de códigos de comprimento iguais, convencionais, formado pelos códigos BCH estendido (16, 7, 6) e Reed-Muller (16, 11, 4) e outro formado por somente códigos Reed-Muller (16, 5, 8) e (16, 11, 4). Os arranjos propostos apresentam ligeira diferenças com relação às características de distância euclidiana, taxa de codificação e ganho de codificação assintótico, de acordo com a Tabela 3.2.

Tabela 3.2: *Comparação entre os arranjos de códigos proposto e convencionais*

Modulação	QPSK		
Esquema de Codificação	(21,11,6) 3×(7,4,3)	(16,7,6) (16,11,4)	(16,5,8) (16,11,4)
R_c	0,55	0,56	0,5
d_{ECmin}^2	12	12	16
G_∞ [dB]	5,18	5,28	6
Cap. Correção de erro - 1° Linha	2	2	3
Cap. Correção de erro - 2° Linha	1 erro a cada 7 bits	1	1
N°. Op. Decodificação em Série	564	773	721

Apesar do arranjo de códigos de comprimentos diferentes ter um maior comprimento que o arranjo de códigos de comprimentos iguais, este apresenta uma capacidade de correção de erro melhor com uma complexidade menor, se o tempo de decodificação for o parâmetro sob avaliação.

A complexidade dos arranjos foi medida pelo número de operações em série que são realizadas no processo de decodificação. O número de operações para decodificar a segunda linha do arranjo de códigos de comprimentos diferentes é reduzida uma vez que os decodificadores do código (7, 4, 3) podem ser implementados em paralelo. No tempo gasto para decodificar apenas um segmento de 7 bits são decodificados os outros dois segmentos também de 7 bits cada.

As Figuras 3.5, 3.6, 3.7 e 3.8 apresentam a taxa de erro de bit simulada para os esquemas BCM com códigos de comprimentos diferentes e iguais, apresentados na Tabela 3.2, para os canais AWGN e Rayleigh, respectivamente, em uma modulação QPSK com decodificação apenas por decisão abrupta.

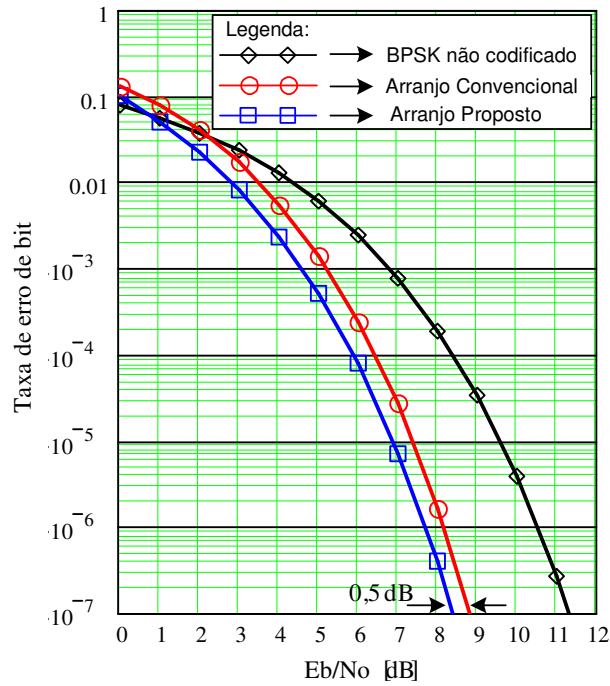


Figura 3.5: Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,7,6)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal AWGN

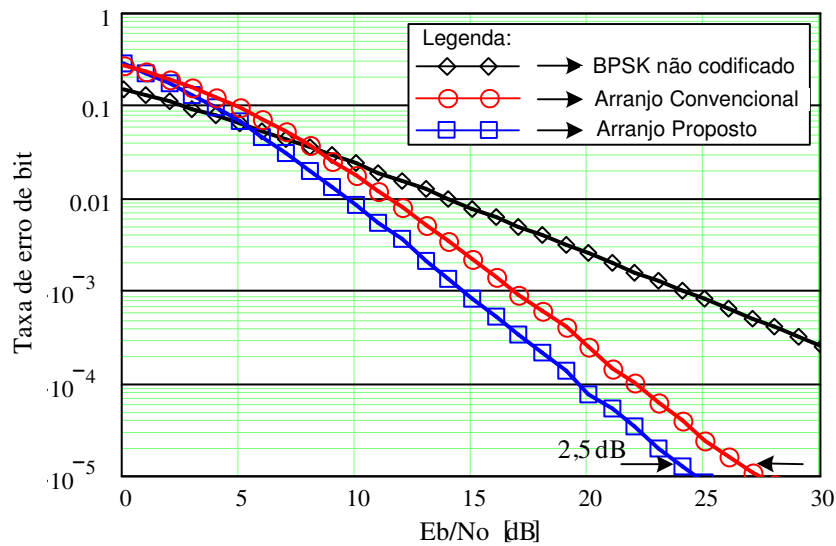


Figura 3.6: Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,7,6)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal com desvanecimento Rayleigh

