

Inatel

Instituto Nacional de Telecomunicações

Dissertação de Mestrado

**ANÁLISE DA VAZÃO DOS
CANAIS RACH E CPCH
NAS REDES UMTS**

RAMON DORNELAS SOARES

DEZEMBRO / 2005

RAMON DORNELAS SOARES

ANÁLISE DA VAZÃO DOS CANAIS RACH E CPCH NAS REDES UMTS

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia Elétrica.

Orientador: PROF. DR. JOSÉ MARCOS CÂMARA BRITO

Santa Rita do Sapucaí
2005

Dissertação defendida e aprovada em 16/12/2005, pela comissão julgadora:

(Prof. Dr. José Marcos Câmara Brito/Inatel)

(Prof. Dr. Carlos Alberto Ynoguti/Inatel)

(Prof. Dr. Luis Fernando Ramos Molinaro/ Universidade de
Brasília)

Coordenador do Curso de Mestrado

Aos meus pais, a minha
família e a todos
professores que fizeram e
fazem parte de minha vida.

Agradecimentos

Aos meus pais pelo carinho, amor, incentivo e compreensão.

Ao Professor Jose Marcos Câmara Brito pela orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho. Aos professores Carlos Alberto Ynoguti e Sandro Adriano Fasolo pelos inúmeros auxílios.

A todos os colegas, professores e funcionários do Instituto Nacional de Telecomunicações pela amizade.

Aos amigos pela presença durante todo o transcorrer deste trabalho.

Índice

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vi
Lista de Abreviaturas e Siglas	viii
1 Introdução	1
1.1 Publicações geradas	2
2 Introdução ao UMTS	3
2.1 Introdução	3
2.2 A Arquitetura da rede UMTS	3
2.3 A Arquitetura do protocolo da Interface de Rádio	5
2.4 Interface Aérea do WCDMA	7
2.5 Canais do WCDMA	8
2.5.1 Canais lógicos	8
2.5.2 Canais de transporte	9
2.5.3 Canais Físicos	10
2.6 Conclusões	12
3 Análises da Vazão dos Canais Comuns	13
3.1 Procedimento do RACH	13
3.2 Procedimento do CPCH	15
3.3 Abordagens para a análise do desempenho dos canais RACH e CPCH	18
3.4 Análise do RACH e CPCH Considerando 1 Recurso de Demodulação	20
3.4.1 Análises	20
3.4.2 Comparação do desempenho dos canais RACH e CPCH . .	25
3.5 Análise Considerando Múltiplos Recursos de Demodulação	28
3.5.1 Análise do Procedimento RACH	28
3.5.2 Procedimento Proposto para o Canal RACH	37
3.6 Conclusão	43

4 Conclusão	44
4.1 Sugestão para Trabalhos Futuros	45
A Formulações de $ns_m(s, r, k, n)$ e $nc_m(c, r, k, n)$	46
A.1 Cálculo do $ns_m(s, r, k, n)$	46
A.1.1 $ns_m(s = r, r, k, n)$	46
A.1.2 $ns_m(s = r - 1, r, k, n)$	47
A.1.3 $ns_m(s = r - 2, r, k, n)$	49
A.1.4 Expressão final de $ns_m(s, r, k, n)$	54
A.2 Cálculo do $nc_m(c, r, k, n)$	56
A.2.1 $nc_m(c = r, r, k, n)$	57
A.2.2 $nc_m(c = r - 1, r, k, n)$	62
A.2.3 $nc_m(c = r - 2, r, k, n)$	64
B Código das simulações em MATLAB	68
B.1 Validação da expressão 3.5	68
B.2 Validação das expressões 3.19 e 3.20	69
B.3 Simulação para obtenção da vazão do RACH	70
B.4 Validação das expressões 3.33 e 3.34	72
B.5 Simulação para obtenção da vazão do canal RACH com procedi- mento alterado	74
Bibliografia	77

Lista de Figuras

2.1	A Arquitetura da rede UMTS.	4
2.2	A Arquitetura do protocolo de Interface de Rádio	5
2.3	Os formatos dos quadros do UTRA-FDD.	8
2.4	O espalhamento espectral e o embaralhamento no WCDMA.	8
2.5	Os canais lógicos do UTRA-FDD.	9
3.1	As transmissões do RACH.	14
3.2	As transmissões do canal CPCH [14].	16
3.3	Comparação probabilística entre a simulação, o modelo proposto e o modelo [17]	23
3.4	Probabilidade de sucesso para os canais RACH e CPCH, expressões 3.8 e 3.9.	25
3.5	Vazão do RACH e do CPCH com atrasos iguais $\alpha = 3$ e $\alpha = 6$, respectivamente.	26
3.6	Vazão do RACH e do CPCH com atrasos iguais $\alpha = 4$ e $\alpha = 8$, respectivamente.	27
3.7	Probabilidade de s sucessos no canal RACH- $P_{s_m}(s, r, g, n)$	34
3.8	Probabilidade de c colisões no canal RACH- $P_{c_m}(c, r, g, n)$	34
3.9	Vazão do canal RACH.	36
3.10	Probabilidade de s sucessos no canal RACH- $P_{s_{mp}}(s, r, g, n)$	41
3.11	Probabilidade de c colisões no canal RACH- $P_{c_{mp}}(c, r, g, n)$	41
3.12	Vazão do canal RACH com procedimento alterado.	42

Lista de Tabelas

3.1	Eventos possíveis dado $k = 4$ e $n = 3$	29
3.2	Transmissões do RACH dado $k = 4$, $n = 3$ e ass_a em uso.	30
3.3	Possíveis transmissões no modelamento proposto para dado $k = 4$, $n = 3$ e $r = 2$	31

Lista de Abreviaturas e Siglas

3G	Terceira Geração de Sistemas de Comunicação Móvel
ACK	<i>(Positive) Acknowledgement</i>
AI	<i>Acquisition Indicator</i>
AICH	<i>Acquisition Indicator Channel</i>
API	<i>Acquisition Preamble Indicators</i>
AP	<i>Access preamble</i>
AP-AICH	<i>Access Preamble Acquisition Indicator Channel</i>
ARQ	<i>Automatic Repeat Request</i>
BA	<i>Basic</i>
BCCH	<i>Broadcast Control Channel</i>
BCH	<i>Broadcast Channel</i>
BMC	<i>Broadcast Multicast Control</i>
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>
CA	<i>Channel Assignment</i>
CCCH	<i>Common Control Channel</i>
CD/CA-AICH	<i>Collision Detection/Channel Assignment Indicator Channel</i>
CDI/CAI	<i>Collision Detection Indicators/Channel Assignment Indicators</i>
CDP	<i>Collision Detection Preamble</i>
CM	<i>Channel Monitoring</i>
CN	<i>Core Network</i>
CPCH	<i>Common Packet Channel</i>
CPICH	<i>Common Pilot Channel</i>
CRC	<i>Cyclic Redundancy Check</i>
CSICH	<i>Status Indicator Channel</i>

CTCH	<i>Common Traffic Channel</i>
DCCH	<i>Dedicate Control Channel</i>
DCH	<i>Dedicated Channel</i>
DPDCH	<i>Dedicated Physical Data Channel</i>
DSCH	<i>Downlink Shared Channel</i>
DS-CDMA	<i>Direct spread code division multiple access</i>
DTCH	<i>Dedicated Traffic Channel</i>
FACH	<i>Forward Access Channel</i>
FDD	<i>Frequency Division Duplex</i>
GSM	<i>Global System mobile</i>
IMT-2000	<i>International Mobile Telephony 2000</i>
IP	<i>Internet protocol</i>
ITU	<i>International Telecommunications Union</i>
MAC	<i>Medium Access Control</i>
ME	<i>Mobile Equipment</i>
NACK	<i>Negative Acknowledgement</i>
PCCH	<i>Paging Control Channel</i>
PCH	<i>Paging Channel</i>
PCP	<i>Power Control Preamble</i>
PCPCH	<i>Physical Common Packet Channel</i>
PDCP	<i>Packet Data Convergence Protocol</i>
PDSCH	<i>Physical Downlink Shared Channel</i>
PDU	<i>Packet Data Unit</i>
PICH	<i>Paging Indicator Channel</i>
PRACH	<i>Physical Random Access Channel</i>
P-CCPCH	<i>Primary Common control Physical Channel</i>
QoS	<i>Quality of Service</i>
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
RACH	<i>Random Access Channel</i>
RF	<i>Radio Frequency</i>
RLC	<i>Radio Link Control</i>
RNC	<i>Radio Network Subsystems</i>
RRC	<i>Radio Resource Control</i>
RTP/UDP/IP	<i>Real Time Protocol/ User Datagram Protocol/ Inter- net protocol</i>

SI	<i>Status Indicators</i>
S-CCPCH	<i>Secondary Common control Physical Channel</i>
TCP/IP	<i>Transmission Control Protocol/ Internet Protocol</i>
TDD	<i>Time Division Duplex</i>
UE	<i>User Equipment</i>
UMTS	<i>Universal Mobile Telecommunications Systems</i>
USIM	<i>UMTS Subscriber Identity Module</i>
UTRA	<i>Universal Terrestrial Radio Access ou UMTS Terrestrial Radio Access</i>
UTRAN	<i>UMTS Terrestrial Radio Access Network</i>
WCDMA	<i>Wide-band Code Multiplex Access</i>

Lista de Símbolos

ξ	Número mínimo de preâmbulos em uma assinatura para a existência de uma colisão
τ_{p-cdp}	Tempo entre a transmissão do AP e a transmissão do CDP
τ_{p-p}	Tempo entre duas transmissões de APs consecutivas
$\tau_{cdp-pcp}$	Tempo entre a transmissão do CDP e a transmissão do PCP
τ_{p-m}	Tempo entre a transmissão do preâmbulo e a transmissão da mensagem
τ_{p-pmin}	Valor mínimo para τ_{p-p}
c	Número de transmissões de colisões
$CPOCH(n_{AP}, n_{CD})$	Possíveis configurações para o canal CPOCH considerando o número de assinaturas da fase AP e da fase CD.
g	Taxa média de preâmbulos gerados por <i>slot</i> segundo uma distribuição poassoniana, a qual engloba os preâmbulos gerados por retransmissões e os preâmbulos gerados por novas transmissões
k	Número de preâmbulos enviados na fase AP
l	Número de preâmbulos que receberam um ACK na fase AP do canal CPOCH dada a chegada de k preâmbulos. Estes l preâmbulos seguem uma distribuição Binomial.
m	Número de assinaturas vazias resultante da ocupação de n assinaturas por k preâmbulos
m_{AP}	Número de assinaturas vazias resultante da ocupação de n_{AP} assinaturas por k preâmbulos
m_{CD}	Número de assinaturas vazias resultante da ocupação de n_{CD} assinaturas por l preâmbulos
ms	Unidade de tempo, mili segundos
msg	Tamanho da mensagem em <i>slots</i>

M_{max}	Parâmetro enviado pela RRC que delimita o número de tentativas de transmissões de APs do canal RACH
n	Número de assinaturas total do canal RACH
n_{AP}	Número total de assinaturas da fase AP do canal CPCH
n_{CD}	Número total de assinaturas da fase CD do canal CPCH
$N_{access-fails}$	Parâmetro enviado pela RRC que delimita o número de tentativas de transmissões de APs do canal CPCH
r	Número de recursos de demodulação do Node B
s	Número de transmissões de sucessos
$S_{médio}$	Número médio de sucessos do canal RACH

Resumo

A análise da vazão em canais compartilhados é fundamental para a avaliação de desempenho e para o dimensionamento da carga que pode ser escoada por estes canais. Neste trabalho analisa-se a vazão dos canais RACH (*Random Access Channel*) e CPCH (*Common Packet Channel*) das redes móveis de terceira geração UMTS (*Universal Mobile Communication System*). As análises foram feitas com base em modelos matemáticos que foram validados por meio de simulação de Monte Carlo. Dois cenários foram avaliados: um mais simplificado, no qual admitiu-se a existência de apenas um recurso de demodulação no *Node B* e um segundo, mais completo, no qual considerou-se a existência de múltiplos recursos de demodulação no *Node B*, sendo que, neste último, apenas o canal RACH foi analisado. Finalmente, propôs-se uma alteração no procedimento do canal RACH que resultou no aumento da vazão máxima obtida para este canal.

Palavras-chave: WCDMA, UMTS, Acesso aleatório, RACH e CPCH

Abstract

Throughput analysis in shared channels is fundamental for performance evaluation and for the load dimension that can be drained by these channels. This thesis analyses the throughput of the RACH (Random Access Channel) and CPCH (Common Packet Channel) channels of third generation mobile network UMTS (Universal Mobile Communication System). The analyses were made based on mathematical models and validated through Monte Carlo Simulation. Two scenery were evaluated: a simplified one, in which it was admitted the existence of only one demodulation resource in Node B and a second one, more complete, in which it was considered the existence of multiple demodulation resources in Node B. In the last scenery only the RACH channel was analysed. Finally, it was proposed an alteration in RACH channel procedure resulting in the increase of maximum throughput obtained for this channel.

Keywords: WCDMA, UMTS, Random Access, RACH and CPCH

Capítulo 1

Introdução

O aumento da demanda por novos serviços de telecomunicações para as redes móveis, tais como dados com taxa de transmissão elevada e serviços multimídias, resultou na necessidade de se criar uma 3ª geração de sistemas de comunicações móveis, uma vez que as redes de 2ª (e 2.5) geração não são capazes de atender aos requisitos de desempenho destes novos serviços.

A terceira geração de sistemas de comunicação móvel (3G) possibilita a transmissão de dados de taxa elevada (até 2Mbits/s) e, com isso, novos serviços podem ser oferecidos, tais como: transmissão e recepção de imagens e de vídeo de alta qualidade, e *Internet* com elevadas taxas de dados. A capacidade multimídia da 3G cria novas oportunidades de negócios para fabricantes, operadoras e provedores de aplicações que fazem uso de sua infra-estrutura [1].

A tecnologia de terceira geração estudada nesta tese é denominada UMTS (*Universal Mobile Telecommunication System*) a qual foi projetada de maneira a possibilitar a utilização de parte da infra-estrutura da rede 2G, mais especificamente, no caso do GSM *Global System mobile*, permite-se o handover e o funcionamento dual entre as redes[2].

A interface aérea do UMTS é conhecida como WCDMA (*Wideband Code Multiplex Access*), a qual encontra-se em uso na Europa e na Ásia, em faixa de frequência em torno de 2GHz. Esta interface aérea é composta de vários canais de uplink e *downlink*, os quais são descritos de maneira sucinta no Capítulo 2 desta dissertação. Dentre os canais de *uplink* encontram-se dois canais de acesso aleatório o RACH (*Random Access Channel*), e CPCH (*Common Packet Channel*).

O canal RACH é responsável pelo estabelecimento de conexões e sinalizações entre o usuário e a rede. Neste canal também é possível realizar transmissões de dados de tamanho limitado. O canal CPCH é utilizado para transmissão de

dados e suas mensagens podem possuir maior tamanho que as mensagens do Canal RACH, devido a um procedimento de transmissão mais complexo.

O objetivo deste trabalho é avaliar a vazão de ambos os canais, RACH e CPCH. Os cenários analisados consideraram a existência de um único recurso de demodulação, seguindo outros estudos da literatura (mas apresentando novos resultados), e de múltiplos recursos de demodulação na estação base. Neste último cenário apenas o canal RACH foi analisado, pois canal CPCH foi suprimido do sistema UMTS durante a elaboração deste trabalho.

Todas as análises matemáticas realizadas foram validadas por meio de simulação de Monte Carlo, a quais consideraram um número de 10^7 interações objetivando minimizar o erro.

Com base nos resultados das análises, propôs-se uma alteração no procedimento de transmissão do canal RACH, visando uma melhoria de desempenho.

O restante desta dissertação está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 apresenta-se um breve resumo do sistema UMTS, no Capítulo 3 descrevem-se os procedimentos para a transmissão nos canais RACH e CPCH, comentam-se outras análises encontradas em artigos publicados e apresentam-se as análises propostas e seus respectivos resultados, no capítulo 4 apresentam-se as conclusões da dissertação.

1.1 Publicações geradas

Durante o transcorrer desta tese foram geradas as seguintes contribuições científicas:

- SOARES, Ramon Dornelas; BRITO, Jose Marcos Camara. Throughput Comparison between RACH and CPCH in 3GPP. In: ADVANCED INDUSTRIAL CONFERENCE ON TELECOMMUNICATIONS (AICT), pp. 238-242, July 2005, Lisboa.
- SOARES, Ramon Dornelas; BRITO, Jose Marcos Camara. A Probabilidade de Sucesso de Transmissão no Canal RACH Considerando Múltiplos Recursos de Demodulação na Estação Base. In: XXII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE TELECOMUNICAÇÕES (SBRT05), pp. 900-903, setembro 2005, Campinas-SP.

Capítulo 2

Introdução ao UMTS

2.1 Introdução

O UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*) é um dos padrões propostos de sistemas de comunicação móvel de terceira geração, desenvolvido de acordo com a especificação IMT-2000 (*International Mobile Telephony 2000*).

A padronização e especificação IMT-2000 vem sendo desenvolvida por várias organizações pelo mundo e supervisionada pelo ITU (*International Telecommunications Union*).

A interface aérea usada no UMTS é a WCDMA (*Wide Code Division Multiple Access*), cuja especificação vem sendo feita pelo 3GPP (*3rd Generation Partnership Project*). O 3GPP é um projeto de padronização conjunto composto por grupos padronizadores da Europa, do Japão, da Coreia, dos Estados Unidos e da China. No 3GPP, o WCDMA é denominado UTRA (*Universal Terrestrial Radio Access*) e possui duas vertentes: a que utiliza a técnica FDD (*Frequency Division Duplex*), UTRA-FDD, e a que utiliza a técnica TDD (*Time Division Duplex*), UTRA-TDD [1].

Neste capítulo, descreve-se, resumidamente, a operação do sistema UMTS. As referências utilizadas para esta descrição foram, em sua maioria, as [2] e [5]. Sendo assim, somente serão adicionadas ao longo do texto as referências que forem diferentes das mencionadas neste parágrafo.

2.2 A Arquitetura da rede UMTS

A arquitetura da rede UMTS é dividida em duas partes, denominadas rede

de acesso e rede de núcleo (*CN-Core Network*). A rede de acesso especifica a tecnologia de acesso que está sendo utilizada e o CN faz a conexão entre a rede de acesso e as redes externas. A rede de acesso no UMTS é conhecida como UTRAN (*UMTS Terrestrial Radio Access Network*).

A arquitetura da rede UMTS é mostrada na Figura 2.1. O UTRAN constitui-se por um ou mais RNS (*Radio Network Subsystems*), sendo cada RNS composto de um RNC (*Radio Network Controller*) e múltiplas estações bases. Na terminologia do UMTS, as estações bases são denominadas *Node B*. Cada estação base conecta-se ao RNC através da interface I_{ub} e pode servir a uma ou mais células.

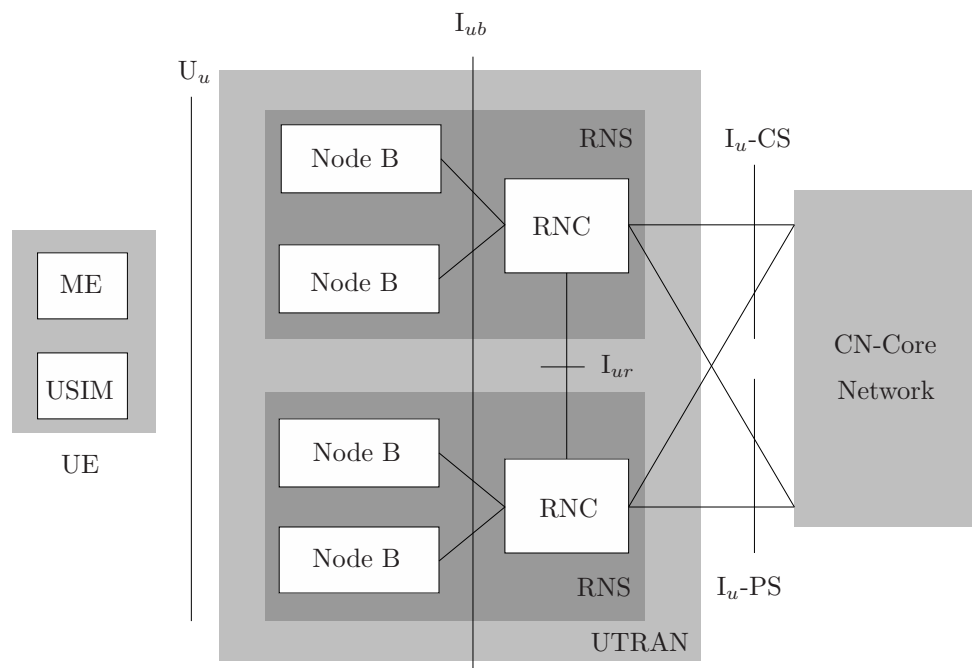


Figura 2.1: A Arquitetura da rede UMTS.

Há duas interfaces que conectam o RNC ao CN: a interface I_{u-CS} , que conecta o UTRAN ao domínio da comutação por circuito do CN, e a interface I_{u-PS} , que faz a conexão do UTRAN à parte de comutação por pacote.

No UMTS é possível a realização de *soft handover*, durante o qual o terminal (no UMTS denominado *UE-User Equipment*) se comunica com duas ou mais estações bases distintas. Caso estas estações estejam conectadas a diferentes RNCs, torna-se necessária a existência da interface I_{ur} , que permite a comunicação entre RNCs.

O UE compõe-se de duas partes, o ME (*Mobile Equipment*) e o USIM (*UMTS Subscriber Identity Module*). A comunicação entre o UE e o UTRAN faz-se por meio da interface aérea do WCDMA, denominada U_u .

2.3 A Arquitetura do protocolo da Interface de Rádio

A Figura 2.2 ilustra a arquitetura do protocolo do UTRA, que compõe-se de três camadas: camada física ou L1 (*Layer 1*), camada de enlace de dados ou L2 (*Layer 2*) e camada de rede ou L3 (*Layer 3*).

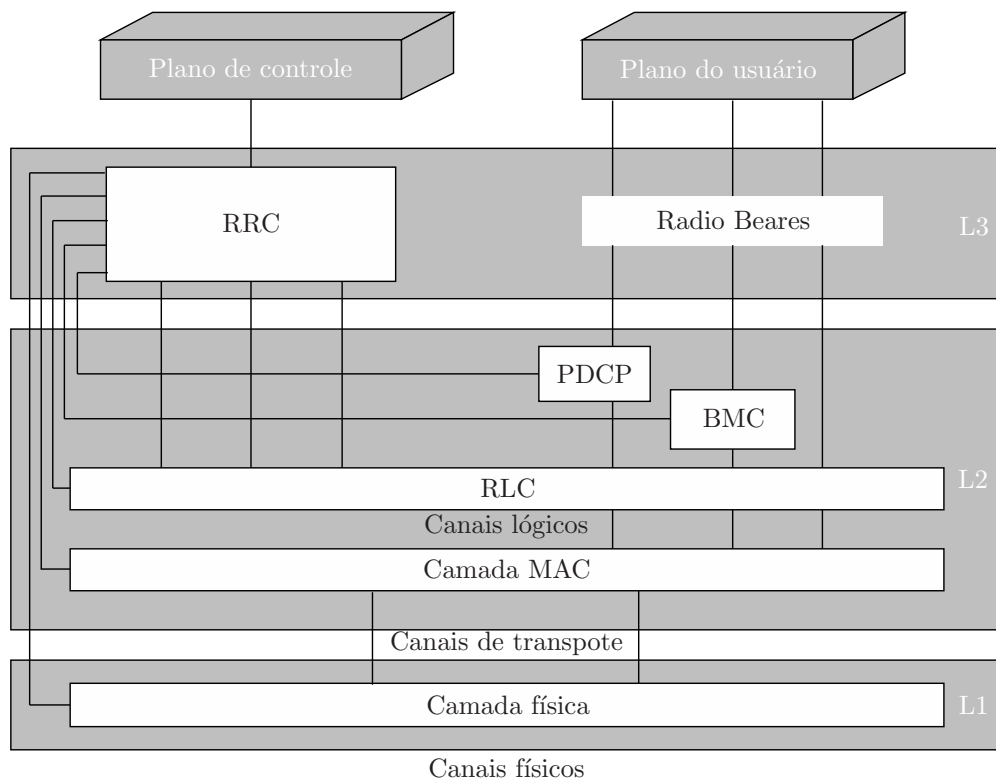


Figura 2.2: A Arquitetura do protocolo de Interface de Rádio

As funções da camada física incluem processamento de RF (*Radio Frequency*), espalhamento espectral, embaralhamento, modulação, codificação, decodificação, controle de potência e execução do *soft handover*.

Os canais físicos presentes na L1 são utilizados na interface aérea U_u e são definidos pela combinação da frequência, do código de embaralhamento, do código de canalização e, no sentido de *uplink*, da fase relativa (fase ou quadratura). Mais precisamente, a modulação de *uplink* é a QPSK (*Quadrature Phase Shift Keying*) com dois canais, ou seja, modulações BPSK separadas (*Binary Phase Shift Keying*) de diferente canais são moduladas em fase e em quadratura. No sentido de *downlink*, a modulação utilizada é a QPSK propriamente dita, na

qual um único canal é modulado em fase e em quadratura. Alguns canais físicos existem unicamente para possibilitar o correto funcionamento da camada física e outros transportam informação originada nas camadas superiores.

A camada de enlace de dados é dividida nas seguintes subcamadas: subcamada PDCP (*Packet Data Convergence Protocol*), subcamada BMC (*Broadcast Multicast Control*), subcamada RLC (*Radio Link Control*) e subcamada MAC (*Medium Access Control*).

A subcamada PDCP, existente apenas no plano do usuário, é responsável pela compressão (na transmissão) e descompressão (na recepção) do cabeçalho de fluxos de dados IP (*Internet protocol*), tais como: o TCP/IP (*Transmission Control Protocol/ Internet Protocol*) e o RTP/UDP/IP (*Real Time Protocol/ User Datagram Protocol/ Internet protocol*). Ela também é responsável pela transferência de dados de usuário. [6]

A subcamada BMC, existente apenas no plano do usuário, executa as seguintes funções: memorização das mensagens de *broadcast* da célula, seqüenciamento de mensagens de BMC *, transmissão de mensagens de BMC para o UE, entrega de mensagens de *broadcast* para as camadas superiores, monitoramento do volume do tráfego e requisição de recursos de rádio para serviços de *broadcast* na célula [7] [8].

A subcamada RLC (*Radio Link Control*) provê o estabelecimento e liberação de conexões RLC, como também o ajuste da QoS (*Quality of Service*) e a notificação para as camadas superiores da ocorrência de erros irrecuperáveis. Ela é responsável pela transferência dos dados, que pode ocorrer em três possíveis modos de transmissão: transparente, sem reconhecimento e com reconhecimento.

No modo transparente, as PDUs originadas nas camadas superiores são transmitidas sem a inclusão de nenhum cabeçalho. Este modo é utilizado para a transmissão de tráfego sensível a atraso e tolerante a erros [9].

O modo sem reconhecimento não utiliza protocolos de retransmissão e os dados são entregues sem garantia. Dados com erros são detectados e podem ser, dependendo da configuração, marcados ou descartados. As PDUs das camadas superiores submetidas para transmissão na RLC são entregues em ordem. A adição do cabeçalho aos dados possibilita funções como segmentação e concatenação. O modo sem reconhecimento pode ser utilizado por tipos de tráfego que exigem a entrega em seqüencia e não exigem a entrega de pacotes com erros [9] [10].

O modo com reconhecimento é utilizado para dados que possuem baixa tolerância a erros. Neste modo são incluídos a detecção de erros utilizando o CRC (*Cyclic*

*São mensagens geradas pelo BMC (no lado do UTRAN) que indicam parâmetros de seqüenciamento ao RNC (no lado do UE) o qual os utiliza para configurar as camadas inferiores.

Redundancy Check), o controle de fluxo e, quando erros forem encontrados, as retransmissões, que utilizam a técnica ARQ (*Automatic Repeat Request*).

A subcamada MAC (*Medium Access Control*) utiliza os canais lógicos para se comunicar com a RLC e os canais de transporte para se comunicar com a camada física. A subcamada MAC executa diferentes funções, tais como: mapear os canais lógicos em canais de transporte apropriados, selecionar o formato de transporte apropriado, multiplexar as PDUs em blocos de transporte e em seguida entregá-los para camada física, demultiplexar os blocos de transporte entregues pela camada física, manipular prioridades para diferentes UEs, monitorar o volume de tráfego usado pela RRC (*Radio Resource Control*) e manipular características prioritárias para serviços de um UE seguindo informações das camadas superiores e da camada física.

A camada de rede constitui-se do RRC, que é o responsável pelo gerenciamento de recursos da interface aérea e executa as seguintes funções: transmissão de informação do sistema, estabelecimento de uma conexão de sinalização inicial entre o UE e a rede, gerência da mobilidade, controle de QoS, alocação de canais de comunicação de rádio (*Radio Bearers*) para um UE. O RRC também determina o que deve ser medido e quando e como devem ser efetuadas as medidas [11] [12].

2.4 Interface Aérea do WCDMA

O UTRA utiliza a técnica de múltiplo acesso DS-CDMA (*Direct Spread Code Division Multiple Access*), na qual a informação é espalhada em uma largura de banda de 5 MHz (que pode ser reduzida até 4.4 MHz, se necessário) e, por isto, é referida como WCDMA. Nos dois modos suportados, FDD e TDD, o quadro possui 10 *ms* e um grupo de 15 *slots* é colocado em um quadro. No modo FDD, a taxa de símbolos é de 3,84 Mchip/s e, conseqüentemente, cada *slot* possui o comprimento de 2560 símbolos. Todavia, também se define um *slot* com o dobro do comprimento, ou seja, 5120 símbolos, sendo que o grupo de 15 destes *slots* é colocado em dois quadros. A Figura 2.3 ilustra ambas possibilidades.

No WCDMA, os dados são primeiramente espalhados, utilizando o código de canalização e, posteriormente, eles são embaralhados, utilizando um código de embaralhamento, como pode ser observado na Figura 2.4.

O código de canalização no *downlink* faz a distinção de diferentes canais do setor ou da célula. No *uplink* ele é responsável pela separação dos diferentes canais dedicados utilizados pelo mesmo UE. O código de embaralhamento faz a distinção entre diferentes células no *downlink* e diferentes UEs no *uplink*.

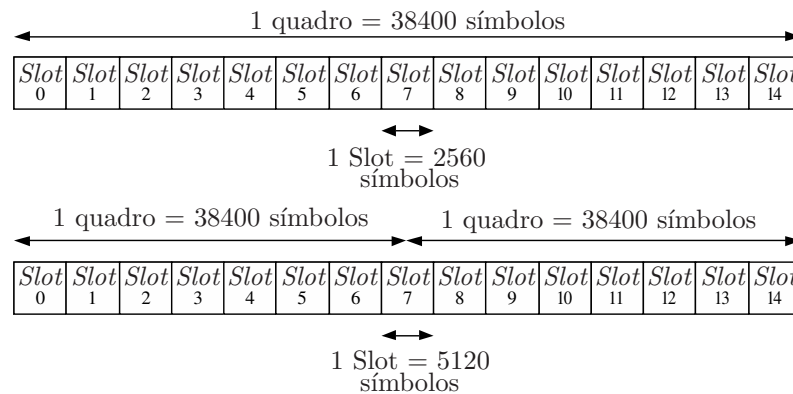


Figura 2.3: Os formatos dos quadros do UTRA-FDD.

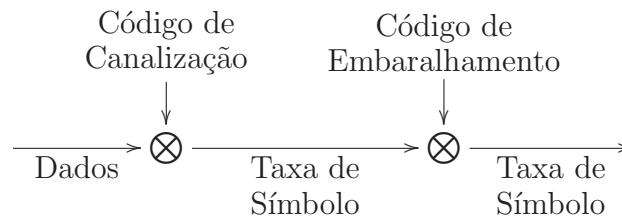


Figura 2.4: O espalhamento espectral e o embaralhamento no WCDMA.

2.5 Canais do WCDMA

Os canais do WCDMA são divididos em três tipos: o grupo de canais lógicos, o grupo de canais de transporte e o grupo de canais físicos (ver Figura 2.2).

2.5.1 Canais lógicos

A subcamada MAC provê serviços de transferência de dados para os canais lógicos. Um grupo de canais lógicos é definido pelos diferentes tipos de serviços de transferência de dados que são oferecidos pela subcamada MAC. Cada canal lógico é definido pelo tipo de informação que ele transfere. Eles são agrupados em dois grupos: o grupo de canais de controle e o grupo de canais de tráfego. Os canais lógicos do UTRA-FDD são mostrados na Figura 2.5 [7].

Os canais de controle são responsáveis por transferir informações do plano de controle. Os canais de controle do UTRA-FDD são: o BCCH (*Broadcast Control Channel*), o PCCH (*Paging Control Channel*), o CCCH (*Common Control Channel*) e o DCCH (*Dedicate Control Channel*).

O BCCH e o PCCH são canais de *downlink*, sendo o BCCH responsável por

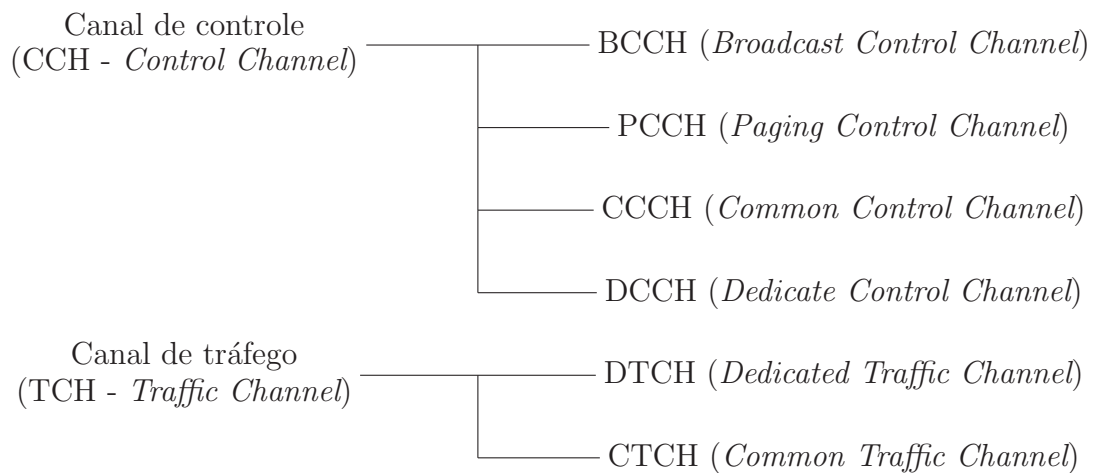


Figura 2.5: Os canais lógicos do UTRA-FDD.

transmissões em *broadcast* das informações de controle e o PCCH usado para transmissões de localização.

O CCCH é um canal bidirecional (*uplink* e *downlink*), utilizado na transmissão de informação de controle entre a rede e o UE.

O DCCH é um canal bidirecional ponto a ponto, responsável pela transmissão da informação de controle dedicada entre a rede e o UE.

Os canais de tráfego são responsáveis pela transmissão de informações no plano do usuário. Eles se resumem a dois canais, o DTCH (*Dedicated Traffic Channel*) e o CTCH (*Common Traffic Channel*).

O DTCH é um canal ponto a ponto que pode existir tanto no *downlink* quanto no *uplink*. Ele é dedicado para um UE e é utilizado para transferência de dados de usuário.

O CTCH é um canal unidirecional ponto a multi-ponto, responsável pela transmissão de dados de usuário. Ele é destinado a todos os UEs ou a um grupo especificado [7] [11].

2.5.2 Canais de transporte

Os canais de transporte são oferecidos pela camada física para a subcamada MAC. Existem dois tipos de canais de transporte: o comum e o dedicado. Um canal de transporte comum é dividido por todos ou por um grupo de usuários na célula, ao passo que um canal de transporte dedicado é reservado a um único usuário [1].

Nos canais de transporte comuns, quando um usuário específico necessita ser

endereçado, a identificação do usuário é enviada junto com a mensagem (*inband*). No UTRA-FDD há 6 canais de transporte comuns: o BCH (*Broadcast Channel*), o PCH (*Paging Channel*), o RACH (*Random Access Channel*), o CPCH (*Common Packet Channel*), o FACH (*Forward Access Channel*) e o DSCH (*Downlink Shared Channel*) [11] [7].

O canal BCH é usado na transmissão em *broadcast* da informação do sistema dentro de uma célula [7].

O canal PCH é usado no *downlink* para localizar os UEs, caso a rede deseje inicializar uma comunicação [11].

O RACH e o CPCH são canais de acesso aleatório de *uplink*. O canal RACH é usado quando o usuário deseja acessar a rede, para a transmissão de dados de tamanho pequeno (duração de 10 ou 20 *ms*) ou para informações de controle, as quais são originadas nos usuários e destinadas à rede. O canal CPCH é utilizado na transmissão de dados de tamanho pequeno e médio (duração de 10, 20, 40 ou 80 *ms*).

O DSCH é um canal de *downlink* compartilhado pelos usuários. Ele é responsável por transportar dados de usuários dedicados ou sinalização de controle para um ou mais usuários em uma célula [11].

O FACH é o canal de *downlink* responsável pelo envio de informações de controle para um ou mais usuários dentro de uma célula. Ele também é utilizado para o envio de pequenas quantidades de pacotes de dados para o móvel. A principal diferença, quando comparado ao canal DSCH, é a utilização de mecanismos rápidos de controle de potência e a possibilidade de variar a taxa de bit a cada quadro [11] [5].

O DCH (*Dedicated Channel*) é o único canal de transporte dedicado. Ele é dedicado a um usuário no *uplink* e no *downlink* e é responsável pelas transmissões de informações de controle e informações de usuário.

2.5.3 Canais Físicos

A informação originada nas camadas superiores é transmitida aos canais físicos através dos canais de transporte. Como foi mencionado anteriormente, existem também canais físicos cuja finalidade é somente auxiliar na sinalização da camada física. Os canais físicos do UTRA-FDD são:

- O CPICH (*Common Pilot Channel*), que é um canal físico de *downlink* usado como referência de fase para os demais canais. Ele também é utilizado pelo

terminal para efetuar medidas destinadas à execução do *handover* e à re-seleção da célula.

- O P-CCPCH (*Primary Common control Physical Channel*), que é o canal físico de *downlink* que transmite informações de controle. É utilizado no transporte do canal de *broadcast* (BCH) e possui uma taxa fixa de 30 kbit/s. Este canal não é transmitido durante os primeiros 256 símbolos de cada *slot*, pois este intervalo é utilizado para a transmissão do canal de sincronismo (SCH -*Synchronization Channel*), que é o canal físico de *downlink* usado no procedimento de procura da célula (*Cell Search* [†]).
- O S-CCPCH (*Secondary Common control Physical Channel*), que é o canal físico de *downlink* que transporta os canais FACH e PCH.
- O PRACH (*Physical Random Access Channel*), que é o canal físico de *uplink* utilizado para transportar o canal RACH.
- O PCPCH (*Physical Common Packet Channel*), que é o canal físico de *uplink* utilizado para transportar o canal CPCH.
- O PDSCH (*Physical downlink Shared Channel*), que é o canal físico de *downlink* utilizado para transportar o canal DSCH.
- O DPDCH (*Dedicated Physical Data Channel*) e o DPCCH (*Dedicated Physical Control Channel*), que são os canais físicos dedicados presentes no *uplink* e no *downlink*. O canal DPDCH é responsável pelo transporte dos dados do usuário e o canal DPCCH transporta a informação de controle. O canal de transporte DCH é mapeado em ambos os canais: DPDCH e DPCCH.
- O AICH (*Acquisition Indicator Channel*), que é o canal físico de *downlink* usado no transporte dos AIs (*Acquisition Indicators*). Esta indicação de aquisição é a resposta ao preâmbulo enviado no canal PRACH.
- O AP-AICH (*CPCH Access Preamble Acquisition Indicator Channel*), que é o canal físico de *downlink* usado no transporte dos APIs (*Acquisition Preamble Indicators*). Esta indicação de aquisição é a resposta ao preâmbulo de acesso enviado no canal PCPCH.
- O CD/CA-AICH (*CPCH Collision Detection/Channel Assignment Indicator Channel*), que é o canal físico de *downlink* usado no transporte dos CDI

[†]Consiste na procura da célula, determinação do código de embaralhamento de *downlink* e sincronização do quadro de canal comum da célula [5].

(*Collision Detection Indicators*) ou CDIs/CAIs (*Collision Detection Indicators/Channel Assignment Indicators*) (caso o *Channel Assignment* for utilizado pelo CPCH). Estas indicações de colisão são respostas ao preâmbulo de detecção de colisão enviado no canal PCPCH.

- O CSICH (*CPCH Status Indicator Channel*), que é o canal físico de *downlink* responsável pela sinalização de disponibilidade do canal CPCHs através de SI (*Status Indicators*).
- O PICH (*Paging Indicator Channel*), que é um canal físico de *downlink* responsável por indicar quando o terminal deve esperar as mensagens de localização do canal PCH.

2.6 Conclusões

Neste capítulo apresentou-se uma breve descrição do sistema UMTS objetivando-se auxiliar a leitura dos capítulos seguintes.