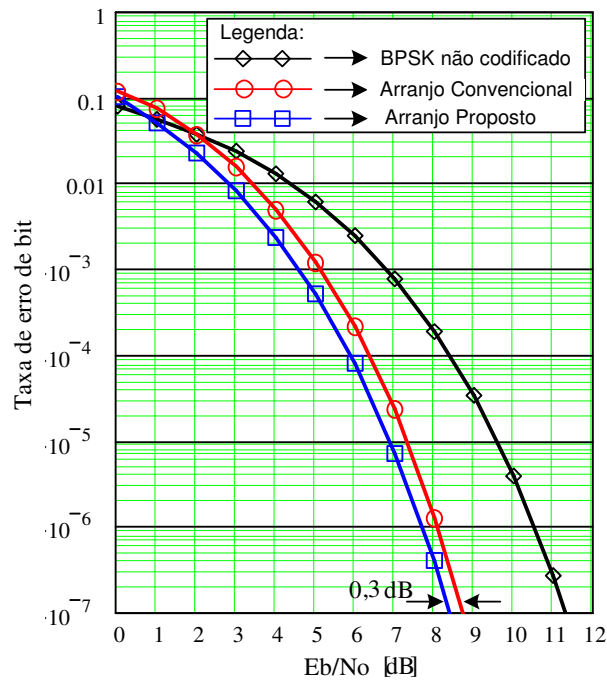


Figura 3.7: Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,5,8)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal AWGN

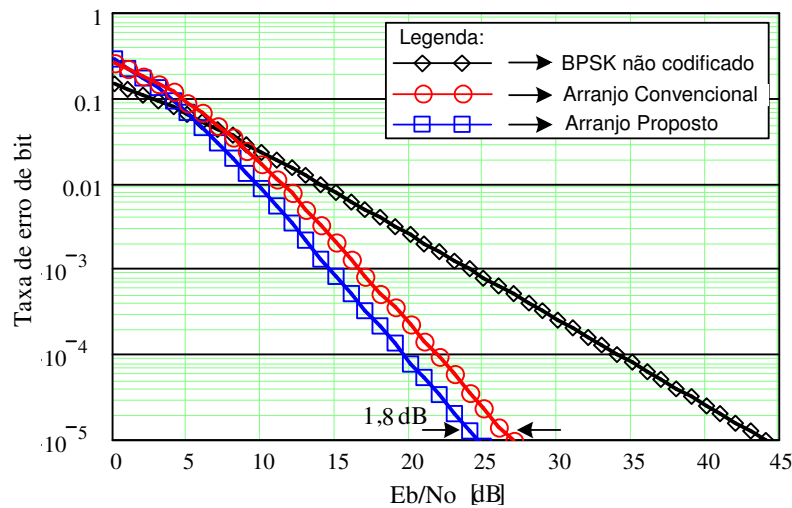


Figura 3.8: Comparação do arranjo de códigos proposto $(21,11,6)$ e $3 \times (7,4,3)$ com o arranjo convencional formado pelos códigos $(16,5,8)$ e $(16,11,4)$ em uma modulação QPSK com decodificação abrupta em canal com desvanecimento Rayleigh

Conforme pode-se observar pelas Figuras 3.5 e 3.6, existe uma diferença de desempenho entre o arranjo de códigos $(21, 11, 6)$ e $3 \times (7, 4, 3)$ em relação ao arranjo $(16, 7, 6)$ e $(16, 11, 4)$ de 0,5 dB para uma BER de 10^{-7} , em canal AWGN, e de 2,5 dB para uma BER de 10^{-5} em canal com desvanecimento Rayleigh. O mesmo arranjo de códigos $(21, 11, 6)$ e $3 \times (7, 4, 3)$, comparado com outro arranjo formado pelos códigos $(16, 5, 8)$ e $(16, 11, 4)$ apresenta, para uma BER de 10^{-7} , um ganho de 0,3 dB em canal AWGN e 1,8 dB de ganho para o canal Rayleigh, para uma BER igual a 10^{-5} .

A montagem de arranjos de códigos para modulações codificadas por blocos impõe condições conflitantes, particularmente quando as exigências de decodificação em tempo real a baixo custo e baixo consumo são imperativas. O fato de se conseguir obter bons ganhos assintóticos com comprimentos de blocos relativamente pequenos utilizando códigos de comprimentos diferentes e algoritmos de decodificação suave sub-ótimos indica a possibilidade da aplicação destes esquemas BCM em sistemas de comunicações digitais operando em tempo real, devido ao grau de complexidade relativamente simples.