Capítulo 3

Análises da Vazão dos Canais Comuns

Os canais comuns de *uplink* do UTRA-FDD são dois: o RACH (*Random Access Channel*) e o CPCH (*Common Packet Channel*). Ambos canais possuem *slots* de comprimento 5120 símbolos e o grupo de 15 destes *slots* é colocado em dois quadros, ou seja, 20 *ms*.

Neste capítulo apresentam-se os modelamentos matemáticos para o cálculo da vazão dos canais RACH e CPCH. Para isto, descreve-se, de forma sucinta, nas seções 3.1 e 3.2, o procedimento a ser seguido para transmissões no RACH e no CPCH, respectivamente. A Seção 3.3 resume as diferentes abordagens previamente apresentadas na literatura para analisar a vazão destes canais. Nas seções seguintes apresentam-se as análises realizadas nesta dissertação para a obtenção da vazão de ambos os canais e seus respectivos resultados.

3.1 Procedimento do RACH

As transmissões do RACH consistem de duas fases: transmissão do preâmbulo de acesso (do inglês *Access preamble* - AP) e transmissão da mensagem.

O preâmbulo de acesso é constituído de 4096 símbolos (menor que um slot, pois este possui comprimento de 5120 símbolos), os quais são originados de duas seqüências. Uma delas é o código de embaralhamento do preâmbulo de acesso e outra a assinatura do preâmbulo. A assinatura do preâmbulo de acesso constitui-se de 256 repetições de uma assinatura pertencente a um grupo com 16 possibilidades (estas assinaturas utilizam códigos Hadamard) [13]. Os APs são sempre

transmitidos no início do *slot*.

A transmissão da mensagem pode ser feita com fatores de espalhamento espectral de 32 a 256. Seu comprimento pode ser de 10 ou 20 *ms*. Ela pode ser utilizada para transmissões de pequenos pacotes de usuários ou informações de sinalização.

Na fase AP, os preâmbulos são transmitidos com incremento de potência até que sejam detectados pelo Node B, sendo que o tempo entre duas transmissões de preâmbulos consecutivas, τ_{p-p} , deve ser maior ou igual ao mínimo estabelecido τ_{p-pmin} . O tempo entre a transmissão do preâmbulo e a transmissão da mensagem é definido por τ_{p-m} . Ambos os intervalos de tempo τ_{p-pmin} e τ_{p-m} serão iguais a 3 *slots*, quando o *AICH Transmission Timing*, um parâmetro definido pela RRC, assumir valor zero e iguais a 4 *slots*, quando *AICH Transmission Timing* assumir valor um. Os intervalos de tempos (τ_{p-p} e τ_{p-m}) e as transmissões do RACH (AP e mensagem) são ilustradas na Figura 3.1, [14].

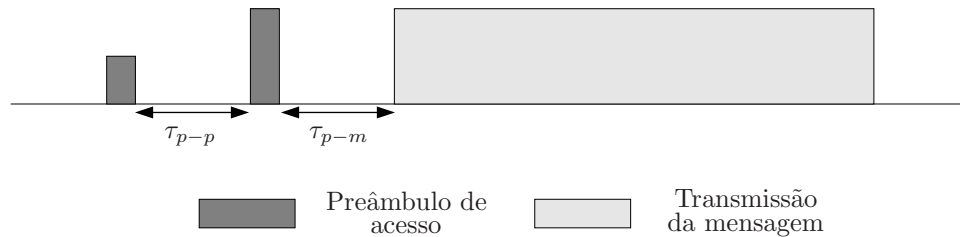


Figura 3.1: As transmissões do RACH.

O procedimento RACH é realizado na subcamada MAC [15] e em conjunto com o procedimento realizado na camada física [16]. Como foi mencionado anteriormente, o canal de transporte RACH é mapeado no canal físico PRACH. O procedimento inicia-se com o UE escolhendo aleatoriamente entre n assinaturas (sendo que o RRC define qual ou quais estão disponíveis) e transmitindo o AP com o código da assinatura escolhida (para cada assinatura existe um código de transmissão de mensagem correspondente). O reconhecimento ao AP é enviado pelo Node B no canal AICH após 1,5 ou 2,5 *slots* (dependendo do valor do *AICH Transmission Timing*). Este reconhecimento pode ser: positivo (ACK) ou negativo (NACK), se a potência de transmissão do AP for suficiente para que o Node B o detecte, ou vazio, caso esta não seja suficiente. O ACK será enviado, quando a assinatura do AP corresponder a um código de transmissão de mensagem que não esteja em uso (que não está sendo usado em transmissões vigentes) e o NACK será enviado, quando a assinatura do AP corresponder a um código

de transmissão de mensagem em uso.

Ao receber o ACK, o UE aguarda o restante do intervalo τ_{p-m} , transmite a mensagem com o código de transmissão de mensagem correspondente ao da assinatura enviada no AP e, a seguir, finaliza o procedimento.

Ao receber um NACK, o UE aguarda um intervalo denominado *backoff time* (descrito em [15]), escolhe aleatoriamente entre n assinaturas e transmite um novo AP. Existe um parâmetro enviado pela RRC que delimita o número de tentativas de transmissões de APs (M_{max}). Caso este número seja alcançado, o procedimento é finalizado e o RRC recebe uma indicação de falha.

Ao receber um reconhecimento vazio, o UE aguarda o tempo correspondente a um quadro (10ms) e retransmite o AP (a assinatura anteriormente escolhida é mantida) incrementando a potência de transmissão. Existe um parâmetro enviado pela RRC que delimita o número de tentativas de retransmissões de APs. Caso este número seja alcançado e M_{max} ainda não tenha sido, o UE escolhe aleatoriamente entre n assinaturas e transmite um novo AP. Caso o M_{max} também seja alcançado, o procedimento é finalizado e o RRC recebe uma indicação de falha.

A colisão no canal RACH ocorre quando mais de um UE escolhem a mesma assinatura, transmitem os preâmbulos e recebem um ACK. A colisão ocorrerá pois estes UEs transmitirão suas mensagens com o mesmo código [17].

Este procedimento foi sintetizado objetivando a obtenção da vazão do canal RACH considerando a disponibilidade total de recursos, *slots* e assinaturas. Conseqüentemente, foi excluída a possível divisão dos recursos em classes diferentes. A probabilidade de permissão, a qual estabelece prioridade para as diferentes classes e é responsável por retardar ou não a transmissão do AP pelo UE, também não foi abordada.

3.2 Procedimento do CPCH

As transmissões do CPCH são constituídas de três fases: a transmissão do preâmbulo de acesso (AP), a transmissão do preâmbulo de detecção de colisão (do inglês *Collision Detection Preamble* - CDP) e a transmissão da mensagem.

O preâmbulo de acesso e o preâmbulo de detecção de colisão são constituídos de 4096 símbolos, os quais são originados de duas seqüências, uma delas é o código de embaralhamento do preâmbulo e outra a assinatura do preâmbulo. A assinatura dos preâmbulos constitui-se de 256 repetições de uma assinatura pertencente a um grupo com 16 possibilidades (estas assinaturas utilizam códigos Hadamard) [13] [15]. Os APs e os CDPs são sempre transmitidos no início do *slot*.

A transmissão da mensagem pode ser feita com fatores de espalhamento que variam de 4 até 256, sendo que o UE pode alterar o fator de espalhamento da mensagem a cada quadro [13]. Seu comprimento pode assumir valores múltiplos inteiros do tempo de um quadro (10 *ms*) sendo o comprimento máximo definido pela RRC. Antecedendo a parte da mensagem, pode ou não existir o preâmbulo de controle de potência (do inglês *Power Control Preamble* - PCP), pois este possui comprimento nulo ou igual a oito *slots*.

Na fase AP, os preâmbulos são transmitidos com incremento de potência até que sejam detectados pelo Node B, sendo que o tempo entre duas transmissões de preâmbulos consecutivas, τ_{p-p} , deve ser maior ou igual ao mínimo estabelecido, τ_{p-pmin} , e inferior ao máximo, 12 *slots*. O tempo entre a transmissão do AP e a transmissão do CDP é definido por τ_{p-cdp} e o tempo entre a transmissão do CDP e a transmissão do PCP é definido por $\tau_{cdp-pcp}$. Os intervalos de tempo τ_{p-pmin} , τ_{p-cdp} e $\tau_{cdp-pcp}$ serão iguais a 3 *slots*, quando o *CPCH transmission timing*, parâmetro definido pela RRC, assumir valor zero e igual a 4 *slots*, quando o *CPCH transmission timing* assumir valor um. Os intervalos de tempos (τ_{p-p} , τ_{p-cdp} e $\tau_{cdp-pcp}$) e as transmissões do CPCH (AP, CDP e mensagem) são ilustradas na Figura 3.2, [14].

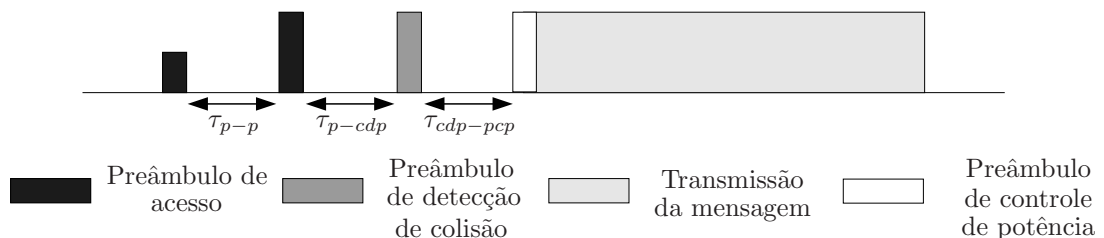


Figura 3.2: As transmissões do canal CPCH [14].

O procedimento do canal CPCH, tal como no canal RACH, é realizado na subcamada MAC e em conjunto com o procedimento realizado na camada física. Como foi mencionado anteriormente, o canal de transporte CPCH é mapeado no canal físico PCPCH. Os procedimentos CPCH apresentados aqui foram estudados em [18]-[25].

No procedimento do canal CPCH denominado como Básico, o UE escolhe aleatoriamente uma dentre n_{AP} assinaturas (o RRC define qual ou quais estão disponíveis) e transmite o AP com o código da assinatura escolhida. Para cada assinatura existe um código de transmissão de mensagem correspondente. O reconhecimento a este preâmbulo é enviado pelo Node B no canal AP-AICH após

1,5 ou 2,5 *slots* (dependendo do valor do *CPCH transmission timing*). Este reconhecimento pode ser positivo (ACK) ou negativo (NACK), se a potência de transmissão do AP for suficiente para que o Node B o detecte, ou vazio, caso a potência não seja suficiente. O ACK será enviado para uma única assinatura escolhida, aleatoriamente, dentre as assinaturas detectadas (pertencentes a preâmbulos detectados) que correspondam a códigos de transmissão de mensagem não usados e o NACK será enviado para as demais assinaturas detectadas [22] [23].

Ao receber um NACK na fase AP, o UE escolhe, aleatoriamente, entre n_{AP} assinaturas e transmite um novo AP. Existe um parâmetro enviado pela RRC que delimita o número de tentativas de transmissões de APs ($N_{access-fails}$). Caso este número seja alcançado, o procedimento é finalizado e o RRC recebe uma indicação de falha.

Ao receber um reconhecimento vazio na fase AP, o UE retransmite o AP (a assinatura anteriormente escolhida é mantida) incrementando a potência de transmissão. Existe um parâmetro enviado pela RRC que delimita o número de tentativas de retransmissões de APs. Caso este número seja alcançado e $N_{access-fails}$ ainda não tenha sido atingido, o UE escolhe, aleatoriamente, entre n_{AP} assinaturas e transmite um novo AP. Caso o $N_{access-fails}$ também seja alcançado, o procedimento é finalizado e o RRC recebe uma indicação de falha.

Ao receber o ACK na fase AP, o UE aguarda o restante do intervalo τ_{p-cdp} , escolhe, aleatoriamente, uma dentre n_{CD} assinaturas (o RRC define qual ou quais estão disponíveis) e transmite o CDP com o código da assinatura escolhida. O reconhecimento a este preâmbulo é enviado pelo Node B no canal CD/CA-ICH após 1,5 ou 2,5 *slots* (dependendo do valor do *CPCH transmission timing*). Este reconhecimento pode ser positivo (ACK) ou negativo (NACK). O ACK será enviado para uma única assinatura selecionada, aleatoriamente, dentre o grupo das detectadas e o NACK será enviado para as demais do mesmo grupo [22] [23].

Ao receber um NACK na fase CD, o UE escolhe, aleatoriamente, entre n_{AP} assinaturas e transmite um novo AP caso $N_{access-fails}$ não tenha sido alcançado. Caso este número seja alcançado, o procedimento é finalizado e o RRC recebe um indicação de falha.

Ao receber o ACK na fase CD, o UE aguarda o restante do intervalo $\tau_{cdp-pcp}$, transmite o PCP, transmite a mensagem com o código de transmissão de mensagem correspondente ao da assinatura enviada no AP e, a seguir, finaliza o procedimento.

A colisão no canal CPCH ocorre, quando mais de um UE escolhem a mesma assinatura na fase CD, transmitem seus CDPs e recebem um ACK. A colisão ocorrerá, pois estes UEs escolheram a mesma assinatura na fase AP e, portanto,

transmitirão suas mensagens com o mesmo código [17].

Os procedimentos mencionados a seguir são derivações do procedimento básico e, portanto, serão aqui descritas apenas as diferenças existentes entre cada um deles e o procedimento básico.

O primeiro deles é o procedimento de monitoramento do canal (do inglês *Channel Monitoring - CM*), no qual o UE, antes de efetuar a seleção de uma assinatura AP, monitora o canal CSICH, objetivando descobrir quais são as assinaturas APs que correspondem a códigos de transmissão de mensagens não usados. Isto impede uma falha na comunicação que ocorre quando existem códigos de transmissão de mensagem não usados e os UEs selecionam somente assinaturas APs correspondentes a códigos usados.

O segundo procedimento é denominado procedimento de atribuição de canal (do inglês *Channel Assignment - CA*), no qual o UE, na fase AP, seleciona, aleatoriamente, uma assinatura, a qual não tem correspondência com o código de transmissão de mensagem, pois este é escolhido pelo Node B e informado junto com o ACK da fase CD. No procedimento CA, o Node B somente emitirá respostas negativas na fase AP, quando todos os códigos de transmissão estiverem ocupados.

3.3 Abordagens para a análise do desempenho dos canais RACH e CPCH

Vários artigos foram publicados com modelos de análise para os canais RACH e CPCH. Nos parágrafos seguintes, faz-se um breve resumo destas análises.

Em [18] propôs-se um novo procedimento para o canal CPCH e comparou-se sua vazão com a vazão para os procedimentos BA, CM e CA. A análise da vazão foi condicionada à existência de um tráfego composto de transmissões de dados e voz. Nesta análise, foram apenas consideradas falhas devidas à escassez de recursos de demodulação, que são conseqüências da provável ocupação dos mesmos em transmissões vigentes, sendo que questões como a possível existência de colisões durante a transmissão da mensagem e o tempo gasto na transmissão de preâmbulos não foram abordadas. No modelamento matemático para o cálculo da vazão utilizou-se a teoria de filas e consideraram-se 16 recursos de demodulação.

Em [19] e [20] apresentaram-se novos procedimentos para o canal CPCH, os quais são uma derivação do procedimento CA. O modelamento matemático da vazão segue considerações feitas em [18], sendo acrescida a análise da interferência de múltiplo acesso que pode ser causada pelo excessivo número de transmissões

de preâmbulos e também pelas próprias transmissões de mensagem. Os números de recursos de demodulação considerados em [19] e [20] foi superiores a 16.

Em [21] analisou-se a vazão do procedimento CM do CPCH. Neste procedimento, o UE monitora o estado de cada um dos códigos de transmissão de mensagem disponíveis (estes códigos podem estar ou não sendo usados em transmissões vigentes) no canal CSICH. O estudo da vazão foi realizado considerando o impacto causado quando o Node B transmite estas informações no canal CSICH, em caráter periódico. A análise matemática segue o modelamento feito em [18] e o número de recursos de demodulação considerado foi 16.

Em [22] e em [23] investigou-se um método de acesso modificado para o canal CPCH, o qual é comparado com o encontrado em [19]. Em [23], os autores seguiram o mesmo modelamento proposto no artigo anterior, [22], sendo abordada mais uma perspectiva, a qual considerou diferenças entre a interferência de múltiplo acesso causada pela transmissão de uma mensagem e a causada pela transmissão de um preâmbulo. Nos artigos [22] e [23] propõem-se um modelamento matemático para o cálculo da probabilidade de permissão diferente do mencionado em [19], e têm sido considerados 16 recursos de demodulação.

Em [24] propôs-se um método matemático para avaliar, tanto na perspectiva da vazão quanto na perspectiva do atraso, o desempenho dos planos propostos para o canal CPCH: BA, CM e CA. Este método utiliza a técnica de Análise do Ponto de Equilíbrio (do inglês *Equilibrium Point Analysis* - EPA). Nesta análise não se considerou a possível existência de colisões durante a transmissão da mensagem. Duas quantidades de recursos de demodulação foram consideradas no modelamento, 8 e 16.

No artigo [25] propôs-se um novo procedimento para o canal CPCH e este foi analisado na perspectiva da vazão e do atraso. Esta análise matemática foi também realizada utilizando a técnica EPA sendo a possível existência de colisões desconsiderada. Realizou-se a análise considerando 16 recursos de demodulação.

Em [26] avaliou-se, analiticamente, a vazão do canal RACH. No modelamento matemático consideraram-se apenas preâmbulos com potência de transmissão acima do limiar de detecção e que existe apenas um recurso de demodulação no *Node B*. Nesta análise foi considerada a existência de colisões.

Em [17] comparou-se, analiticamente, a vazão dos canais RACH e CPCH. O modelamento matemático manteve as considerações feitas em [26] e mencionadas no parágrafo anterior.

Em [27] comparou-se, baseando em simulações, a vazão dos canais RACH e CPCH. Considerou-se nesta avaliação a utilização do canal FACH nas transmissões de *downlink* de ambos canais. Neste artigo consideraram-se 5 recursos

de demodulação e não se mencionou detalhes sobre os procedimentos dos canais.

Em [28] analisou-se, através de simulações, a vazão do canal RACH. Nesta análise considerou-se a existência de 16 recursos de demodulação e a inexistência de colisões.

As análises apresentadas neste trabalho consideraram a possível existência de colisões durante a transmissão da mensagem. Dois cenários foram avaliados: um mais simplificado, no qual admitiu-se a existência de apenas um recurso de demodulação e um segundo, mais completo, no qual considerou-se múltiplos recursos de demodulação, sendo que, neste último, apenas o canal RACH foi analisado.

3.4 Análise do RACH e CPCH Considerando 1 Recurso de Demodulação

A análise considerando um único recurso de demodulação no Node B seguiu aproximações usadas em [17], mas novas expressões para o cálculo da probabilidade de sucesso foram obtidas, sendo estas validadas por simulação. O modelamento matemático mostrado nesta seção e seus respectivos resultados foram publicados em [3].

3.4.1 Análises

No modelo proposto nesta seção, o Node B possui apenas um recurso de demodulação e isto implica na existência de apenas uma única transmissão a cada instante. O desempenho de cada canal, RACH e CPCH, será avaliado individualmente.

No procedimento RACH, dado que o recurso de demodulação não está em uso, o Node B seleciona, aleatoriamente, apenas uma assinatura AP dentre as detectadas (assinaturas utilizadas nos APs detectados) para enviar o reconhecimento positivo (ACK), sendo que as demais recebem um reconhecimento negativo (NACK).

Neste modelamento, os planos do canal CPCH (BA, CM e CA) tornam-se equivalentes, pois em qualquer um dos planos, dado que o recurso de modulação não está em uso, o UE sempre escolhe uma assinatura dentre todas as disponíveis para transmissão do AP (no plano CM isto ocorre porque o Node B indica no canal CSICH que todos os códigos de transmissão de mensagem não estão em uso) e o Node B sempre seleciona uma assinatura AP, dentre as detectadas, para

enviar um ACK (no plano BA, isto ocorre pois não existem códigos de transmissão de mensagem em uso).

Na fase AP do procedimento de ambos os canais, os preâmbulos são transmitidos com aumento de potência até que um ACK ou um NACK seja recebido. Isto pode resultar em um evento indesejado, no qual os UEs enviam preâmbulos abaixo do limiar de detecção e recebem ACKs que não foram destinados a eles. Neste modelamento, tal como em [17], considerou-se que todos os preâmbulos estão acima do limiar de detecção.

Nesta análise, todos os UEs que transmitiram preâmbulos com a assinatura escolhida pelo *Node B* recebem o ACK. O sucesso na transmissão do canal RACH ocorrerá quando a assinatura AP escolhida pelo *Node B* contiver apenas um preâmbulo. No canal CPCH o sucesso ocorrerá quando a assinatura CD, selecionada pelo *Node B* contiver um único preâmbulo. Para a obtenção da vazão de ambos os canais calcula-se, a seguir, a probabilidade de ocorrência para cada um destes eventos.

O modelamento é realizado como um experimento no qual k preâmbulos são colocados em n assinaturas. Este experimento resulta em um número m de assinaturas vazias, sem nenhum preâmbulo, cuja probabilidade de ocorrência pode ser determinada, através do problema da ocupação [29], pela equação

$$P_0(m, k, n) = \binom{n}{m} \sum_{v=0}^{n-m} (-1)^v \binom{n-m}{v} \left(1 - \frac{m+v}{n}\right)^k \quad (3.1)$$

onde $P_0(m, k, n)$ é probabilidade de ocorrência de m assinaturas com zero preâmbulos dado que k preâmbulos são colocados em n assinaturas.

Como m é o número de assinaturas vazias, então $n - m$ é o número de assinaturas ocupadas, com um ou mais preâmbulos, o qual representa o número de assinaturas detectadas. A expressão (3.2), definida NCS (Número de Combinações de Sucessos), determina o número de combinações nas quais uma assinatura selecionada, aleatoriamente, (dentre $n - m$) contenha um único preâmbulo.

$$NCS = \binom{k}{1} (n - m - 1)^{k-1} P_0(0, k - 1, n - m - 1) \quad (3.2)$$

Esta expressão foi aqui definida NCS (Número de Combinações de Sucessos) pois calcula o número de combinações que originam transmissões de sucesso.

O número de possíveis eventos nos quais $n - m$ assinaturas são ocupadas por, no mínimo, um preâmbulo é denominado NTC (Número Total de Combinações)

e calculado por

$$NTC = (n - m)^k P_0(0, k, n - m) \quad (3.3)$$

As expressões (3.1), (3.2) e (3.3) permitem determinar a probabilidade de que uma assinatura escolhida, aleatoriamente, dentre as ocupadas contenha um único preâmbulo. Esta probabilidade é calculada em função dos parâmetros m (assinaturas vazias), n (assinaturas) e k (preâmbulos enviados), sendo $k \geq 1$, e é dada por

$$P_S(m, k, n) = \frac{k}{n} \binom{n}{m} \sum_{r=0}^{n-m-1} (-1)^r \binom{n-m-1}{r} \left(\frac{n-m-1-r}{n} \right)^{k-1} \quad (3.4)$$

Incondicionalmente ao número de assinaturas vazias (m), pode-se reescrever a expressão (3.4) como

$$P_S(k, n) = \sum_{m=\psi}^{n-1} \frac{k}{n} \binom{n}{m} \sum_{r=0}^{n-m-1} (-1)^r \binom{n-m-1}{r} \left(\frac{n-m-1-r}{n} \right)^{k-1} \quad (3.5)$$

na qual

$$\psi = \begin{cases} n - k & \text{se } k < n \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.6)$$

A expressão apresentada em (3.5) foi determinada de modo diferente por [17] e é descrita abaixo para efeito de comparação.

$$\sum_{m=0}^{n-1} P_0(m, k, n) \left(\frac{n-m-1}{n-m} \right)^{k-n+m} \quad (3.7)$$

Objetivando validar a expressão (3.5) fez-se um simulação de Monte Carlo (ver Anexo B.1) para determinar a probabilidade de sucesso em função do número de preâmbulos enviados (k). O número de assinaturas escolhidas para a simulação foi 3 e 4. A Figura 3.3 compara os resultados analíticos (modelamento proposto e o encontrado em [17]) com os resultados obtidos na simulação. Percebe-se que os resultados do modelamento proposto são próximos aos resultados da simulação e diferentes dos apresentados em [17].

No cálculo da probabilidade de sucesso dos canais RACH e CPCH, e posteriormente no cálculo da vazão, considera-se que os preâmbulos gerados por retransmissões e novas transmissões seguem uma distribuição poissoniana com taxa média g preâmbulos por slot. Esta consideração foi utilizada em [17].

A probabilidade de sucesso no ciclo de transmissão do canal RACH, dado

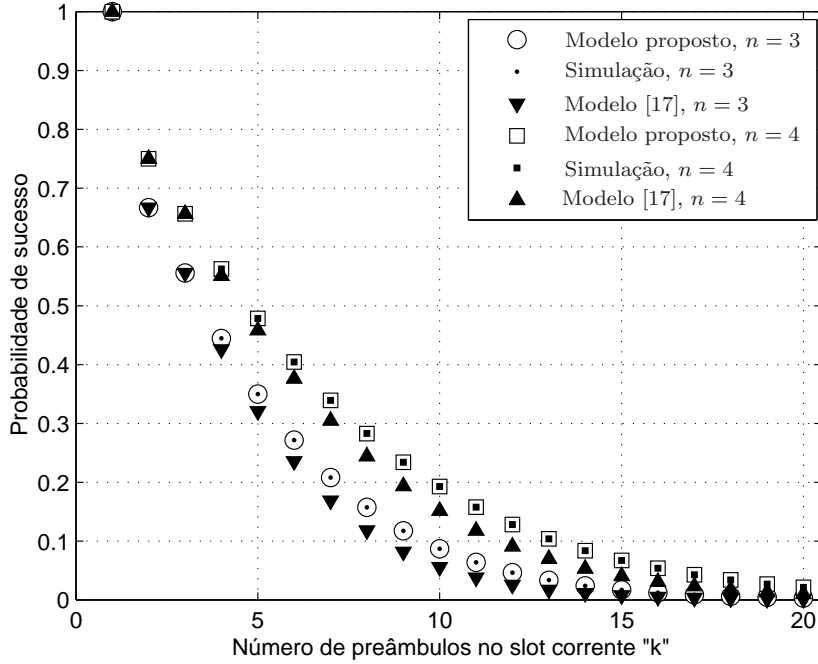


Figura 3.3: Comparação probabilística entre a simulação, o modelo proposto e o modelo [17]

que, no mínimo, um preâmbulo foi enviado, é dada pela expressão (3.8). Esta expressão é incondicional ao número de assinaturas vazias (m) e ao número de preâmbulos enviados (k).

$$P_{S-RACH} = \frac{e^{-g}}{1 - e^{-g}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g^k}{k!} \sum_{m=\psi}^{n-1} P_S(m, k, n) \quad (3.8)$$

Na fase AP do canal CPCH, a probabilidade de m_{AP} assinaturas vazias é calculada por $P_0(m_{AP}, k, n_{AP})$ (expressão (3.1)) na qual k é o número de preâmbulos enviados e n_{AP} é o número de assinaturas. No procedimento CPCH assume-se que l preâmbulos recebem um ACK na fase AP, sendo $l \geq 1$. Estes l preâmbulos seguem uma distribuição Binomial. Na fase CD, os UEs que enviaram os l preâmbulos escolhem entre n_{CD} assinaturas e transmitem seus CDPs. Esta escolha resulta em m_{CD} assinaturas vazias. A probabilidade de uma assinatura CD, selecionada, aleatoriamente, pelo *Node B*, dentre as assinaturas CDs ocupadas, conter apenas um preâmbulo é dada por $P_S(m_{CD}, l, n_{CD})$ (expressão (3.4)). A probabilidade de sucesso no ciclo de transmissão do canal CPCH, dado que ao menos um preâmbulo foi enviado, é calculada pela expressão (3.9), a qual é incondicional em relação ao número k de preâmbulos enviados, ao número m_{AP} e

m_{CD} de assinaturas vazias e ao número l de preâmbulos que receberam um ACK na fase AP.

$$\begin{aligned}
 P_{S-CPCH} &= \frac{e^{-g}}{1 - e^{-g}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g^k}{k!} \sum_{m_{AP}=\psi_1}^{n_{AP}-1} P_0(m_{AP}, k, n_{AP}) \cdot \\
 &\quad \sum_{l=1}^{k-(n_{AP}-m_{AP})+1} \binom{k - (n_{AP} - m_{AP})}{l-1} \left(\frac{1}{n_{AP} - m_{AP}} \right)^{l-1} \cdot \\
 &\quad \left(\frac{n_{AP} - m_{AP} - 1}{n_{AP} - m_{AP}} \right)^{k-(n_{AP}-m_{AP})-(l-1)} \sum_{m_{CD}=\psi_2}^{n_{CD}-1} P_S(m_{CD}, l, n_{CD})
 \end{aligned} \quad (3.9)$$

em que

$$\psi_1 = \begin{cases} n_1 - k & \text{se } k < n_1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\psi_2 = \begin{cases} n_2 - l & \text{se } l < n_2 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.11)$$

As transmissões dos canais RACH e CPCH alternam entre períodos sem transmissão (do inglês *idle periods*) e períodos com transmissão (do inglês *busy periods*). O ciclo de transmissão é definido por um período sem transmissão seguido por um período com transmissão, no qual pode ocorrer um sucesso ou uma colisão. Considerando que os preâmbulos são transmitidos seguindo um processo poissoniano, os ciclos são independentes e seus comprimentos constituem um processo de renovação [17]. A vazão é calculada como a razão entre o tempo médio de uma transmissão com sucesso e o tempo médio de um ciclo. A expressão (3.12) é usada para calcular a média da vazão normalizada, considerando a existência de um único demodulador no *Node B*.

$$S(g) = \frac{P_{s-CH} \cdot msg}{\frac{e^{-g}}{1-e^{-g}} + msg + \alpha} \quad (3.12)$$

Na expressão (3.12), msg é o tamanho da mensagem em *slots*, α é o tempo gasto na transmissão do AP, no caso do canal RACH, e nas transmissões do AP, do CDP e do PCP, no caso do canal CPCH. A probabilidade P_{s-CH} é a probabilidade P_{S-RACH} (expressão (3.8)) para o canal RACH e P_{S-CPCH} (expressão (3.9)) para o canal CPCH.

3.4.2 Comparação do desempenho dos canais RACH e CPCH

Nesta subseção, compara-se a vazão dos canais RACH e CPCH. O número de assinaturas utilizado em ambos os canais, RACH e CPCH, é 16. No caso do canal CPCH, estas 16 assinaturas são divididas entre a fase AP (n_{AP}) e a fase CD (n_{CD}), sendo $CPCH(n_{AP}, n_{CD})$ definido como as possíveis configurações para o canal CPCH. A probabilidade de sucesso para os canais RACH e CPCH calculada pelas expressões (3.8) e (3.9), é apresentada na Figura 3.4. Consideram-se as seguintes configurações para o canal CPCH: $CPCH(2, 14)$, $CPCH(4, 12)$, $CPCH(6, 10)$ e $CPCH(8, 8)$. Os resultados encontrados para as configurações $CPCH(10, 6)$, $CPCH(12, 4)$ e $CPCH(14, 2)$ são similares aos resultados mostrados na Figura 3.4. O melhor desempenho dentre as configurações do CPCH foi a $CPCH(8, 8)$. Comparando o canal RACH ao canal CPCH, ficou evidenciado o melhor desempenho de todas as possíveis configurações CPCHs.

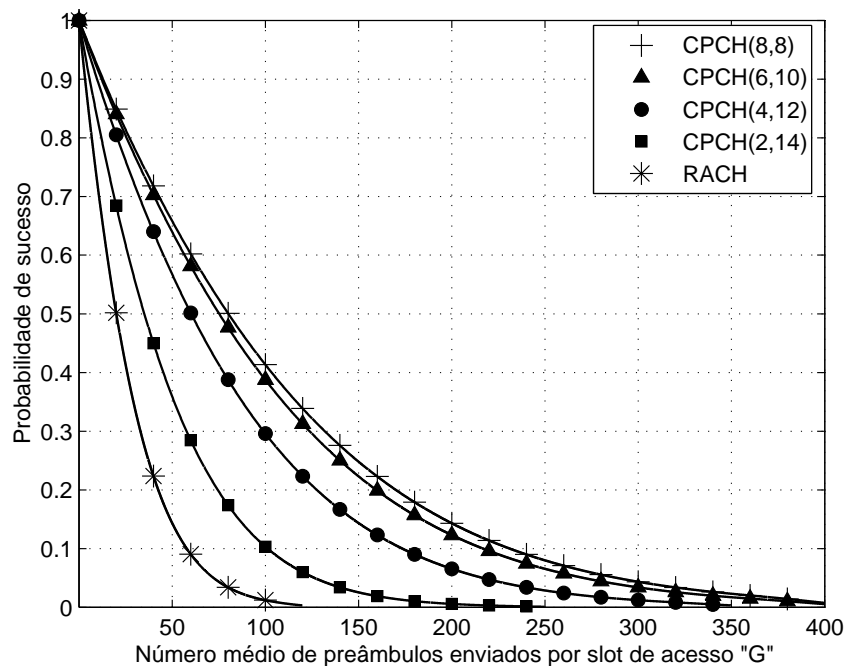


Figura 3.4: Probabilidade de sucesso para os canais RACH e CPCH, expressões 3.8 e 3.9.

A Figura 3.5 mostra a comparação da vazão dos canais RACH e CPCH, considerando o atraso devido à transmissão de préambulos igual a 3 slots e a 6 slots, respectivamente. Estes atrasos foram descritos nas seções 3.1 e 3.2, sendo que o

comprimento adotado para PCP do canal CPCH é igual a zero. A configuração do canal CPCH escolhida para a comparação foi a $CPCH(8, 8)$, pois esta possui o melhor desempenho. Utilizou-se no canal RACH dois tamanhos para as mensagens: $msg = 8$ e $msg = 15$. No caso do canal CPCH, os valores escolhidos para o msg foram: 8, 15, 30, 60 e 120. Observa-se, tomando-se ambos os canais com o mesmo comprimento de mensagem, que o desempenho do canal RACH decresce mais drasticamente com o aumento do valor de g que o desempenho do canal CPCH. A vazão do canal RACH é maior que a do canal CPCH para valores de g inferiores a 6.3 e 9.7, para msg igual a 8 e 15, respectivamente. Pode-se também observar que o desempenho de ambos os canais melhoram com o aumento do comprimento da mensagem. O canal CPCH apresenta uma maior variação de desempenho devido a dois fatores: o comprimento da mensagem do canal CPCH possuir uma maior variação que a do canal RACH e o atraso na transmissão de preâmbulos no canal CPCH ser maior que a do canal RACH, implicando em maior impacto na vazão (principalmente para mensagens de menor comprimento).

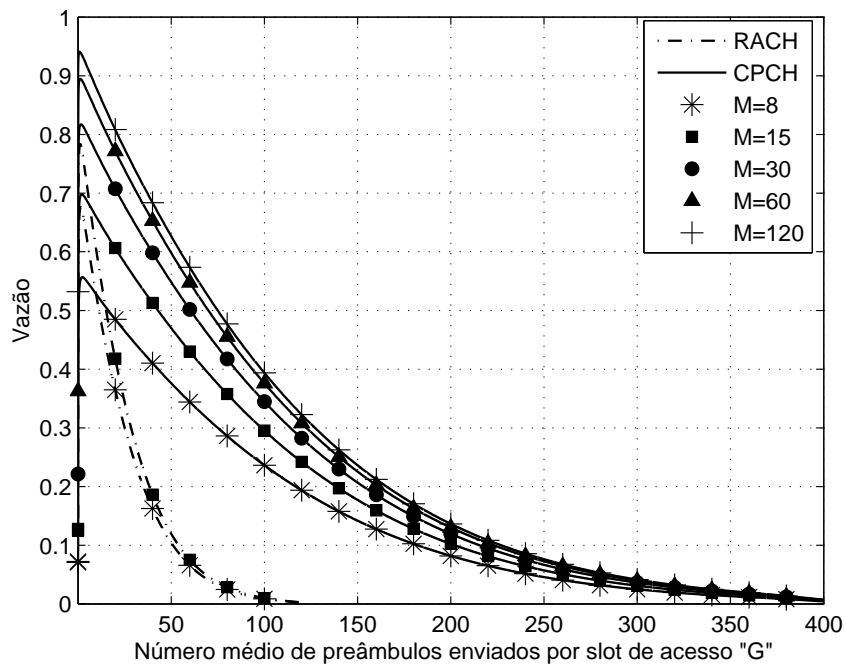


Figura 3.5: Vazão do RACH e do CPCH com atrasos iguais $\alpha = 3$ e $\alpha = 6$, respectivamente.

A Figura 3.6 mostra outra configuração de atraso para a transmissão de preâmbulos, sendo 4 *slots* para o canal RACH e 8 *slots* para canal CPCH (ver seções 3.1 e 3.2). Novamente, o comprimento adotado para o PCP do canal CPCH é nulo. A configuração para o canal CPCH é a mesma utilizada na Figura

3.5 ($CPCH(8, 8)$). Considerando o uso do mesmo comprimento de mensagem em ambos os canais, o desempenho do canal RACH é melhor que o canal CPCH unicamente para valores de g inferiores a 7.8 e 11.5, para os comprimentos de mensagem $msg = 8$ e $msg = 15$, respectivamente. Observa-se que todas as configurações de canais da Figura 3.6 têm um pior desempenho, quando comparadas à mesma configuração de canal da Figura 3.5, devido ao maior atraso nas transmissões dos preâmbulos.

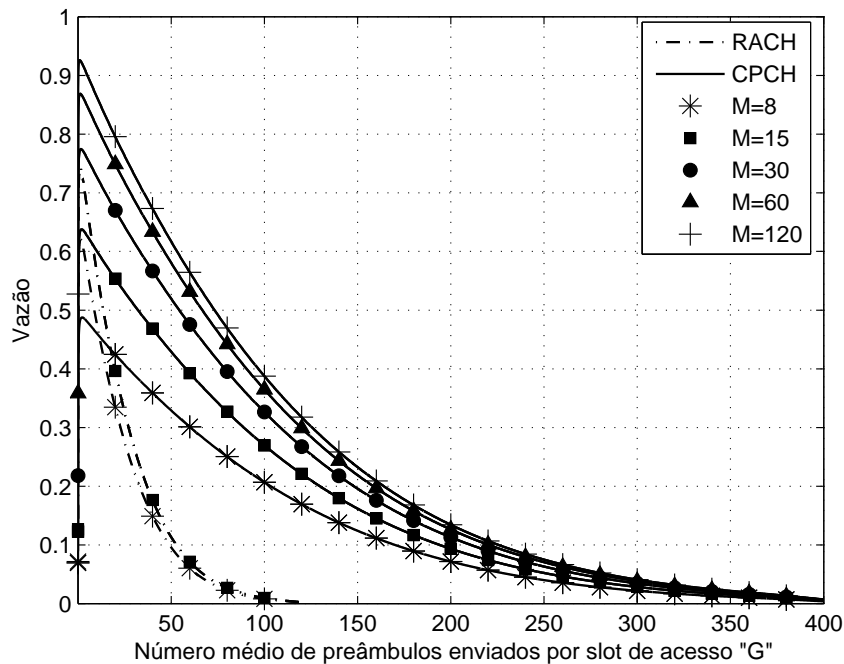


Figura 3.6: Vazão do RACH e do CPCH com atrasos iguais $\alpha = 4$ e $\alpha = 8$, respectivamente.

Pode ser observado através das Figuras 3.5 e 3.5, que a diferença de desempenho entre os canais RACH e CPCH torna-se mais evidente com o aumento da taxa de chegada dos preâmbulos. Esta observação demonstra a importância da fase CD no canal CPCH.

Estes resultados contrariaram a seguinte afirmativa apresentada em [17]: “*the throughput advantage for CPCH is mainly due to longer message size and the effect on throughput of the CD phase is not significant*”.

3.5 Análise Considerando Múltiplos Recursos de Demodulação

A análise com múltiplos recursos de demodulação estende a análise feita na seção 3.4, na qual considerou-se a existência de um único recurso de demodulação no *Node B*. A existência de um único recurso implica em uma única transmissão por vez, sendo que cada canal RACH é capaz de processar até 16 transmissões simultâneas. O objetivo da análise proposta nesta seção é fazer um modelo matemático de avaliação de desempenho que se aproxime do protocolo encontrado nas especificações [15] e [16].

Novamente, nesta seção, considerou-se que todos os preâmbulos são transmitidos com potência acima do limiar de detecção e, tal como na seção 3.4, o modelamento é realizado como um experimento no qual k preâmbulos são colocados em n assinaturas. Este experimento resulta em um número m de assinaturas vazias e em um número $n - m$ de assinaturas ocupadas, que contenham um ou mais preâmbulos.