Capítulo 4

Conclusão

Os esquemas BCM propostos nesta dissertação usaram o mapeamento por partição de conjunto de Ungerboeck juntamente com o algoritmo de decodificação de múltiplos estágios de Sayegh usando códigos de comprimentos diferentes em diferentes níveis de codificação.

Os resultados obtidos por simulação de Monte Carlo mostraram que com a decodificação sub-ótima utilizada, tanto para o canal AWGN como para o canal com desvanecimento plano Rayleigh, pôde-se obter ganhos de codificação iguais ou melhores do que os esquemas convencionais equivalentes, com uma complexidade de decodificação menor. Isto sugere que é possível encontrar outros arranjos utilizando códigos de comprimentos diferentes que sejam melhores do que os seus equivalentes arranjos de códigos convencionais.

Apesar da existência de códigos corretores de erros com desempenho tal que se aproximam da capacidade de canal, tais como os códigos com decodificação Turbo e o LDPC, os esquemas BCM com decodificação suave sub-ótima apresentados são apropriados para codificação de canal em sistemas de comunicações digitais com complexidade muito baixa de decodificação, e conseqüentemente, baixo custo.

Como proposta para trabalhos futuros pode-se investigar o desempenho de esquemas semelhantes com decodificação Turbo de códigos produto multidimensionais obtidos a partir de códigos de blocos simples.

Além disso, pode-se investigar também o desempenho dos esquemas propostos aplicados a proteção de erro desigual, ou então, à modulação multiportadora, em

canais com desvanecimento seletivo e em canais Rummler.

Anexo A

Publicações

Os seguintes artigos foram publicados baseados no conteúdo apresentado nesta dissertação.

- Rui Rodrigues S. Jr. e Geraldo G. R. Gomes. *Modulação Codificada por Blocos de Baixa Complexidade com Códigos de Comprimentos Diferentes*, XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, SBrT'05, 04-08 de Setembro de 2005, Campinas - SP, Brasil, pp. 525-528.
- Rui Rodrigues S. Jr. and Geraldo G. R. Gomes. *Low Complexity BCM for Wireless Applications with Different Codeword Lengths*, Symposium on Trends in Communications, SympoTIC'06, 24-27 June 2006, Bratislava, Slovakia, Proceedings/IEEE Xplore, IEEE Region 8 - IEEE CS Section.

O artigo a seguir, tem seu conteúdo baseado nesta dissertação e esta sob submissão.

- Rui Rodrigues S. Jr. and Geraldo G. R. Gomes. *Low Complexity BCM with Different Codeword Lengths*, VI International Telecommunications Symposium, ITS2006, 3-6 September 2006, Fortaleza - CE, Brazil, Proceedings, IEEE Region 9.

Anexo B

Características dos Códigos Utilizados

B.1 Código Cíclico (7,4,3)

O código cíclico (7,4,3), também conhecido como código de Hamming, apresenta as seguintes características para $m = 3$:

- Comprimento do código: $n = 2^m - 1 = 2^3 - 1 = 7$
- Número de bits de informação: $k = 2^m - m - 1 = 2^3 - 3 - 1 = 4$
- Número de bits de paridade: $n - k = 7 - 4 = 3$
- Distância mínima de Hamming: $d_{min} = 3$
- Capacidade de detecção de erros: $d_{min} - 1 = 2$
- Capacidade de correção de erros: $t = \lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \rfloor = \lfloor \frac{3-1}{2} \rfloor = 1$
- Polinômio gerador: $g(x) = 1 + x + x^3$
- Matriz geradora:

$$g(x) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

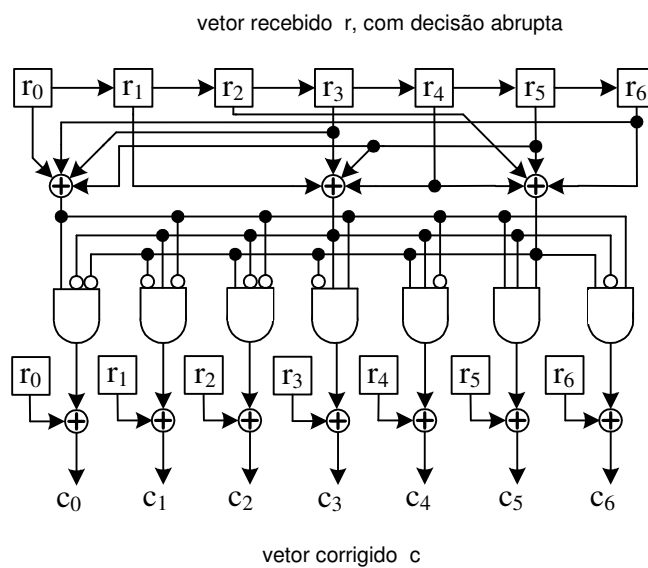
- Matriz geradora na forma sistemática:

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matriz H transposta:

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Circuito decodificador para o código (7,4,3):



B.2 Código Cíclico (21,11,6)

O código cíclico (21,11,6) apresenta as seguintes características para $s = 2$:

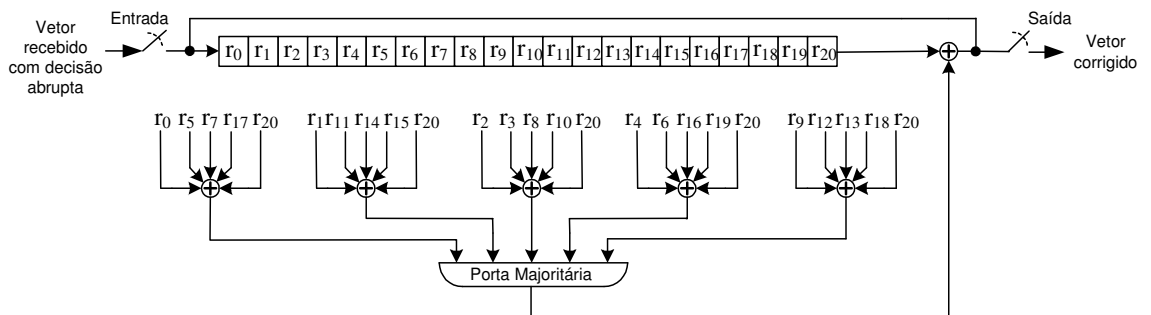
- Comprimento do código: $n = 2^{2s} + 2^s + 1 = 2^4 + 2^2 + 1 = 21$
- Número de bits de informação: $k = n - 3^s - 1 = 21 - 3^2 - 1 = 11$
- Número de bits de paridade: $n - k = 21 - 11 = 10$
- Distância mínima de Hamming: $d_{min} = 2^s + 2 = 2^2 + 2 = 6$
- Capacidade de detecção de erros: $d_{min} - 1 = 5$
- Capacidade de correção de erros: $t = \lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \rfloor = \lfloor \frac{6-1}{2} \rfloor = 2$
- Polinômio gerador: $g(x) = 1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^7 + x^{10}$
- Matriz geradora:

$$g(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matriz H transposta:

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Circuito decodificador para o código (21,11,6):



B.3 Código Reed-Muller

O código Reed-Muller dado por $\mathfrak{R}(r,m)$, onde para o código (16,5,8) $r = 1$ e $m = 4$ e para o código (16,11,4) $r = 2$ e $m = 4$, apresenta as seguintes características:

- Comprimento do código: $n = 2^m$
- Número de bits de informação: $k = 1 + \binom{m}{1} + \dots + \binom{m}{r}$
- Distância mínima de Hamming: $d_{min} = 2^{m-r}$
- Capacidade de correção de erros: $t = \lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \rfloor$
- Matriz geradora Reed-Muller:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Anexo C

Programas de Simulações

Os programas utilizados nas simulações foram escritos em Mathcad.

C.1 QPSK Não Codificado

$N := 100000000$

$EbNo := 0..12$

$QPSK(EbNo) := \text{for } i \in EbNo$

```
Err ← 0
σ ←  $\sqrt{\frac{1}{\frac{EbNo}{10}}}$ 
for j ∈ 1..N
  Er ← 0
  for a ∈ 0..20
     $X_{(a)} \leftarrow 1 + \sigma \cdot \sqrt{-\ln(\text{rnd}(1))} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \text{rnd}(1))$ 
     $Y_{(a)} \leftarrow 1 + \sigma \cdot \sqrt{-\ln(\text{rnd}(1))} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \text{rnd}(1))$ 
     $Ds \leftarrow \text{angle}[X_{(a)}, Y_{(a)}] \cdot \frac{2}{\pi}$ 
    Er ←  $\begin{cases} (Er + 1) & \text{if } (Ds \geq 1 \wedge Ds \leq 2) \vee (Ds \geq 3) \\ Er & \text{otherwise} \end{cases}$ 
    Er ←  $\begin{cases} (Er + 2) & \text{if } (Ds > 2 \wedge Ds < 3) \\ Er & \text{otherwise} \end{cases}$ 
  Err ← Err + Er
BE ←  $\frac{Err}{2 \cdot 21 \cdot N}$ 
```