3.5.1 Análise do Procedimento RACH

No procedimento RACH descrito na seção 3.1, o *Node B* envia ACKs para todas as assinaturas detectadas (aqui representadas pelas assinaturas ocupadas, que possuem um ou mais preâmbulos) e que correspondam a códigos de transmissão de mensagem não usados, sendo que os NACKs são enviados para as demais assinaturas detectadas. Em cada assinatura que recebe um ACK pode existir um ou mais preâmbulos, o que implica que um ou mais UEs escolheram a mesma assinatura. O sucesso na transmissão ocorrerá somente quando a assinatura que receber o ACK possuir apenas um preâmbulo associado; e a colisão ocorrerá quando esta assinatura possuir mais de um preâmbulo.

Para a obtenção do número de sucessos, s , e de colisões, c , no procedimento RACH é necessário conhecer quais são os códigos de transmissão de mensagem em uso. Porém, é possível modelar matematicamente o problema sem este conhecimento. Para ilustrar esta possibilidade utiliza-se o exemplo a seguir.

No exemplo escolhido, três assinaturas ($n = 3$) são ocupadas por quatro preâmbulos ($k = 4$). Os possíveis eventos gerados por esta ocupação são apresentados na Tabela 3.1. Estes eventos representam as transmissões de 4 preâmbulos em um dado *slot*, sendo que cada um destes preâmbulos pode ser enviado com

uma das três assinaturas ass_a , ass_b ou ass_c . Estes eventos foram agrupados em 4 classes (z , x , w e y) em função de seu número de ocorrência. Ou seja, o número de ocorrências dos eventos z_i e z_j é igual para qualquer i e j e diferente do número de ocorrências dos eventos x_i , w_i ou y_i . Os eventos z_i ocorrem apenas uma vez e cada um dos eventos x_i , w_i e y_i ocorrem 4, 6 e 12 vezes, respectivamente. Estes números de ocorrências são obtidos através da combinação de preâmbulos em cada tipo de evento. Por exemplo, o evento x_1 , (3,1,0), se repete 4 vezes, pois as seguintes combinações de preâmbulos são possíveis: $(k_1k_2k_3,k_4,0)$, $(k_1k_2k_4,k_3,0)$, $(k_1k_3k_4,k_2,0)$ e $(k_2k_3k_4,k_1,0)$.

Tabela 3.1: *Eventos possíveis dado $k = 4$ e $n = 3$.*

Eventos Possíveis	Assinaturas ($n = 3$)		
	ass_a	ass_b	ass_c
z_1	4	0	0
z_2	0	4	0
z_3	0	0	4
x_1	3	1	0
x_2	3	0	1
x_3	1	3	0
x_4	0	3	1
x_5	1	0	3
x_6	0	1	3
w_4	2	2	0
w_5	2	0	2
w_6	2	2	0
y_1	2	1	1
y_2	1	2	1
y_3	1	1	2

Na Tabela 3.2, o procedimento RACH é analisado considerando uma situação aleatória, na qual apenas a assinatura ass_a corresponde a um código de transmissão de mensagem em uso. Sendo assim, todos os preâmbulos enviados com esta assinatura recebem um NACK (coluna Reconhecimentos - subcoluna ass_a) e, portanto, não geram transmissões de mensagem. Todos os preâmbulo enviados com as assinaturas ass_b e ass_c recebem um ACK (coluna Reconhecimentos - subcolunas ass_b e ass_c) e, conclusivamente, geram transmissões de mensagens nas quais podem ocorrer sucesso ou colisão. O sucesso ocorrerá quando existir apenas um preâmbulo na assinatura que recebeu o ACK e a colisão ocorrerá quando existir mais de um preâmbulo na assinatura que recebeu o ACK. Quando não existirem preâmbulos em uma assinatura, o reconhecimento é vazio (v) e, portanto,

não se geram transmissões de mensagens. Na coluna resultado das transmissões, nesta tabela, s representa o número de mensagens transmitidas com sucesso e c o número de colisões.

Tabela 3.2: *Transmissões do RACH dado $k = 4$, $n = 3$ e ass_a em uso.*

Eventos Possíveis	Assinaturas ($n = 3$)			Reconhecimentos enviados pelo Node B			Resultado das Transmissões	
	ass_a	ass_b	ass_c	ass_a	ass_b	ass_c	s	c
z_1	4	0	0	NACK	v	v	0	0
z_2	0	4	0	v	ACK	v	0	1
z_3	0	0	4	v	v	ACK	0	1
x_1	3	1	0	NACK	ACK	v	1	0
x_2	3	0	1	NACK	v	ACK	1	0
x_3	1	3	0	NACK	ACK	v	0	1
x_4	0	3	1	v	ACK	ACK	1	1
x_5	1	0	3	NACK	v	ACK	0	1
x_6	0	1	3	v	ACK	ACK	1	0
w_4	2	2	0	NACK	ACK	v	0	1
w_5	2	0	2	NACK	v	ACK	0	1
w_6	0	2	2	v	ACK	ACK	0	2
y_1	2	1	1	NACK	ACK	ACK	2	0
y_2	1	2	1	NACK	ACK	ACK	1	1
y_3	1	1	2	NACK	ACK	ACK	1	1

Pode-se observar que, se a assinatura em uso da Tabela 3.2, ass_a , for trocada para ass_b ou para ass_c , o somatório do número de sucessos e de colisões de cada tipo de evento não se altera. Por exemplo, no evento tipo z tem-se $\sum s = 0$ e $\sum c = 2$, independente de qual assinatura está ocupada. Sendo assim, será proposta uma alteração na forma de analisar o procedimento RACH que possibilita o modelamento matemático e não implica em alterações no resultado. No modelamento proposto considera-se que r recursos de demodulação não estão em uso (não usados em transmissões vigentes) e que o *Node B* seleciona, aleatoriamente, um grupo de r assinaturas dentre n disponíveis. O ACK é enviado para as assinaturas ocupadas e que pertencem ao grupo selecionado. O NACK é enviado para as assinaturas ocupadas e não pertencentes ao grupo selecionado. O reconhecimento vazio continuará sendo enviado para todas as assinaturas que não possuem nenhum preâmbulo.

A Tabela 3.3 mostra as transmissões no modelamento proposto para o canal RACH considerando todas as possíveis seleções de assinaturas feitas pelo Node B, dado $k = 4$, $n = 3$ e $r = 2$. Nesta tabela, diferentemente da Tabela 3.2, não foi apresentada a coluna de Reconhecimento, mas todas as assinaturas sele-

cionadas pelo Node B que contenham um ou mais preâmbulos receberam ACK e, conclusivamente, originaram transmissões de mensagens, nas quais podem ocorrer sucesso ou colisão. Pode-se observar que o somatório do número de sucesso, s , e do número de colisão, c , de cada tipo de evento (z, x, w, y) não se altera, independente de quais assinaturas foram selecionadas pelo Node B. Por exemplo, no evento tipo z tem-se $\sum s = 0$ e $\sum c = 2$, independente de quais assinaturas foram selecionadas pelo Node B.

Tabela 3.3: Possíveis transmissões no modelamento proposto para dado $k = 4$, $n = 3$ e $r = 2$.

Eventos Possíveis	Assinaturas ($n = 3$)			Mensagens transmitidas considerando todas as possíveis escolhas de assinaturas					
	ass_a	ass_b	ass_c	ass_a e ass_b		ass_a e ass_c		ass_b e ass_c	
				s	c	s	c	s	c
z_1	4	0	0	0	1	0	1	0	0
z_2	0	4	0	0	1	0	0	0	1
z_3	0	0	4	0	0	0	1	0	1
x_1	3	1	0	1	1	0	1	1	0
x_2	3	0	1	0	1	1	1	1	0
x_3	1	3	0	1	1	1	0	0	1
x_4	0	3	1	0	1	1	0	1	1
x_5	1	0	3	1	0	1	1	0	1
x_6	0	1	3	1	0	0	1	1	1
w_4	2	2	0	0	2	0	1	0	1
w_5	2	0	2	0	1	0	2	0	1
w_6	0	2	2	0	1	0	1	0	2
y_1	2	1	1	1	1	1	1	2	0
y_2	1	2	1	1	1	2	0	1	1
y_3	1	1	2	2	0	1	1	1	1

O número total de ocorrências de s sucessos dado r , k e n é denominado $ns(s, r, k, n)$. No exemplo anterior ($r = 2$, $k = 4$ e $n = 3$), s assume os valores: 0, 1 e 2; então é possível calcular $ns(0, 2, 4, 3)$, $ns(1, 2, 4, 3)$ e $ns(2, 2, 4, 3)$. Estes valores são obtidos somando o número de ocorrências de s sucessos de cada um dos tipos de eventos (z, x, w e y). Considerando o número de formas de ocorrência de cada tipo de evento os valores de $ns(0, 2, 4, 3)$, $ns(1, 2, 4, 3)$ e $ns(2, 2, 4, 3)$ são dados pelas expressões 3.13a, 3.13b e 3.13c, onde Rx , Ry , Rz e Rw são o número de formas de ocorrência dos eventos x , y , z e w , respectivamente, e Sx , Sy , Sz e Sw são o número de ocorrência de s sucessos para os eventos x , y , z e w , respectivamente. Os valores de Rx , Ry , Rz e Rw são, respectivamente, 1, 4, 6 e 12 (vide página 28). Os valores se Sx , Sy , Sz , Sw são retirados da tabela 3.3 (qualquer uma das subcolunas de assinaturas selecionadas).

$$\begin{aligned}
ns(0, 2, 4, 3) &= Rz \cdot \sum s_z + Rx \cdot \sum s_x + Rw \cdot \sum s_w + Ry \cdot \sum s_y \\
&= 1 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 12 \cdot 0 \\
&= 29
\end{aligned} \tag{3.13a}$$

$$\begin{aligned}
ns(1, 2, 4, 3) &= Rz \cdot \sum s_z + Rx \cdot \sum s_x + Rw \cdot \sum s_w + Ry \cdot \sum s_y \\
&= 1 \cdot 0 + 4 \cdot 4 + 6 \cdot 0 + 12 \cdot 2 \\
&= 40
\end{aligned} \tag{3.13b}$$

$$\begin{aligned}
ns(2, 2, 4, 3) &= Rz \cdot \sum s_z + Rx \cdot \sum s_x + Rw \cdot \sum s_w + Ry \cdot \sum s_y \\
&= 1 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 6 \cdot 0 + 12 \cdot 1 \\
&= 12
\end{aligned} \tag{3.13c}$$

A expressão final para o cálculo do número de ocorrência de s sucessos dado r , k e n é dada por (vide dedução no Anexo A)

$$ns_m(s, r, k, n) = \begin{cases} \left(\binom{r}{\phi} \sum_{a=0}^{\min(\phi, k-s)} (-1)^a \binom{\phi}{a} \frac{k!}{(k-s-a)!} \right) \cdot \\ (n-s-a)^{k-s-a} & \text{se } n > r \text{ ou } (n = r \text{ e } k \neq r) \\ \left(\binom{r}{\phi} \left[(-1)^\phi k! + \sum_{a=0}^{\phi-1} (-1)^a \binom{\phi}{a} \frac{k!}{(k-s-a)!} \right] \right) \cdot \\ (n-s-a)^{k-s-a} & \text{se } n = r \text{ e } k = r \text{ e } s \neq r \\ k! & \text{se } n = r \text{ e } k = r \text{ e } s = r \end{cases} \tag{3.14}$$

na qual $\phi = r - s$ e a função $\min(a, b)$ seleciona o menor número entre a e b . Esta expressão é válida para valores de $k \geq s$ e de $0 < s \leq r$. Se $k < s$, o número de ocorrência de s sucessos é zero.

A expressão final para o cálculo do número de ocorrência de c colissões dado r , k e n é dada pela expressão 3.15 (vide dedução no Anexo A).

$$\begin{aligned}
nc_m(c, r, k, n) &= \binom{r}{\theta} \sum_{x=0}^{c-1} (-1)^x \binom{c-1}{x} \sum_{a=0}^{\delta} \binom{x+\theta}{a} \cdot \\
&\left[\frac{k!}{(k-a)!} (n-x-\theta)^{k-a} - \frac{k!}{(k-a)!} (n-x-\theta-1)^{k-a} \right. \\
&\left. - \frac{k!}{(k-a-1)!} (n-x-\theta-1)^{k-a-1} \right] \quad (3.15)
\end{aligned}$$

na qual $\theta = r - c$ e δ é descrito por

$$\delta = \begin{cases} \min(x + \theta, k - 2) & \text{se } r = n \text{ e } k \leq n \\ \min(x + \theta, k - 1) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.16)$$

A expressão (3.15) é válida para valores de $k \geq 2c$ e de $0 < c \leq r$. Se $k < 2c$, o número de ocorrência de c colisões é zero.

Com estes resultados é possível obter a probabilidade de s sucessos dados r , k e n , denominada $ps_m(s, r, k, n)$. Esta probabilidade pode ser obtida dividindo-se o número de s ocorrências de sucesso, $ns_m(s, r, k, n)$, pelo número total de eventos possíveis n^k , ou seja,

$$ps_m(s, r, k, n) = \frac{ns_m(s, r, k, n)}{n^k} \quad (3.17)$$

A probabilidade de c colisões será calculada do mesmo modo. Primeiramente, obtém-se o número de ocorrências de c colisões, $nc_m(c, r, k, n)$, tal como foi obtido $ns(s, r, k, n)$, e, em seguida, divide-se este número pelo número total de eventos possíveis n^k , ou seja,

$$pc_m(c, r, k, n) = \frac{nc_m(c, r, k, n)}{n^k} \quad (3.18)$$

Seguindo [17], considera-se que os preâmbulos gerados por novas transmissões e por retransmissões seguem uma distribuição poissoniana com taxa média de g preâmbulos por slot. Com isto, pode-se reescrever as expressões (3.17) e (3.18), respectivamente, como

$$Ps_m(s, r, g, n) = e^{-g} \sum_{k=s}^{\infty} \frac{g^k}{k!} P_s(s, r, k, n) \quad (3.19)$$

$$Pc_m(c, r, g, n) = e^{-g} \sum_{k=2c}^{\infty} \frac{g^k}{k!} P_c(c, r, k, n) \quad (3.20)$$

Para validar as expressões (3.19) e (3.20) compararam-se os resultados analíticos com os resultados obtidos por meio de simulação de Monte Carlo, considerando $r = 2$ e $n = 3$. Com base nas expressões, pode-se calcular $s = 1$, $s = 2$, $c = 1$ e $c = 2$, ($P_{s_m}(1, 2, g, 3)$, $P_{s_m}(2, 2, g, 3)$, $P_{c_m}(1, 2, g, 3)$ e $P_{c_m}(2, 2, g, 3)$, respectivamente). As Figuras 3.7 e 3.8 mostram as comparações. Observa-se que os resultados calculados são próximos aos simulados.

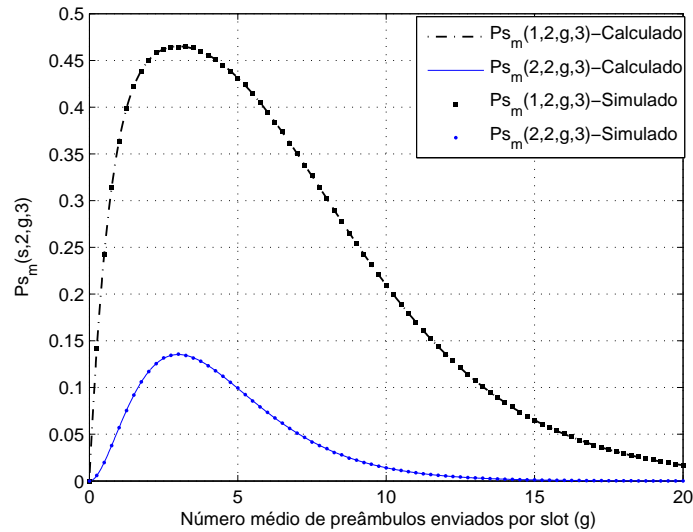


Figura 3.7: Probabilidade de s sucessos no canal RACH- $P_{s_m}(s, r, g, n)$.

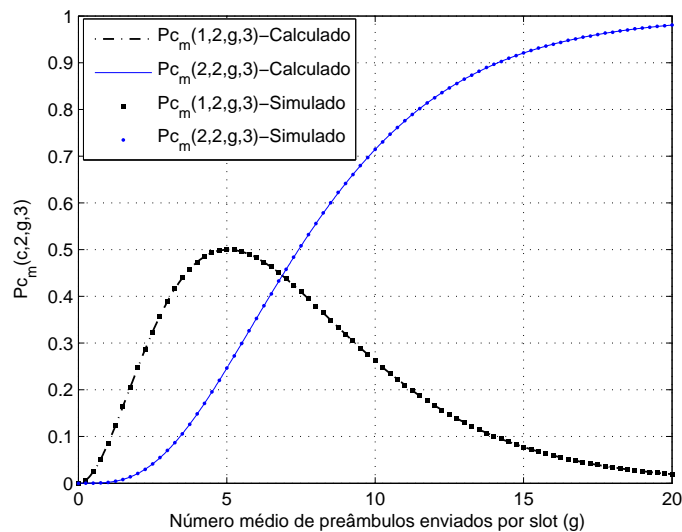


Figura 3.8: Probabilidade de c colisões no canal RACH- $P_{c_m}(c, r, g, n)$.

O número médio de sucessos e colisões, dados os valores de r , g e n , são determinados pelas expressões (3.21) e (3.22), respectivamente,.

$$E_m[s] = 1.P_{s_m}(1, r, g, n) + \dots + r.P_{s_m}(r, r, g, n) \quad (3.21)$$

$$E_m[c] = 1.P_{c_m}(1, r, g, n) + \dots + r.P_{c_m}(r, r, g, n) \quad (3.22)$$

Quando o UE recebe um ACK em um dado slot, ele está autorizado a transmitir uma mensagem que possui comprimento de 10 ou 20 ms (correspondendo, aproximadamente, a $msg = 8$ ou $msg = 15$ slots). Isto mantém um recurso de demodulação em uso durante o tempo de duração de uma mensagem. Então, o número de recursos que não estão em uso (r) é um processo dinâmico e para calcular o número médio de transmissões de sucesso no canal, $S_{\text{médio}}$, deve-se utilizar as expressões (3.21) e (3.22), que são validadas para um valor determinado de r , e um algoritmo recursivo. Este algoritmo, denominado algoritmo 1, no qual considera-se um dado valor de g e de msg , é descrito a seguir. O número de assinaturas considerado é 16 ($n=16$).

Algoritmo 1: Cálculo de $S_{\text{médio}}$

início

$n = 16$

$msg = 8$ ou $msg = 15$

$s = \text{zeros}(msg)$

$c = \text{zeros}(msg)$

para $slot = 1$ **até** 10^3 **faça**

$j = slot - \left\lfloor \frac{slot-1}{msg} \right\rfloor * msg$

$s(j) = 0$

$c(j) = 0$

$r = \text{round} \left(n - \sum_{t=1}^{msg} s(t) - \sum_{t=1}^{msg} c(t) \right)$

se $r > 0$ **então**

$s(j) = E_m[s]$

$c(j) = E_m[c]$

$vs(slot) = \sum_{t=1}^{msg} s(t)$

$S_{\text{médio}} = \frac{1}{10^3} \sum_{t=1}^{10^3} vs(t)$

fim

No Algoritmo 1, j é um vetor auxiliar para controlar o número de cada $slot$. Este vetor efetua uma numeração de slots em módulo msg , onde msg é o tamanho

da mensagem. Por exemplo, considerando $msg = 8$ a numeração será de 1 até 8 (módulo 8). Então, o nono *slot* terá número igual a um. Os vetores s e c memorizam o número médio de sucessos e colisões em cada *slot*. A função $zeros(a)$ cria um vetor nulo de comprimento a ; a função $round(b)$ arredonda o número real b para o número inteiro mais próximo e a função $\lfloor c \rfloor$ arredonda o número real c para o número inteiro mais próximo na direção do zero.

A vazão normalizada é computada dividindo o número médio de transmissões de sucessos, $S_{\text{médio}}$, pelo número de recursos de demodulação existentes no Node B, 16. O resultado é apresentado na Figura 3.9, o qual considera o tempo entre a transmissão do AP e a transmissão da mensagem nulo. Nesta figura também incluem-se os resultados obtidos com simulação de Monte Carlo. Pode-se observar uma pequena variação entre o resultado analítico e o resultado obtido por simulação (vide Anexo B.3). Isto se deve ao arredondamento feito no Algoritmo 1 para obtenção de um valor inteiro para r . Pode-se observar também que a vazão do canal RACH possui valor máximo próximo de 0.65 e 0.72 para $msg = 8$ e $msg = 15$, respectivamente.