C.2 BCM/QPSK Codificado

$E_b N_0 := 0..7$

$N := 100000000$

$QPSKc(E_b N_0) :=$ for $i \in E_b N_0$

```

Err ← 0
σ ←  $\sqrt{\frac{1}{\frac{E_b N_0}{10^{10}}}}$ 
for j ∈ 1.. N
  for a ∈ 0.. 20
     $X_{(a)} \leftarrow 1 + \sigma \cdot \sqrt{-\ln(\text{md}(1))} \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \text{md}(1))$ 
     $Y_{(a)} \leftarrow 1 + \sigma \cdot \sqrt{-\ln(\text{md}(1))} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot \text{md}(1))$ 
     $Ds_{(a)} \leftarrow \text{angle}[X_{(a)}, Y_{(a)}] \cdot \frac{2}{\pi}$ 
     $Rx_{(a)} \leftarrow \begin{cases} 0 & \text{if } [Ds_{(a)} \geq 0 \wedge Ds_{(a)} \leq 1] \vee [Ds_{(a)} \geq 3] \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ 
     $Ry_{(a)} \leftarrow \begin{cases} 0 & \text{if } [Ds_{(a)} \geq 0 \wedge Ds_{(a)} \leq 2] \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$ 
  for b ∈ 0.. 20
     $\text{dist}_{(b)} \leftarrow \begin{cases} |Ds_{(b)} - 0.5| & \text{if } Ds_{(b)} \leq 1 \\ |Ds_{(b)} - 1.5| & \text{if } 1 < Ds_{(b)} \leq 2 \\ |Ds_{(b)} - 2.5| & \text{if } 2 < Ds_{(b)} < 3 \\ |Ds_{(b)} - 3.5| & \text{if } Ds_{(b)} \geq 3 \end{cases}$ 
  vm ← max(dist)
  for ba ∈ 0.. 6
     $\text{dista}_{(ba)} \leftarrow \begin{cases} |Ds_{(ba)} - 0.5| & \text{if } Ds_{(ba)} \leq 1 \\ |Ds_{(ba)} - 1.5| & \text{if } 1 < Ds_{(ba)} \leq 2 \\ |Ds_{(ba)} - 2.5| & \text{if } 2 < Ds_{(ba)} < 3 \\ |Ds_{(ba)} - 3.5| & \text{if } Ds_{(ba)} \geq 3 \end{cases}$ 
  vma ← max(dista)
  for bb ∈ 7.. 13
     $\text{distb}_{(bb)} \leftarrow \begin{cases} |Ds_{(bb)} - 0.5| & \text{if } Ds_{(bb)} \leq 1 \\ |Ds_{(bb)} - 1.5| & \text{if } 1 < Ds_{(bb)} \leq 2 \\ |Ds_{(bb)} - 2.5| & \text{if } 2 < Ds_{(bb)} < 3 \\ |Ds_{(bb)} - 3.5| & \text{if } Ds_{(bb)} \geq 3 \end{cases}$ 
  vmb ← max(distb)
  for bc ∈ 14.. 20
     $\text{distc}_{(bc)} \leftarrow \begin{cases} |Ds_{(bc)} - 0.5| & \text{if } Ds_{(bc)} \leq 1 \\ |Ds_{(bc)} - 1.5| & \text{if } 1 < Ds_{(bc)} \leq 2 \\ |Ds_{(bc)} - 2.5| & \text{if } 2 < Ds_{(bc)} < 3 \\ |Ds_{(bc)} - 3.5| & \text{if } Ds_{(bc)} \geq 3 \end{cases}$ 
  vmc ← max(distc)

```

if $\sum R_x \geq 3$

```

for c ∈ 0..20
  Rx(c) ← 0 if [dist(c) = vm] ∧ [0 ≤ Ds(c) ≤ 0.5 ∨ 1 ≤ Ds(c) ≤ 1.5 ∨ 2.5 ≤ Ds(c) ≤ 3 ∨ Ds(c) ≥ 3.5]
  Rx(c) ← 1 if [dist(c) = vm] ∧ [0.5 < Ds(c) < 1 ∨ 1.5 < Ds(c) < 2.5 ∨ 3 < Ds(c) < 3.5]
for d ∈ 1..10
  A1 ← Rx(9) ⊕ Rx(12) ⊕ Rx(13) ⊕ Rx(18) ⊕ Rx(20)
  A2 ← Rx(1) ⊕ Rx(11) ⊕ Rx(14) ⊕ Rx(15) ⊕ Rx(20)
  A3 ← Rx(4) ⊕ Rx(6) ⊕ Rx(16) ⊕ Rx(19) ⊕ Rx(20)
  A4 ← Rx(0) ⊕ Rx(5) ⊕ Rx(7) ⊕ Rx(17) ⊕ Rx(20)
  A5 ← Rx(2) ⊕ Rx(3) ⊕ Rx(8) ⊕ Rx(10) ⊕ Rx(20)
  Rx(20) ← [Rx(20) ⊕ 1] if (A1 + A2 + A3 + A4 + A5) ≥ 3
             Rx(20) otherwise
  R(0) ← Rx(20)
  for e ∈ 1..20
    R(e) ← Rx(e-1)
  A1 ← R(9) ⊕ R(12) ⊕ R(13) ⊕ R(18) ⊕ R(20)
  A2 ← R(1) ⊕ R(11) ⊕ R(14) ⊕ R(15) ⊕ R(20)
  A3 ← R(4) ⊕ R(6) ⊕ R(16) ⊕ R(19) ⊕ R(20)
  A4 ← R(0) ⊕ R(5) ⊕ R(7) ⊕ R(17) ⊕ R(20)
  A5 ← R(2) ⊕ R(3) ⊕ R(8) ⊕ R(10) ⊕ R(20)
  R(20) ← [R(20) ⊕ 1] if (A1 + A2 + A3 + A4 + A5) ≥ 3
           R(20) otherwise
  Rx(0) ← R(20)
  for f ∈ 1..20
    Rx(f) ← R(f-1)
  A1 ← Rx(9) ⊕ Rx(12) ⊕ Rx(13) ⊕ Rx(18) ⊕ Rx(20)
  A2 ← Rx(1) ⊕ Rx(11) ⊕ Rx(14) ⊕ Rx(15) ⊕ Rx(20)
  A3 ← Rx(4) ⊕ Rx(6) ⊕ Rx(16) ⊕ Rx(19) ⊕ Rx(20)
  A4 ← Rx(0) ⊕ Rx(5) ⊕ Rx(7) ⊕ Rx(17) ⊕ Rx(20)
  A5 ← Rx(2) ⊕ Rx(3) ⊕ Rx(8) ⊕ Rx(10) ⊕ Rx(20)
  Rx(20) ← [Rx(20) ⊕ 1] if (A1 + A2 + A3 + A4 + A5) ≥ 3
             Rx(20) otherwise
  R(0) ← Rx(20)
  for g ∈ 1..20
    R(g) ← Rx(g-1)
  Err ← [R(10) + R(11) + R(12) + R(13) + R(14) + R(15) + R(16) + R(17) + R(18) + R(19) + R(20)]

```

```

Erya ← 0
for h ∈ 0..6
  Erya ←  $\begin{cases} \text{Erya} + 1 & \text{if } Ry_{(h)} = 1 \\ \text{Erya} & \text{otherwise} \end{cases}$ 
for k ∈ 0..6 if Erya ≥ 2
   $\begin{cases} Ry_{(k)} \leftarrow 0 & \text{if } [\text{dista}_{(k)} = \text{vma}] \wedge [0.5 \leq Ds_{(k)} \leq 1.5 \vee 2 \leq Ds_{(k)} \leq 2.5 \vee Ds_{(k)} \geq 3.5] \\ Ry_{(k)} \leftarrow 1 & \text{if } [\text{dista}_{(k)} = \text{vma}] \wedge [Ds_{(k)} < 0.5 \vee 1.5 < Ds_{(k)} < 2 \vee 2.5 < Ds_{(k)} < 3.5] \end{cases}$ 
sda1 ← Ry(0) ⊕ Ry(3) ⊕ Ry(5) ⊕ Ry(6)
sda2 ← Ry(1) ⊕ Ry(3) ⊕ Ry(4) ⊕ Ry(5)
sda3 ← Ry(2) ⊕ Ry(4) ⊕ Ry(5) ⊕ Ry(6)
ua0 ← sda1 · ¬sda2 · ¬sda3
ua1 ← ¬sda1 · sda2 · ¬sda3
ua2 ← ¬sda1 · ¬sda2 · sda3
ua3 ← sda1 · sda2 · ¬sda3
ua4 ← ¬sda1 · sda2 · sda3
ua5 ← sda1 · sda2 · sda3
ua6 ← sda1 · ¬sda2 · sda3
for m ∈ 0..6
  RLa(m) ← 0
RLa(0) ← Ry(0) ⊕ ua0
RLa(1) ← Ry(1) ⊕ ua1
RLa(2) ← Ry(2) ⊕ ua2
RLa(3) ← Ry(3) ⊕ ua3
RLa(4) ← Ry(4) ⊕ ua4
RLa(5) ← Ry(5) ⊕ ua5
RLa(6) ← Ry(6) ⊕ ua6
Erya ← RLa(3) + RLa(4) + RLa(5) + RLa(6)
Eryb ← 0
for n ∈ 7..13
  Eryb ←  $\begin{cases} \text{Eryb} + 1 & \text{if } Ry_{(n)} = 1 \\ \text{Eryb} & \text{otherwise} \end{cases}$ 
for p ∈ 7..13 if Eryb ≥ 2
   $\begin{cases} Ry_{(p)} \leftarrow 0 & \text{if } [\text{distb}_{(p)} = \text{vmb}] \wedge [0.5 \leq Ds_{(p)} \leq 1.5 \vee 2 \leq Ds_{(p)} \leq 2.5 \vee Ds_{(p)} \geq 3.5] \\ Ry_{(p)} \leftarrow 1 & \text{if } [\text{distb}_{(p)} = \text{vmb}] \wedge [Ds_{(p)} < 0.5 \vee 1.5 < Ds_{(p)} < 2 \vee 2.5 < Ds_{(p)} < 3.5] \end{cases}$ 
sdb1 ← Ry(7) ⊕ Ry(10) ⊕ Ry(12) ⊕ Ry(13)
sdb2 ← Ry(8) ⊕ Ry(10) ⊕ Ry(11) ⊕ Ry(12)
sdb3 ← Ry(9) ⊕ Ry(11) ⊕ Ry(12) ⊕ Ry(13)