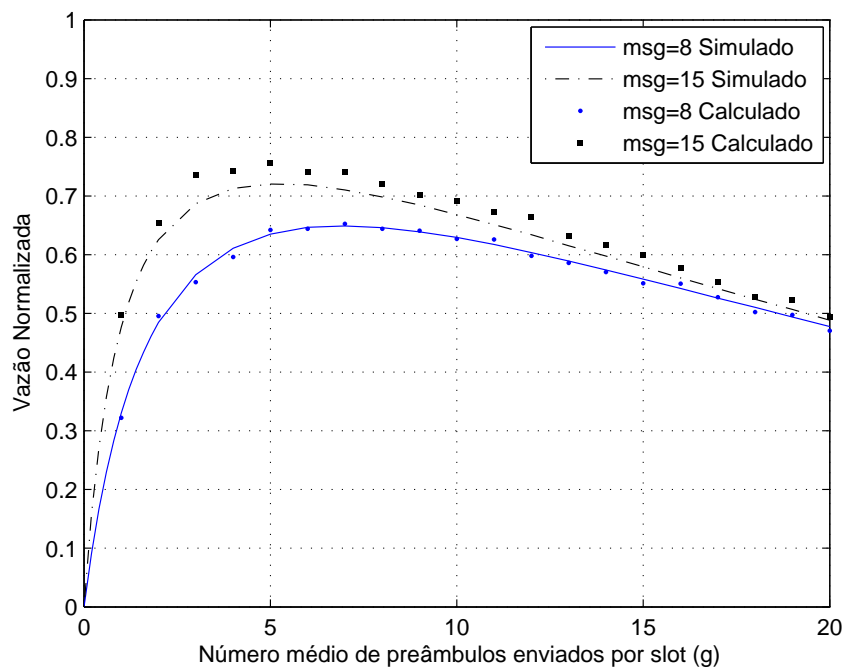


Figura 3.9: Vazão do canal RACH.

3.5.2 Procedimento Proposto para o Canal RACH

Durante a análise do procedimento RACH constatou-se uma queda de desempenho proveniente da ocorrência de um evento, no qual existem códigos de transmissão de mensagens que não estão em uso e apenas são emitidos preâmbulos com assinaturas correspondentes a códigos de transmissão em uso. Caso este evento ocorra, o Node B emite NACKs para todas as assinaturas detectadas e, conseqüentemente, nenhuma transmissão é inicializada apesar de existirem códigos de transmissão de mensagens que não estão em uso. Inspirado no procedimento CA do canal CPCH, propõe-se, nesta, subseção uma alteração no procedimento RACH que inibe a ocorrência do evento acima mencionado e, conclusivamente, melhora o desempenho do canal. No procedimento proposto não existe correspondência entre o código de transmissão de mensagem e a assinatura enviada no AP, pois o *Node B* indicará, junto com o reconhecimento positivo (ACK), o código de transmissão de mensagem a ser usado pelo UE.

No procedimento proposto, se o número de assinaturas detectadas for menor ou igual ao número de códigos de transmissão de mensagem que não estão em uso, o *Node B* emite ACKs para todas as assinaturas detectadas. Caso contrário, o *Node B* seleciona, aleatoriamente, um número de assinaturas detectadas correspondente ao número de códigos de transmissão de mensagens que não estão em uso e, em seguida, envia ACKs para as assinaturas selecionadas, sendo que as demais assinaturas detectadas recebem NACKs.

No modelamento matemático deste procedimento, o número r de recursos não usados equivale ao número de códigos de transmissão que não estão em uso e o número de assinaturas detectadas é representado pelo número de assinaturas ocupadas $n - m$. Então, quando o evento $r \geq n - m$ ocorrer, o *Node B* enviará ACKs para todas as assinaturas ocupadas. Caso contrário, o *Node B* faz uma seleção aleatória de r assinaturas dentre as assinaturas ocupadas, enviando ACKs para todas as selecionadas e NACKs para as demais.

Em cada uma das assinaturas que receberam o ACK pode existir um ou mais preâmbulos, o que implica que um ou mais UEs escolheram a mesma assinatura. O sucesso na transmissão ocorrerá somente quando a assinatura que receber o ACK possuir apenas um preâmbulo associado.

A existência de múltiplos recursos de demodulação no *Node B* resulta na possibilidade de múltiplas transmissões de sucesso. A probabilidade de s sucessos, $P_{s_{mp}}(s, r, k, n)$, será calculada em função do número $n - m$ de assinaturas ocupadas e do número r de recursos disponíveis. O valor de $n - m$ está entre o

número de transmissões com sucesso, s , e o número de assinaturas, n , ou seja,

$$s \leq n - m \leq n \quad (3.23)$$

O número de colisões existentes, c , é calculado por

$$c = \begin{cases} (n - m) - s & \text{se } n - m \leq r \\ r - s & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.24)$$

A probabilidade de s sucessos é obtida somando-se a probabilidade de sucesso para cada um dos valores possíveis de $n - m$ (vide expressão (3.23)), ou seja,

$$P_{s_{mp}}(s, r, k, n) = \sum_{n-m=s}^n P(s, r, k, n) \quad (3.25)$$

na qual $P(s, r, k, n)$ é a probabilidade de s sucessos para cada um dos valores possíveis de $n - m$. Esta probabilidade, dado os valores r e k , é calculada pela equação (3.26), se $n - m \leq r$, e pela equação (3.27), se $n - m > r$ e $k \geq (n - m) + (r - s)$.

$$P(s, r, k, n) = \begin{cases} \beta(s) & \text{se } c = 0 \text{ e } k = 2(n - m) - s \\ \beta(s) & \text{se } c = 1 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+\xi)} \binom{k-s}{x_1} & \text{se } c = 2 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+2\xi)} \binom{k-s}{x_1} \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+\xi+x_1)} \binom{k-s-x_1}{x_2} & \text{se } c = 3 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(c-1)\xi)} \binom{k-s}{x_1} \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+(c-2)\xi+x_1)} \dots & \dots \\ \dots \sum_{x_{c-1}=\xi}^{k-(s+\xi+x_1+\dots+x_{c-2})} \binom{k-s-x_1-\dots-x_{c-2}}{x_{c-1}} & \dots \\ 0 & \text{se } 4 \leq c \leq 16 \text{ e } k \geq 2(n - m) - s \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.26)$$

$$P(s, r, k, n) = \begin{cases} \beta(s) \cdot N_0(n - m - r, k - s) & \text{se } c = 0 \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(n-m-r))} \binom{k-s}{x_1} & \\ N_0(n - m - r, k - s - x_1) & \text{se } c = 1 \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+\xi)} \binom{k-s}{x_1} \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+x_1)} \binom{k-s-x_1}{x_2} & \\ N_0(n - m - s, k - s - x_1 - x_2) & \text{se } c = 2 \\ \beta(s) \cdot \sum_{x_1=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+(c-1)\xi)} \binom{k-s}{x_1} \sum_{x_2=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+(c-2)\xi+x_1)} \dots & \\ \dots \sum_{x_c=\xi}^{k-(s+(n-m-r)+x_1+\dots+x_{c-1})} \binom{k-s-x_1-\dots-x_{c-1}}{x_c} & \\ N_0(n - m - r, k - s - (x_1 + \dots + x_c)) & \text{se } 3 \leq c \leq 15 \end{cases} \quad (3.27)$$

nas quais $\xi = 2$ representa o número mínimo de preâmbulos presentes em uma assinatura para a existência de uma colisão. Se $n - m > r$ e $k < (n - m) + (r - s)$ a probabilidade de sucesso, $P(s, r, k, n)$, é zero.

Nas equações (3.26) e (3.27) existem dois parâmetros auxiliares, $\beta(s)$ e $N_0(a, b)$. O parâmetro $\beta(s)$ é definido por

$$\beta(s) = \binom{n}{m} \binom{\alpha}{s} \frac{k!}{(k-s)!} n^{-k} \quad (3.28)$$

no qual $\alpha = \min(n - m, r)$ representa o número máximo de transmissões de sucesso. A função $\min(a, b)$ seleciona o menor valor entre a e b .

O parâmetro $N_0(a, b)$ determina o número de possíveis eventos nos quais a assinaturas são ocupadas por b preâmbulos, dado que todas a assinaturas possuam um ou mais preâmbulos. Na definição de $N_0(a, b)$ é utilizado o problema da ocupação (expressão (3.1)) descrito na seção 3.4. A expressão $N_0(a, b)$ pode ser obtida multiplicando-se a probabilidade de que todas as a assinaturas possuam um ou mais preâmbulos, $P_0(0, b, a)$, por todos possíveis eventos gerados pela ocupação de a assinaturas por b preâmbulos. A simplificação de $N_0(a, b)$ é feita na expressão (3.29).

$$\begin{aligned}
N_0(a, b) &= P_0(0, b, a) \cdot a^b \\
&= a^b \cdot \left(\sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} \left(1 - \frac{v}{a}\right)^b \right) \\
&= a^b \cdot \left(\sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} \left(\frac{a-v}{a}\right)^b \right) \\
&= \sum_{v=0}^a (-1)^v \binom{a}{v} (a-v)^b
\end{aligned} \tag{3.29}$$

O evento de colisão ocorre quando o *Node B* envia ACKs para assinaturas que possuem mais de um preâmbulo. O número de colisões, c , define os possíveis valores para $n - m$, os quais são definidos por,

$$c \leq n - m \leq n \tag{3.30}$$

O número de sucessos, s , pode ser calculado pela expressão (3.31) para cada possível valor de $n - m$, desde que os valores de c e r sejam conhecidos.

$$s = \begin{cases} (n - m) - c & \text{se } n - m \leq r \\ r - c & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{3.31}$$

Para um dado valor de $n - m$, a probabilidade de c colisões, $P_{mp}(c, r, k, n)$, pode ser calculada usando as expressões (3.26), (3.27) e a relação entre c e s estabelecida na equação (3.31).

A probabilidade de c colisões é obtida somando-se a probabilidade de ocorrer c colisões para cada um dos possíveis valores de $n - m$, ou seja,

$$P_{C_{mp}}(c, r, k, n) = \sum_{n-m=c}^n P_{mp}(c, r, k, n) \tag{3.32}$$

Considerando, tal como na Subseção 3.5.1, uma chegada poissoniana de taxa média g preâmbulos por slot, as expressões (3.25) e (3.32) podem ser reescritas, respectivamente, por

$$P_{S_{mp}}(s, r, g, n) = e^{-g} \sum_{k=s}^{\infty} \frac{g^k}{k!} P_{S_{mp}}(s, r, k, n) \tag{3.33}$$

$$P_{C_{mp}}(c, r, g, n) = e^{-g} \sum_{k=2c}^{\infty} \frac{g^k}{k!} P_{C_{mp}}(c, r, k, n) \tag{3.34}$$

As expressões (3.33) e (3.34) foram validadas por simulações, para isto escolheu-se o mesmo exemplo usado na subseção 3.5.1, $r = 2$ e $n = 3$. Tal como na subseção 3.5.1, as seguintes probabilidades $P_s(1, 2, g, 3)$, $P_s(2, 2, g, 3)$, $P_c(1, 2, g, 3)$, $P_c(1, 2, g, 3)$ foram calculadas para valores de g pertencentes ao intervalo $[0, 20]$. Estes cálculos foram validados através de simulação de Monte Carlo (apresentada no anexo monte4). As comparações entre os valores calculados e os simulados são apresentados nas figuras (3.10) e (3.11). Nestas figuras, observa-se que os resultados calculados são próximo aos simulados.

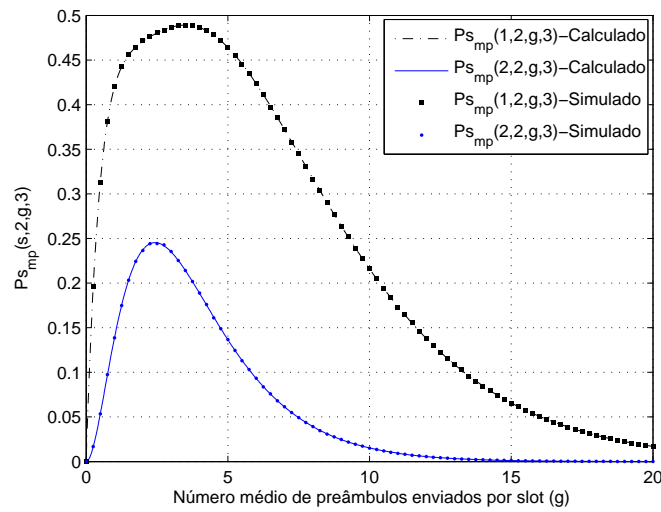


Figura 3.10: Probabilidade de s sucessos no canal RACH- $P_{s_{mp}}(s, r, g, n)$.

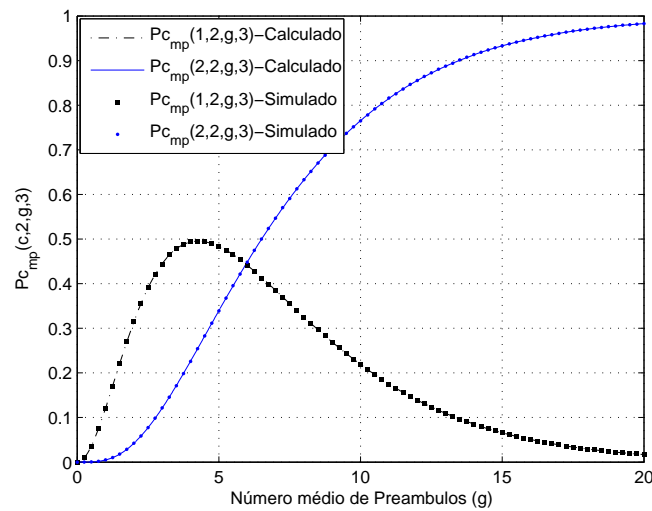


Figura 3.11: Probabilidade de c colisões no canal RACH- $P_{c_{mp}}(c, r, g, n)$.

O número médio de sucessos e colisões, dados r , g , m são determinados, respectivamente, por

$$E_{mp}[s] = 1.P_{s_{mp}}(1, r, g, n) + \dots + r.P_{s_{mp}}(r, r, g, n) \quad (3.35)$$

$$E_{mp}[c] = 1.P_{c_{mp}}(1, r, g, n) + \dots + r.P_{c_{mp}}(r, r, g, n) \quad (3.36)$$

Utilizando-se as expressões 3.35 e 3.36 no Algoritmo 1, subsecção 3.5.1, em substituição às expressões 3.21 e 3.22, pode-se obter o número médio de transmissões de sucessos, $S_{\text{médio}}$, para o procedimento proposto. O número de assinaturas usado também foi 16 ($n = 16$, este valor pode ser encontrado em [12]).

A vazão normalizada é computada dividindo-se o número médio de transmissões de sucessos, $S_{\text{médio}}$, pelo número de recursos de demodulação existentes no Node B, 16. O resultado é apresentado na Figura 3.9, o qual considera o tempo entre a transmissão do AP e a transmissão da mensagem nulo. Nesta figura, também incluem-se os resultados obtidos com simulação de Monte Carlo (vide Anexo B.5). Pode-se observar uma pequena variação dos resultados analíticos quando comparados à simulação, devido ao arredondamento feito no Algoritmo 1, para obtenção de um valor inteiro para r . Pode-se observar também que a vazão do modelo proposto para o canal RACH possui valor máximo próximo de 0.86 e 0.91 para $msg = 8$ e $msg = 15$, respectivamente. Ao comparar tais resultados com os encontrados na seção 3.5.1, obtém-se melhorias de desempenho para o canal RACH de 32,31% e 26,39% para $msg = 8$ e $msg = 15$, respectivamente.

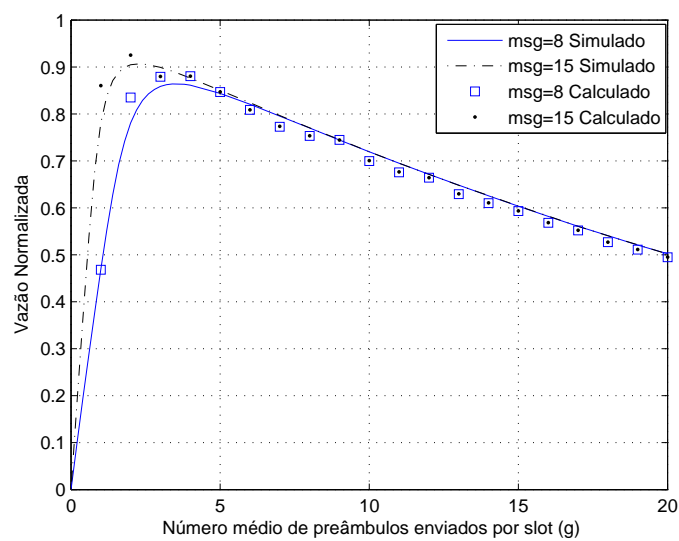


Figura 3.12: Vazão do canal RACH com procedimento alterado.

3.6 Conclusão

Neste capítulo, analisou-se a vazão dos canais RACH e CPCH, em um cenário com um único recurso de demodulação no Node B e a vazão do canal RACH, em um cenário com múltiplos recursos demodulação no Node B.

Um novo procedimento para o canal RACH foi proposto e analisado, resultando no aumento da vazão máxima no canal.

Capítulo 4

Conclusão

Neste trabalho, analisou-se a vazão dos canais RACH e CPCH nas redes UMTS. As análises foram feitas com base em modelos matemáticos, que foram validados por meio de simulação de Monte Carlo.

Considerou-se inicialmente, seguindo resultados anteriores da literatura, um cenário com apenas um recurso de demodulação no *Node B*. Neste cenário, novas expressões para o cálculo da probabilidade de sucesso foram derivadas e, conseqüentemente, novos valores de vazão foram obtidos. Mostrou-se que o desempenho do canal RACH só é melhor do que o desempenho do canal CPCH para valores pequenos de carga (por exemplo, para valores de g inferiores a 6.3, 7.8, 9.7 ou 11.5, dependendo da configuração analisada). Observou-se que, em ambos os canais, a vazão diminui à medida que os atrasos aumentam e que a vazão aumenta à medida que o tamanho da mensagem também aumenta.

A seguir, estenderam-se as análises do cenário inicial, de modo a considerar a existência de múltiplos recursos de demodulação no Node B para o canal RACH. Os resultados obtidos, considerando 16 recursos disponíveis, mostraram que a vazão máxima foi de 0.65 para mensagens de comprimento igual a 8 slots e 0.72 para mensagens de comprimento igual a 15 slots.

Com base nos resultados da análise da vazão para o canal RACH com múltiplos recursos de demodulação, propôs-se uma alteração no procedimento deste canal, buscando uma melhoria para seu desempenho. A vazão máxima para o novo procedimento proposto foi de 0.86 e 0.91 para mensagens de comprimento igual a 8 e 15 slots, respectivamente.

4.1 Sugestão para Trabalhos Futuros

Sugere-se nesta seção para trabalhos futuros a análise do atraso na transmissão do canal RACH, a qual deve ser feita utilizando as expressões de probabilidade de sucesso e de colisão obtidas neste trabalho.

Anexo A

Formulações de $ns_m(s, r, k, n)$ e $nc_m(c, r, k, n)$

Neste anexo apresenta-se as deduções matemáticas que possibilitaram a obtenção das expressões $ns_m(s, r, k, n)$ (número de ocorrência de s sucessos dado r, k e n) e $nc_m(c, r, k, n)$ (número de ocorrência de c colisões dado r, k e n).

A.1 Cálculo do $ns_m(s, r, k, n)$

Através da obtenção e comparação das expressões parciais considerando $s = r$, $s = r - 1$ e $s = r - 2$ ($ns_m(s = r, r, k, n)$, $ns_m(s = r - 1, r, k, n)$ e $ns_m(s = r - 2, r, k, n)$) possibilitou-se a dedução de uma expressão final para $ns_m(s, r, k, n)$. Estas deduções parciais são apresentadas nas subseções a seguir.