```

```

ub0 ← sdb1 · ¬sdb2 · ¬sdb3
ub1 ← ¬sdb1 · sdb2 · ¬sdb3
ub2 ← ¬sdb1 · ¬sdb2 · sdb3
ub3 ← sdb1 · sdb2 · ¬sdb3
ub4 ← ¬sdb1 · sdb2 · sdb3
ub5 ← sdb1 · sdb2 · sdb3
ub6 ← sdb1 · ¬sdb2 · sdb3
for q ∈ 7.. 13
  RLb(q) ← 0
RLb(7) ← Ry(7) ⊕ ub0
RLb(8) ← Ry(8) ⊕ ub1
RLb(9) ← Ry(9) ⊕ ub2
RLb(10) ← Ry(10) ⊕ ub3
RLb(11) ← Ry(11) ⊕ ub4
RLb(12) ← Ry(12) ⊕ ub5
RLb(13) ← Ry(13) ⊕ ub6
Erryb ← RLb(10) + RLb(11) + RLb(12) + RLb(13)
Eryc ← 0
for r ∈ 14.. 20
  Eryc ←  $\begin{cases} \text{Eryc} + 1 & \text{if } Ry_{(r)} = 1 \\ \text{Eryc} & \text{otherwise} \end{cases}$ 
for s ∈ 14.. 20
  Ry(s) ← 0 if [distc(s) = vmc] ∧ [0.5 ≤ Ds(s) ≤ 1.5 ∨ 2 ≤ Ds(s) ≤ 2.5 ∨ Ds(s) ≥ 3.5]
  Ry(s) ← 1 if [distc(s) = vmc] ∧ [Ds(s) < 0.5 ∨ 1.5 < Ds(s) < 2 ∨ 2.5 < Ds(s) < 3.5]
sdc1 ← Ry(14) ⊕ Ry(17) ⊕ Ry(19) ⊕ Ry(20)
sdc2 ← Ry(15) ⊕ Ry(17) ⊕ Ry(18) ⊕ Ry(19)
sdc3 ← Ry(16) ⊕ Ry(18) ⊕ Ry(19) ⊕ Ry(20)
uc0 ← sdc1 · ¬sdc2 · ¬sdc3
uc1 ← ¬sdc1 · sdc2 · ¬sdc3
uc2 ← ¬sdc1 · ¬sdc2 · sdc3
uc3 ← sdc1 · sdc2 · ¬sdc3
uc4 ← ¬sdc1 · sdc2 · sdc3
uc5 ← sdc1 · sdc2 · sdc3
uc6 ← sdc1 · ¬sdc2 · sdc3
for u ∈ 14.. 20
  RLc(u) ← 0
RLc(14) ← Ry(14) ⊕ uc0
RLc(15) ← Ry(15) ⊕ uc1

```

if Eryc ≥ 2

$$\begin{aligned} \text{RLc}_{(16)} &\leftarrow \text{Ry}_{(16)} \oplus \text{uc2} \\ \text{RLc}_{(17)} &\leftarrow \text{Ry}_{(17)} \oplus \text{uc3} \\ \text{RLc}_{(18)} &\leftarrow \text{Ry}_{(18)} \oplus \text{uc4} \\ \text{RLc}_{(19)} &\leftarrow \text{Ry}_{(19)} \oplus \text{uc5} \\ \text{RLc}_{(20)} &\leftarrow \text{Ry}_{(20)} \oplus \text{uc6} \\ \text{Errc} &\leftarrow \text{RLc}_{(17)} + \text{RLc}_{(18)} + \text{RLc}_{(19)} + \text{RLc}_{(20)} \\ \text{EryT} &\leftarrow \frac{(\text{Erra} + \text{Errb} + \text{Errc})}{4} \\ \text{Err} &\leftarrow \text{Err} + \text{Err} + \text{Err} + \text{EryT} \\ \text{BE} &\leftarrow \frac{\text{Err}}{2 \cdot N} \end{aligned}$$