A.1.1 $ns_m(s = r, r, k, n)$

A.1.1.1 $ns_m(1, 1, k, n)$

$$\begin{aligned} ns_m(1, 1, k, n) &= \binom{k}{1} (n-1)^{k-1} \\ &= k(n-1)^{k-1} \end{aligned} \tag{A.1}$$

A.1.1.2 $ns_m(2, 2, k, n)$

$$\begin{aligned} ns_m(2, 2, k, n) &= \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} (n-2)^{k-2} \\ &= k(k-1)(n-2)^{k-2} \end{aligned} \tag{A.2}$$

A.1.1.3 $ns_m(3, 3, k, n)$

$$\begin{aligned} ns_m(3, 3, k, n) &= \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{1} (n-3)^{k-3} \\ &= k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

A.1.1.4 Definição $ns_m(s = r, r, k, n)$

Obtém-se esta definição através da comparação de $ns_m(1, 1, k, n)$, $ns_m(2, 2, k, n)$ e $ns_m(3, 3, k, n)$ (expressões A.1, A.2 e A.3, respectivamente)

$$ns_m(s = r, r, k, n) = \frac{k!}{(k-s)!} (n-s)^{k-s} \quad (\text{A.4})$$

A.1.2 $ns_m(s = r - 1, r, k, n)$ **A.1.2.1** $ns_m(1, 2, k, n)$

$$\begin{aligned} ns_m(1, 2, k, n) &= \binom{k}{1} \binom{k}{0} (n-2)^{k-1} + \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1} + \\ &\quad \binom{k}{0} \binom{k}{1} (n-2)^{k-1} + \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} (n-2)^{k-a-1} \end{aligned} \quad (\text{A.5a})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned} ns_m(1, 2, k, n) &= 2 \binom{k}{0} \binom{k}{1} (n-2)^{k-1} + 2 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1} \\ &= 2 \binom{k}{1} \left[\binom{k}{0} (n-2)^{k-1} + \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5b})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned} ns_m(1, 2, k, n) &= 2 \binom{k}{1} \left[(n-1)^{k-1} - \binom{k-1}{1} (n-2)^{k-2} \right] \\ &= 2 \left[\frac{k!}{(k-1)!} (n-1)^{k-1} - \frac{k!}{(k-2)!} (n-2)^{k-2} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5c})$$

• **Nota 1**

$$\begin{aligned} \binom{k}{a} \binom{k-a}{x} &= \frac{k!}{a!(k-a)!} \cdot \frac{(k-a)!}{x!(k-a-x)!} = \frac{k!}{x!} \cdot \frac{1}{a!(k-a-x)!} \\ &= \frac{k!}{x!(k-x)!} \cdot \frac{(k-x)!}{a!(k-x-a)!} = \binom{k}{x} \binom{k-x}{a} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

• **Nota 2**

$$\sum_{a=0}^k \binom{k}{a} (n-1)^{k-a} = n^k \quad (\text{A.7})$$

A.1.2.2 $ns_m(2, 3, k, n)$

$$\begin{aligned} ns_m(2, 3, k, n) &= \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{0} (n-3)^{k-2} + \\ &\quad \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} + \\ &\quad \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \binom{k-1}{1} (n-3)^{k-2} + \\ &\quad \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{1} (n-3)^{k-a-2} + \\ &\quad \binom{k}{0} \binom{k-1}{1} \binom{k-1}{1} (n-3)^{k-2} + \\ &\quad \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} (n-3)^{k-a-2} \end{aligned} \quad (\text{A.8a})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 obtém-se:

$$\begin{aligned} ns_m(2, 3, k, n) &= 3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{0} (n-3)^{k-2} + \\ &\quad 3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} \\ &= 3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \left[\binom{k-2}{0} (n-3)^{k-2} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.8b})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned} ns_m(2, 3, k, n) &= 3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \left[(n-2)^{k-2} - \binom{k-2}{1} (n-3)^{k-3} \right] \\ &= 3 \left[\frac{k!}{(k-2)!} (n-2)^{k-2} - \frac{k!}{(k-3)!} (n-3)^{k-3} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.8c})$$

A.1.2.3 Definição $ns_m(s = r - 1, r, k, n)$

Obtém-se esta definição através da comparação de $ns_m(1, 2, k, n)$ e $ns_m(2, 3, k, n)$ (expressões A.5c, A.8c, respectivamente)

$$ns_m(s = r - 1, r, k, n) = r \left[\frac{k!}{(k-s)!} (n-s)^{k-s} - \frac{k!}{(k-s-1)!} (n-s-1)^{k-s-1} \right] \quad (\text{A.9})$$

A.1.3 $ns_m(s = r - 2, r, k, n)$

A.1.3.1 $ns_m(1, 3, k, n)$

$$\begin{aligned} ns_m(1, 3, k, n) &= 3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \binom{k-1}{0} (n-3)^{k-1} + \\ &2 \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} + \\ &\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{0} (n-3)^{k-a-1} + \\ &\binom{k}{0} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} (n-3)^{k-a-1} + \\ &\sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} \binom{k-a}{1} (n-3)^{k-a-1} + \\ &\sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{0} (n-3)^{k-a-1} + \\ &\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-1}{a} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1} + \\ &\sum_{a=2}^{k-3} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1} + \\ &\sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-3}{a} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a}{b} \binom{k-a-b}{1} (n-3)^{k-a-b-1} \end{aligned} \quad (\text{A.10a})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
ns_m(1, 3, k, n) &= 3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \binom{k-1}{0} (n-3)^{k-1} + \\
&6 \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} + \\
&3 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-1}{a} \underbrace{\sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1}}_{f1} \\
&\underbrace{\hspace{10em}}_{f2}
\end{aligned} \tag{A.10b}$$

Usando igualdades dadas pelas expressões A.6 e A.7 (vide página 48) obtém-se:
Vide Notas 1 e 2

$$\begin{aligned}
f1 &= (n-2)^{k-a-1} - \binom{k-a-1}{0} (n-3)^{k-a-1} - \\
&\binom{k-a-1}{1} (n-3)^{k-a-2}
\end{aligned} \tag{A.10c}$$

$$\begin{aligned}
f2 &= \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1} - \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} - \\
&\binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} \\
&= (n-1)^{k-1} - \binom{k-1}{0} (n-2)^{k-1} - \binom{k-1}{1} (n-2)^{k-2} - \\
&\binom{k-1}{k-2} (n-2)^1 - \binom{k-1}{k-1} (n-2)^0 - \left[(n-2)^{k-1} - \right. \\
&\left. \binom{k-1}{0} (n-3)^{k-1} - \binom{k-1}{1} (n-3)^{k-2} - \binom{k-1}{k-2} (n-3)^1 - \right. \\
&\left. \binom{k-1}{k-1} (n-3)^0 \right] - \binom{k-1}{1} \left[(n-2)^{k-2} - \binom{k-2}{0} (n-3)^{k-2} - \right. \\
&\left. \binom{k-2}{1} (n-3)^{k-3} - \binom{k-2}{k-2} (n-3)^0 \right] \\
&= (n-1)^{k-1} - 2(n-2)^{k-1} - 2(k-1)(n-2)^{k-2} + (n-3)^{k-1} + \\
&2(k-1)(n-3)^{k-2} + (k-1)(k-2)(n-3)^{k-3}
\end{aligned} \tag{A.10d}$$

$$\begin{aligned}
ns_m(1, 3, k, n) &= 3k(n-3)^{k-1} + 6k \left[(n-2)^{k-1} - (n-3)^{k-1} - \right. \\
&\quad \left. (k-1)(n-3)^{k-2} \right] + 3k \left[(n-1)^{k-1} - 2(n-2)^{k-1} - \right. \\
&\quad \left. 2(k-1)(n-2)^{k-2} + (n-3)^{k-1} + \right. \\
&\quad \left. 2(k-1)(n-3)^{k-2} + (k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} \right] \\
&= 3k(n-1)^{k-1} - 6k(k-1)(n-2)^{k-2} + \\
&\quad 3k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3}
\end{aligned} \tag{A.10e}$$

A.1.3.2 $ns_m(2, 4, k, n)$

$$\begin{aligned}
ns_m(2, 4, k, n) &= 6 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{0} \binom{k-2}{0} (n-4)^{k-2} + \\
&3 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{0} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} \binom{k-a-2}{0} (n-4)^{k-a-2} + \\
&2 \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{1} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{0} \binom{k-a-1}{1} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{1} \binom{k-a-2}{0} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\binom{k}{0} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{0} \binom{k-a-1}{1} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} \binom{k-a-2}{0} (n-4)^{k-a-2} + \\
&\binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-2}{a} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a-2}{b} (n-4)^{k-a-b-2} + \\
&\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-1}{a} \binom{k-a}{1} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a-2}{b} (n-4)^{k-a-b-2} + \\
&\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-1}{a} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a-1}{b} \binom{k-a-b-1}{1} (n-4)^{k-a-b-2} + \\
&\sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a-2}{b} (n-4)^{k-a-b-2} + \\
&\sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a-1}{b} \binom{k-a-b-1}{1} (n-4)^{k-a-b-2} + \\
&\sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a}{b} \binom{k-a-b}{1} \binom{k-a-b-1}{1} (n-4)^{k-a-b-2}
\end{aligned} \tag{A.11a}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
ns_m(2, 4, k, n) &= 6 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{0} \binom{k-2}{0} (n-4)^{k-2} + \\
&12 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \binom{k-2}{0} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-4)^{k-a-2} + \\
&6 \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-2}{a} \underbrace{\sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a-2}{b} (n-4)^{k-a-b-2}}_{f3} \\
&\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{f4}
\end{aligned} \tag{A.11b}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
f3 &= (n-3)^{k-a-2} - \binom{k-a-2}{0} (n-4)^{k-a-2} - \\
&\binom{k-a-2}{1} (n-4)^{k-a-3}
\end{aligned} \tag{A.11c}$$

$$\begin{aligned}
f4 &= \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} - \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-2}{a} (n-4)^{k-a-2} - \\
&\binom{k-2}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-3}{a} (n-4)^{k-a-3} \\
&= (n-2)^{k-2} - \binom{k-2}{0} (n-3)^{k-2} - \binom{k-2}{1} (n-3)^{k-3} - \\
&\binom{k-2}{k-3} (n-3)^1 - \binom{k-2}{k-2} (n-3)^0 - \left[(n-3)^{k-2} - \right. \\
&\left. \binom{k-2}{0} (n-4)^{k-2} - \binom{k-2}{1} (n-4)^{k-3} - \binom{k-2}{k-3} (n-4)^1 - \right. \\
&\left. \binom{k-2}{k-2} (n-4)^0 \right] - \binom{k-2}{1} \left[(n-3)^{k-3} - \binom{k-3}{0} (n-4)^{k-3} - \right. \\
&\left. \binom{k-3}{1} (n-4)^{k-4} - \binom{k-3}{k-3} (n-4)^0 \right] \\
&= (n-2)^{k-2} - 2(n-3)^{k-2} - 2(k-2)(n-3)^{k-3} + (n-4)^{k-2} + \\
&2(k-2)(n-4)^{k-3} + (k-2)(k-3)(n-4)^{k-4}
\end{aligned} \tag{A.11d}$$

$$\begin{aligned}
ns_m(2, 4, k, n) &= 6k(k-1)(n-4)^{k-2} + 12k(k-1) \left[(n-3)^{k-2} - \right. \\
&\quad \left. (n-4)^{k-2} - (k-2)(n-4)^{k-3} \right] + 6k(k-1) \left[(n-2)^{k-2} - \right. \\
&\quad \left. 2(n-3)^{k-2} - 2(k-2)(n-3)^{k-3} + (n-4)^{k-2} + \right. \\
&\quad \left. 2(k-2)(n-4)^{k-3} + (k-2)(k-3)(n-4)^{k-4} \right] \\
&= 6k(k-1)(n-2)^{k-2} - 12k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} + \\
&\quad 6k(k-1)(k-2)(k-3)(n-4)^{k-4}
\end{aligned} \tag{A.11e}$$

A.1.3.3 Definição $ns_m(s = r - 2, r, k, n)$

Obtém-se esta definição através da comparação de $ns_m(1, 3, k, n)$ e $ns_m(2, 4, k, n)$ (expressões A.10e, A.11e, respectivamente)

$$\begin{aligned}
ns_m(s = r - 2, r, k, n) &= \binom{r}{\phi} \left[\binom{\phi}{0} \frac{k!}{(k-s)!} (n-s)^{n-s} - \right. \\
&\quad \binom{\phi}{1} \frac{k!}{(k-s-1)!} (n-s-1)^{k-s-1} + \\
&\quad \left. \binom{\phi}{2} \frac{k!}{(k-s-2)!} (n-s-2)^{k-s-2} \right]
\end{aligned} \tag{A.12}$$

na qual $\phi = r - s$

A.1.4 Expressão final de $ns_m(s, r, k, n)$

Comparando expressões A.4, A.9 e A.12 obtém-se uma expressão geral para $ns_m(s, r, k, n)$ a qual é dada por:

$$ns_m(s, r, k, n) = \binom{r}{\phi} \sum_{a=0}^{\phi} (-1)^a \binom{\phi}{a} \frac{k!}{(k-s-a)!} (n-s-a)^{k-s-a} \tag{A.13}$$

na qual $\phi = r - s$. Esta expressão necessita de algumas alterações devido a ponderações que alguns valores de k e n exigem. Estas ponderações são explicadas utilizando um exemplo descrito anteriormente, expressão A.5c, que é

$$ns_m(1, 2, k, n) = \underbrace{2k(n-1)^{k-1}}_{1^\circ \text{Termo}} - \underbrace{2k(k-1)(n-2)^{k-2}}_{2^\circ \text{Termo}} \tag{A.14a}$$

o qual calcula o número de ocorrências de 1 sucesso ($s = 1$). Para que tal evento ocorra é necessário o número de preâmbulos enviados seja maior ou igual a um

($k \geq 1$). O evento descrito pelo 2° Termo da formulação A.14a ocorre apenas para valores de k maior ou igual a dois ($k \geq 2$), sendo que quando $k = 2$ e $n = 2$ o termo resume-se em $2k(k - 1)$, conclusivamente, esta expressão é reescrita por,

$$ns_m(1, 2, k, n) = \begin{cases} 0 & \text{se } k = 0 \text{ e } n \geq 2 \\ 2k(n - 1)^{k-1} & \text{se } k = 1 \text{ e } n \geq 2 \\ 2k(n - 1)^{k-1} - 2k(k - 1) & \text{se } k = 2 \text{ e } n = 2 \\ 2k(n - 1)^{k-1} - 2k(k - 1)(n - 2)^{k-2} & \\ & \text{se } (k = 2 \text{ e } n > 2) \text{ ou } (k > 2 \text{ e } n \geq 2) \end{cases} \quad (\text{A.14b})$$

O 1° Termo da expressão A.14a não sofre variações pois o número de assinaturas disponíveis deve ser maior ou igual a dois ($n \geq 2$) dado que o número de recursos que não estão em uso é igual a dois ($r = 2$). Aplicando-se as mesmas alterações em $ns_m(1, 3, k, n)$ e $ns_m(2, 2, k, n)$ (expressões A.10e e A.2, respectivamente) tem-se

$$ns_m(1, 3, k, n) = \begin{cases} 0 & \text{se } k = 0 \text{ e } n \geq 3 \\ 3k(n - 1)^{k-1} & \text{se } k = 1 \text{ e } n \geq 3 \\ 3k(n - 1)^{k-1} - 6k(k - 1)(n - 2)^{k-2} & \\ & \text{se } k = 2 \text{ e } n \geq 3 \\ 3k(n - 1)^{k-1} - 6k(k - 1)(n - 2)^{k-2} + & \\ 3k(k - 1)(k - 2) & \text{se } k = 3 \text{ e } n = 3 \\ 3k(n - 1)^{k-1} - 6k(k - 1)(n - 2)^{k-2} + & \\ 3k(k - 1)(k - 2)(n - 3)^{k-3} & \\ & \text{se } (k = 3 \text{ e } n > 3) \text{ ou } (k > 3 \text{ e } n \geq 3) \\ 0 & \text{se } k < 2 \text{ e } n \geq 2 \end{cases} \quad (\text{A.15})$$

$$ns_m(2, 2, k, n) = \begin{cases} k(k - 1) & \text{se } k = 2 \text{ e } n = 2 \\ k(k - 1)(n - 2)^{k-2} & \\ & \text{se } (k = 2 \text{ e } n > 2) \text{ ou } (k > 2 \text{ e } n \geq 2) \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

É necessário alterar a expressão A.13 de maneira que atenda as novas condições impostas pelas equações A.14b, A.15 e A.16. Esta alteração será feita em dois passos. Primeiro será considerado as condições $n > r$ ou ($n = r$ e $k \neq r$), sendo

assim, a expressão A.13 pode ser reescrita por

$$ns_m(s, r, k, n) = \begin{cases} 0 & \text{se } k < s \\ \binom{r}{\phi} \sum_{a=0}^{\min(\phi, k-s)} (-1)^a \binom{\phi}{a} \frac{k!}{(k-s-a)!} (n-s-a)^{k-s-a} & \\ k! & \text{se } n > r \text{ ou } (n = r \text{ e } k \neq r) \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

na qual $\phi = r - s$. A função $\min(a, b)$ seleciona o menor número entre a e b .

Em um segundo passo deve-se adicionar a expressão A.17, duas condições restantes ($n = r$ and $k = r$ and $s \neq r$) e ($n = r$ and $k = r$ and $s = r$). Portanto, a expressão A.13 é reescrita, em modo definitivo, por

$$ns_m(s, r, k, n) = \begin{cases} \binom{r}{\phi} \sum_{a=0}^{\min(\phi, k-s)} (-1)^a \binom{\phi}{a} \frac{k!}{(k-s-a)!} \cdot (n-s-a)^{k-s-a} & \\ \text{se } n > r \text{ ou } (n = r \text{ e } k \neq r) \\ \binom{r}{\phi} \left[(-1)^\phi k! + \sum_{a=0}^{\phi-1} (-1)^a \binom{\phi}{a} \frac{k!}{(k-s-a)!} \right] \cdot (n-s-a)^{k-s-a} & \\ \text{se } n = r \text{ e } k = r \text{ e } s \neq r \\ k! & \text{se } n = r \text{ e } k = r \text{ e } s = r \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

na qual $\phi = r - s$. Esta expressão é validada para valores de $k \geq s$ e $0 < s \leq r$. Se $k < s$, a ocorrência de s sucessos é zero.

A.2 Cálculo do $nc_m(c, r, k, n)$

Através da obtenção e comparação das expressões parciais considerando $c = r$, $c = r - 1$ e $c = r - 2$ ($nc_m(c = r, r, k, n)$, $nc_m(c = r - 1, r, k, n)$ e $nc_m(c = r - 2, r, k, n)$) possibilitou-se a dedução de uma expressão final para $nc_m(c, r, k, n)$. Estas deduções parciais são apresentadas nas subseções a seguir.