Referências Bibliográficas

- [1] Bernard Sklar. *Digital Communications - Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, Second Edition, 2001.
- [2] James L. Massey. *Coding and Modulation in Digital Communications*, Zurich Seminar on Digital Communications, Switzerland, pp. E2(1-4), March 1974.
- [3] Hideki Imai and Shuji Hiraçawa. *A New Multilevel Coding Method using Error-Correcting Codes*, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-23, No. 3, pp. 371-377, May 1977.
- [4] Gottfried Ungerboeck. *Channel Coding with Multilevel/Phase Signals*, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-28, No. 1, pp. 55-67, January 1982.
- [5] E. L. Cusack. *Error Control Codes for QAM Signalling*, Electronics Letters, Vol. 20, No. 2, pp. 62-63, January 1984.
- [6] Soheil I. Sayegh. *A Class of Optimum Block Codes in Signal Space*, IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-34, No. 10, pp. 1043-1045, October 1986.
- [7] Renato Baldini Filho. *Coded Modulation Based on Rings of Integers*, Thesis Ph.D., University of Manchester, U.K., 1992.
- [8] Geraldo G. R. Gomes. *Modulação Codificada por Blocos para Constelações M-QAM Não Quadradas*, Tese de Mestrado, DECOM, FEEC, UNICAMP, 1997.

- [9] J. M. Wu and S. L. Su. *Combination of Block Coded Modulation and Trellis Coded Modulation*, IEE Proceedings - I, Vol. 138, No. 5, pp. 381-386, October 1991.
- [10] R. G. C. Williams. *Block Coding for Voice-Band Modems*, B. T. Technology Journal, Vol. 10, No. 1, pp. 101-111, January 1992.
- [11] Evangelos Paravalos. *Block Coded Modulation on the Rician Fading Channel*, IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, Vol. 1, pp. 301-304, Canada, 19-21 May 1993.
- [12] Alister G. Burr. *Block versus Trellis: An Introduction to Coded Modulation*, IEEE Electronics & Communication Engineering Journal, Vol. 5, No. 4, pp. 240-248, August 1993.
- [13] Alister G. Burr. *Block Coded Modulation Optimized for Finite Error Rate on the White Gaussian Noise Channel*, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 43, No. 1, pp. 373-385, January 1997.
- [14] M. Fossorier, H. Imai, S. Lin. *Multilevel Coded Modulation for Unequal Error Protection and Multistage Decoding - Part I: Symmetric Constellations*, IEEE Transactions on Communications, Vol. 48, No. 2, pp. 204-213, February 2000.
- [15] Dong-Feng Yuan, Cheng-Xiang Wang, Qi Yao, Zhi-Gang Cao. *Comparison of Multilevel Coded Modulations with Different Decoding Methods for AWGN and Rayleigh Fading Channels*, IEEE ICC - International Conference on Communications, Vol. 3, pp. 1193-1197, USA, 18-22 June 2000.
- [16] Huan-Bang Li and John M. Cioffi. *Enhanced Block Coded Modulation using Iterative Decoding Based on Parity Check Codes*, IEEE ICC - International Conference on Communications, Vol. 1, No. 1, pp. 315-319, Finland, 11-14 June 2001.
- [17] F. Guo S. X. Ng and L. Hanzo. *LDPC Assisted Block Coded Modulation for Transmission over Rayleigh Fading Channels*, IEEE Proceeding - VTC, Vol. 3, pp. 1867-1871, Korea, 22-25 April 2003.

-
- [18] Shu Lin & Daniel J. Costello. *Error Control Coding*, Prentice Hall, Second Edition, 2004.
- [19] Alister Burr. *Modulation and Coding for Wireless Communications*, Prentice Hall, 2001.
- [20] Sergio Benedetto, Ezio Biglieri & Valentino Castellani. *Digital Transmission Theory*, Prentice Hall, 1987.
- [21] G. David Forney Jr., Robert G. Gallager, Gordon R. Lang, Fred M. Longstaff, Shahid U. Qureshi. *Efficient Modulation for Band-Limited Channels*, Vol. SAC-2, No. 5, pp. 632-647, September 1984.