A.2.1 $nc_m(c = r, r, k, n)$ **A.2.1.1** $nc_m(1, 1, k, n)$

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 1, k, n) &= \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} (n-1)^{k-a} \\
&= n^k - \binom{k}{0} (n-1)^k - \binom{k}{1} (n-1)^{k-1} \\
&= n^k - (n-1)^k - k(n-1)^{k-1}
\end{aligned} \tag{A.19}$$

A.2.1.2 $nc_m(2, 2, k, n)$

$$nc_m(2, 2, k, n) = \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^k \binom{k-a}{b} (n-2)^{k-a-b} \tag{A.20a}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.21 (vide página 57) obtém-se:

$$\begin{aligned}
nc_m(2, 2, k, n) &= n^k - 2(n-1)^k - 2k(n-1)^{k-1} + (n-2)^k + \\
&\quad 2k(n-2)^{k-1} + k(k-1)(n-2)^{k-2} \\
&= n^k - (n-1)^k - k(n-1)^{k-1} - \\
&\quad \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] - \\
&\quad \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-2)^{k-2} \right]
\end{aligned} \tag{A.20b}$$

• **Nota 3** - Esta notação é obtida através da comparação das expressões A.10d e A.11d.

$$\begin{aligned}
f5 &= \sum_{a=2}^{k-\varrho-2} \binom{k-\varrho}{a} \sum_{b=2}^{k-a-\varrho} \binom{k-a-\varrho}{b} (n-\sigma-2)^{k-a-b-\varrho} \\
&= (n-\sigma)^{k-\varrho} - 2(n-\sigma-1)^{k-\varrho} - 2(k-\varrho)(n-\sigma-1)^{k-\varrho-1} + \\
&\quad (n-\sigma-2)^{k-\varrho} + 2(k-\varrho)(n-\sigma-2)^{k-\varrho-1} + \\
&\quad (k-\varrho)(k-\varrho-1)(n-\sigma-2)^{k-\varrho-2}
\end{aligned} \tag{A.21}$$

A.2.1.3 $nc_m(3, 3, k, n)$

$$nc_m(3, 3, k, n) = \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^{k-a-2} \binom{k-a}{b} \sum_{c=2}^{k-a-b} \binom{k-a-b}{c} (n-3)^{k-a-b-c} \quad (\text{A.22a})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.21 (vide página 57) obtém-se:

$$nc_m(3, 3, k, n) = \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} \left[(n-1)^{k-a} - 2(n-2)^{k-a} - 2(k-a)(n-2)^{k-a-1} + (n-3)^{k-a} + 2(k-a)(n-3)^{k-a-1} + (k-a)(k-a-1)(n-3)^{k-a-2} \right] \quad (\text{A.22b})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$nc_m(3, 3, k, n) = \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} (n-1)^{k-a} - 2 \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} (n-2)^{k-a} - 2 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1} + \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k}{a} (n-3)^{k-a} + 2 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} + \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-4} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} \quad (\text{A.22c})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$nc_m(3, 3, k, n) = n^k - (n-1)^k - k(n-1)^{k-1} - 2 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] - 2 \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-2)^{k-2} \right] + \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] + 2 \left[k(n-2)^{k-1} - k(n-3)^{k-1} - k(k-1)(n-3)^{k-2} \right] + \left[k(k-1)(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-3)^{k-2} - k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} \right] - \quad (\text{A.22d})$$

A.2.1.4 $nc_m(4, 4, k, n)$

$$nc_m(4, 4, k, n) = \sum_{a=2}^{k-6} \binom{k}{a} \underbrace{\sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a}{b} \sum_{c=2}^{k-a-b-2} \binom{k-a-c}{c} \sum_{d=2}^{k-a-b-c} \binom{k-a-b-c}{d} (n-4)^{k-a-b-c-d}}_{f6} \quad (\text{A.23a})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.21 (vide página 57) obtém-se:

$$f6 = \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a}{b} \left[(n-2)^{k-a-b} - 2(n-3)^{k-a-b} - 2(k-a-b)(n-3)^{k-a-b-1} + (n-4)^{k-a-b} + 2(k-a-b)(n-4)^{k-a-b-1} + (k-a-b)(k-a-b-1)(n-4)^{k-a-b-2} \right] \quad (\text{A.23b})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$f6 = \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a}{b} (n-2)^{k-a-b} - 2 \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a}{b} (n-3)^{k-a-b} - 2 \binom{k-a}{1} \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1} + \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a}{b} (n-4)^{k-a-b} + 2 \binom{k-a}{1} \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a-1}{b} (n-4)^{k-a-b-1} + \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} \sum_{b=2}^{k-a-4} \binom{k-a-2}{b} (n-4)^{k-a-b-2} \quad (\text{A.23c})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
f6 = & (n-1)^{k-a} - (n-2)^{k-a} - (k-a)(n-2)^{k-a-1} - \\
& 2 \left[(n-2)^{k-a} - (n-3)^{k-a} - (k-a)(n-3)^{k-a-1} \right] - \\
& 2 \left[(k-a)(n-2)^{k-a-1} - (k-a)(n-3)^{k-a-1} - (k-a)(k-a-1)(n-3)^{k-a-2} \right] + \\
& \left[(n-3)^{k-a} - (n-4)^{k-a} - (k-a)(n-4)^{k-a-1} \right] + \\
& 2 \left[(k-a)(n-3)^{k-a-1} - (k-a)(n-4)^{k-a-1} - (k-a)(k-a-1)(n-4)^{k-a-2} \right] + \\
& \left[(k-a)(k-a-1)(n-3)^{k-a-1} - (k-a)(k-a-1)(n-4)^{k-a-2} \right. \\
& \left. - (k-a)(k-a-1)(k-a-2)(n-4)^{k-a-3} \right]
\end{aligned} \tag{A.23d}$$

$$nc_m(4, 4, k, n) = \sum_{a=2}^{k-6} \binom{k}{a} \cdot f6 \tag{A.23e}$$

$$\begin{aligned}
nc_m(4, 4, k, n) = & n^k - (n-1)^k - k(n-1)^{k-1} - \\
& 3 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] - \\
& 3 \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-2)^{k-2} \right] + \\
& 3 \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] + \\
& 6 \left[k(n-2)^{k-1} - k(n-3)^{k-1} - k(k-1)(n-3)^{k-2} \right] + \\
& 3 \left[k(k-1)(n-2)^{k-2} - k(k-1)(n-3)^{k-2} - k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} \right] - \\
& \left[(n-3)^k - (n-4)^k - k(n-4)^{k-1} \right] - \\
& 3 \left[k(n-3)^{k-1} - k(n-4)^{k-1} - k(k-1)(n-4)^{k-2} \right] - \\
& 3 \left[k(k-1)(n-3)^{k-2} - k(k-1)(n-4)^{k-2} - k(k-1)(k-2)(n-4)^{k-3} \right] - \\
& \left[k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} - k(k-1)(k-2)(n-4)^{k-3} \right. \\
& \left. - k(k-1)(k-2)(k-3)(n-4)^{k-4} \right]
\end{aligned} \tag{A.23f}$$

A.2.1.5 Definição $nc_m(c = r, r, k, n)$

Obtém-se esta definição através da comparação de $nc_m(1, 1, k, n)$, $nc_m(2, 2, k, n)$, $nc_m(3, 3, k, n)$ e $nc_m(4, 4, k, n)$ (expressões A.19, A.20b, A.22d e A.23f, respectivamente)

$$\begin{aligned}
nc_m(s = r, r, k, n) = & \sum_{x=0}^{c-1} \binom{c-1}{x} (-1)^x \sum_{a=0}^x \binom{x}{a} \left[\frac{k!}{(k-a)!} (n-x)^{k-a} - \right. \\
& \left. \frac{k!}{(k-a)!} (n-x-1)^{k-a} - \frac{k!}{(k-a-1)!} (n-x-1)^{k-a-1} \right]
\end{aligned} \tag{A.24}$$

A.2.2 $nc_m(c = r - 1, r, k, n)$ **A.2.2.1** $nc_m(1, 2, k, n)$

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 2, k, n) &= \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} (n-2)^{k-a} + \binom{k}{0} \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} (n-2)^{k-a} \\
&+ \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} (n-2)^{k-a-1} + \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1}
\end{aligned} \tag{A.25a}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 2, k, n) &= 2 \binom{k}{0} \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} (n-2)^{k-a} + \\
&2 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-2)^{k-a-1}
\end{aligned} \tag{A.25b}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 2, k, n) &= 2 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] + \\
&2 \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-2)^{k-2} \right]
\end{aligned} \tag{A.25c}$$

A.2.2.2 $nc_m(2, 3, k, n)$

$$\begin{aligned}
nc_m(2, 3, k, n) &= \binom{k}{0} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^{k-a} \binom{k-a}{b} (n-3)^{k-a-b} + \\
&\sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} \sum_{b=2}^{k-a} \binom{k-a}{b} (n-3)^{k-a-b} + \\
&\sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^{k-a} \binom{k-a}{b} \binom{k-a-b}{0} (n-3)^{k-a-b} + \\
&\binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-1}{a} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1} + \\
&\sum_{a=2}^{k-3} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1} + \\
&\sum_{a=2}^{k-3} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a}{b} \binom{k-a-b}{1} (n-3)^{k-a-b-1}
\end{aligned} \tag{A.26a}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned} nc_m(2, 3, k, n) = & 3 \binom{k}{0} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \sum_{b=2}^{k-a} \binom{k-a}{b} (n-3)^{k-a-b} + \\ & 3 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-3} \binom{k-1}{a} \sum_{b=2}^{k-a-1} \binom{k-a-1}{b} (n-3)^{k-a-b-1} \end{aligned} \quad (\text{A.26b})$$

Usando igualdade dada pela expressão A.21 (vide página 57) obtém-se:

$$\begin{aligned} nc_m(2, 3, k, n) = & 3 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right. \\ & - 1 \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] \\ & - 1 \left[k(n-2)^{k-1} - k(n-3)^{k-1} - k(k-1)(n-3)^{k-2} \right] + \\ & \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-2)^{k-2} \right] \\ & - 1 \left[k(n-2)^{k-1} - k(n-3)^{k-1} - k(k-1)(n-3)^{k-2} \right] \\ & - 1 \left[k(k-1)(n-2)^{k-2} - k(k-1)(n-3)^{k-2} \right. \\ & \left. - k(k-1)(k-2)(n-3)^{k-3} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.26c})$$

A.2.2.3 Definição $nc_m(c = r - 1, r, k, n)$ e $nc_m(c = r, r, k, n)$

Obtém-se esta definição através da comparação de $nc_m(1, 2, k, n)$, $nc_m(2, 3, k, n)$ e $nc_m(c = r, r, k, n)$ (expressões A.25c, A.26c e A.24, respectivamente)

$$\begin{aligned} nc_m(s = r - 1, r, k, n) = & \binom{r}{\theta} \sum_{x=0}^{c-1} (-1)^x \binom{c-1}{x} \sum_{a=0}^{x+\theta} \binom{x+\theta}{a} \left[\frac{k!}{(k-a)!} (n-x)^{k-a} - \right. \\ & \left. \frac{k!}{(k-a)!} (n-x-1)^{k-a} - \frac{k!}{(k-a-1)!} (n-x-1)^{k-a-1} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

na qual $\theta = r - c$.

A.2.3 $nc_m(c = r - 2, r, k, n)$ **A.2.3.1** $nc_m(1, 3, k, n)$

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 3, k, n) &= \binom{k}{0} \binom{k}{0} \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} (n-3)^{k-a} + \\
&\quad \binom{k}{0} \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} (n-3)^{k-a} + \\
&\quad \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} \binom{k-a}{0} (n-3)^{k-a} + \\
&\quad \binom{k}{0} \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} + \\
&\quad \binom{k}{0} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} (n-3)^{k-a-1} + \\
&\quad \binom{k}{1} \binom{k-1}{0} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} + \\
&\quad \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{0} (n-3)^{k-a-1} + \\
&\quad \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{0} \binom{k-a}{1} (n-3)^{k-a-1} + \\
&\quad \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{0} (n-3)^{k-a-1} + \\
&\quad \binom{k}{1} \binom{k-1}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2} + \\
&\quad \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-1}{a} \binom{k-a-1}{1} (n-3)^{k-a-2} + \\
&\quad \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k}{a} \binom{k-a}{1} \binom{k-a-1}{1} (n-3)^{k-a-2}
\end{aligned} \tag{A.28a}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.6 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 3, k, n) &= 3 \sum_{a=2}^k \binom{k}{a} (n-3)^{k-a} + \\
&6 \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-1} \binom{k-1}{a} (n-3)^{k-a-1} + \\
&3 \binom{k}{1} \binom{k}{1} \sum_{a=2}^{k-2} \binom{k-2}{a} (n-3)^{k-a-2}
\end{aligned} \tag{A.28b}$$

Usando igualdade dada pela expressão A.7 (vide página 48) obtém-se:

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 3, k, n) &= 3 \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] + \\
&6k \left[(n-2)^{k-1} - (n-3)^{k-1} - (k-1)(n-3)^{k-2} \right] + \\
&3k(k-1) \left[(n-2)^{k-2} - (n-3)^{k-2} - (k-2)(n-3)^{k-3} \right]
\end{aligned} \tag{A.28c}$$

A.2.3.2 Definição $nc_m(c = r - 2, r, k, n)$, $nc_m(c = r - 1, r, k, n)$ e $nc_m(c = r, r, k, n)$

Observa-se que a expressão A.27 pode ser usada para a obtenção de $nc_m(1, 3, k, n)$ (expressão A.28c). Todavia, tal como no calculo de $ns(s, r, k, n)$, a expressão A.27 necessita de algumas alterações devido a ponderações que alguns valores de k e n exigem. Estas ponderações são explicadas utilizando um exemplo descrito anteriormente, expressão A.25c, que é

$$\begin{aligned}
nc_m(1, 2, k, n) &= 2 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] + \\
&\underbrace{2 \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - k(k-1)(n-2)^{k-2} \right]}_{2^{o} \text{linha}}
\end{aligned} \tag{A.29a}$$

o qual calcula o número de ocorrências de 1 colisão ($c = 1$) e para que este evento ocorra é necessário que o número de preâmbulos enviados seja maior ou igual a dois ($k \geq 2$). Portanto, se $k < 2c$ o número de c ocorrências de colisão será nulo. O evento descrito pelo 2^{o}linha da formulação A.29a, quando $k = 2$ e $n = 2$, é simplificado em $2[k(n-1)^{k-1} - k(k-1)]$ e, conclusivamente, possui valor nulo

,então esta expressão pode ser reescrita por,

$$nc_m(1, 2, k, n) = \begin{cases} 0 & \text{se } k < 2 \text{ e } n \geq 2 \\ 2 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] & \\ & \text{se } k = 2 \text{ e } n = 2 \\ 2 \left[(n-1)^k - (n-2)^k - k(n-2)^{k-1} \right] + & \text{(A.29b)} \\ 2 \left[k(n-1)^{k-1} - k(n-2)^{k-1} - \right. \\ \left. k(k-1)(n-2)^{k-2} \right] & \\ & \text{se } (k = 2 \text{ e } n > 2) \text{ ou } (k > 2 \text{ e } n \geq 2) \end{cases}$$

Aplicando-se as mesmas alterações em $nc_m(1, 3, k, n)$ (expressão A.28c) tem-se

$$nc_m(1, 3, k, n) = \begin{cases} 0 & \text{se } k < 2 \text{ e } n \geq 3 \\ 3 \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] & \\ & \text{se } k = 2 \text{ e } n = 3 \\ 3 \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] + & \\ 6k \left[(n-2)^{k-1} - (n-3)^{k-1} - (k-1)(n-3)^{k-2} \right] & \\ & \text{se } (k = 2 \text{ e } n > 3) \text{ ou } (k = 3 \text{ e } n = 3) \quad \text{(A.30)} \\ 3 \left[(n-2)^k - (n-3)^k - k(n-3)^{k-1} \right] + & \\ 6k \left[(n-2)^{k-1} - (n-3)^{k-1} - (k-1)(n-3)^{k-2} \right] + & \\ 3k(k-1) \left[(n-2)^{k-2} - (n-3)^{k-2} - \right. & \\ \left. (k-2)(n-3)^{k-3} \right] & \\ & \text{se } (k = 3 \text{ e } n > 3) \text{ ou } (k > 4 \text{ e } n \geq 3) \end{cases}$$

As considerações feitas no exemplo $ns_m(1, 2, k, n)$ e $nc_m(1, 3, k, n)$ (expressões A.29b e A.30, respectivamente) são validas para todas as formulações $nc_m(r, r, k, n)$, $nc_m(r-1, r, k, n)$ e $nc_m(r-2, r, k, n)$. Portanto, a expressão A.27 é reescrita, em

modo definitivo, por

$$nc_m(c, r, k, n) = \binom{r}{\theta} \sum_{x=0}^{c-1} (-1)^x \binom{c-1}{x} \sum_{a=0}^{\delta} \binom{x+\theta}{a} \left[\frac{k!}{(k-a)!} (n-x-\theta)^{k-a} - \frac{k!}{(k-a)!} (n-x-\theta-1)^{k-a} - \frac{k!}{(k-a-1)!} (n-x-\theta-1)^{k-a-1} \right] \quad (\text{A.31})$$

na qual $\theta = r - c$ e δ é descrito por

$$\delta = \begin{cases} \min(x+\theta, k-2) & \text{se } r = n \text{ e } k \leq n \\ \min(x+\theta, k-1) & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.32})$$

A expressão A.31 é válida para $k \geq 2c$ e $0 < c \leq r$. Se $k < 2c$, a ocorrência de c colisões é zero.

Anexo B

Código das simulações em MATLAB

Nesta parte do anexo apresenta-se os códigos das simulações, os quais validaram os modelamentos matemáticos realizados. Utilizou-se, nas simulações, o programa MATLAB.

B.1 Validação da expressão 3.5

Nesta seção apresenta-se o código da simulação utilizado para a validação da expressão 3.5. O número de assinaturas escolhido para as simulações foi 3 e 4 ($n = 3$ e $n = 4$, respectivamente).

```
%-----  
%Simulação de Monte Carloc(kes,nass,zmax2)  
%nass=> número de assinaturas, dado n>2  
%kmax=>número máximo de preâmbulos (k) que estão em teste  
%zmax2=>número máximo de repetições *105  
%-----  
function Monte_Carloc(kmax,nass,zmax);  
smedio=zeros(1,kmax);  
cmedio=zeros(1,kmax);  
for k=2:kmax  
    s=zeros(1,1);  
    for j=1:zmax  
        n=zeros(1,nass);  
        k_vector=UNIDRND(nass,[1,k]);  
        ocup_vector=UNIQUE(k_vector);
```

```

[dispen,ocup]=size(ocup_vector);
for w=1:k
    n(k_vector(w))=n(k_vector(w))+1;
end
chec2=rand(1,ocup);
[dispen,order]=sort(chec2);
if n(ocup_vector(order(1)))==1
    s=s+1;
end
end
smedio(k)=s/zmax;
save(['z:\Ramon\Dados\probabilidade_kmax'...
    num2str(k) '_n' num2str(nass)...
    '_zmax' int2str(zmax) '.mat'],'smedio'),'cmedio')
end

```

B.2 Validação das expressões 3.19 e 3.20

Nesta seção apresenta-se o código da simulação utilizado para validação das expressões 3.19 e 3.20.

```

%-----
%s_c_poisson_RACH(lambda,r,nass,vector)
%lambda=> número de preâmbulos que chega a cada slot,
%considerando uma distribuição poissoniana
%r=>número de recursos que não estão em uso
%nass=> número de assinaturas (n)
%vector=>número de repetições
%-----
function s_c_poisson_RACH(lambda,r,nass,vector);
acumuladorc=zeros(1,r+1);
acumuladors=zeros(1,r+1);
g=poissrnd(lambda,[1,vector]);
for j=1:vector
    c=zeros(1,1);
    s=zeros(1,1);
    n=zeros(1,nass);
    chec=rand(1,g(j));

```

```

for a=1:length(chec)
    if chec(a)<1/nass
        n(1)=1+n(1);
    end
    for b=1:(nass-2)
        if (chec(a)>=b/nass & chec(a)<((b+1)/nass))
            n(b+1)=1+n(b+1);
            break;
        end
    end
    if chec(a)>=(nass-1)/nass
        n(nass)=1+n(nass);
    end
end
chec2=rand(1,nass);
[dispen,order]=sort(chec2);
for d=1:r
    if n(order(d))>1
        c=c+1;
    end
    if n(order(d))==1
        s=s+1;
    end
end
acumuladorc(c+1)=acumuladorc(c+1)+1;
acumuladors(s+1)=acumuladors(s+1)+1;
end
cmedio=acumuladorc/vector;
smedio=acumuladors/vector;
save(['z:\Validacao\Dados\s_c_blamb' num2str(lambda) '_r'...
    int2str(r) '_n' int2str(nass) '_v' int2str(log10(vector))...
    '.mat'],'cmedio','smedio');

```

B.3 Simulação para obtenção da vazão do RACH

Nesta seção apresenta-se o código da simulação utilizado para a obtenção da vazão do canal RACH. Este código permite a obtenção da vazão para tamanhos de mensagens iguais 8 e 15 slots.

```

%-----
%s_poisson_RACH(lambda,vector,msg)
%lambda=> número de preâmbulos que chega a cada slot,
%considerando uma distribuição poissoniana
%vector=>número de repetições
%msg=>tamanho da mensagem em slot
%-----

function s_poissonb_RACH(lambda,vector,msg);
acumuladorc=zeros(1,1);
acumuladors=zeros(1,1);
c=zeros(1,msg);
s=zeros(1,msg);
g=poissrnd(lambda,[1,vector]);
rmax=16;
r_vect=zeros(1,rmax);
for j=1:vector
    ocup=0;
    clear ocup_vect;
    jpos=j-fix((j-1)/msg)*msg;
    c(jpos)=zeros(1,1);
    s(jpos)=zeros(1,1);
    r=rmax-sum(c,2)-sum(s,2);
    for w=1:rmax;
        if r_vect(w)==jpos
            r_vect(w)=0;
        end
    end
end
if r~=0;
    n=zeros(1,16);
    chec=rand(1,g(j));
    for a=1:length(chec)
        if chec(a)<1/16
            n(1)=1+n(1);
        end
    end
    for b=1:14
        if (chec(a)>=b/16 & chec(a)<((b+1)/16))
            n(b+1)=1+n(b+1);
        end
    end
end

```

```

        end
        if chec(a)>=15/16
            n(16)=1+n(16);
        end
    end
end
for a=1:length(n)
    if n(a)>0
        ocup=ocup+1;
        ocup_vect(ocup)=a;
    end
end
%-----
%Calculo de 's' e 'c' de um slot qualquer
for d=1:ocup
    if ((n(ocup_vect(d))>1) & (r_vect(ocup_vect(d))==0))
        c(jpos)=c(jpos)+1;
        r_vect(ocup_vect(d))=jpos;
    end
    if ((n(ocup_vect(d))==1) & (r_vect(ocup_vect(d))==0))
        s(jpos)=s(jpos)+1;
        r_vect(ocup_vect(d))=jpos;
    end
end
acumuladorc=acumuladorc+sum(c,2);
acumuladors=acumuladors+sum(s,2);
else
    acumuladorc=acumuladorc+sum(c,2);
    acumuladors=acumuladors+sum(s,2);
end
end smedio=acumuladors/vector;
save(['z:\SimulacaoF\Dados\s_poissonb_lamb' num2str(lambda)...
'_msg' int2str(msg) '_v' int2str(log10(vector)) '.mat'],'smedio');

```

B.4 Validação das expressões 3.33 e 3.34

Nesta seção apresenta-se o código da simulação utilizado para validação das expressões 3.33 e 3.34.


```

%-----
%s_c_poisson_Prop(lambda,r,nass,vector)
%lambda=> número de preâmbulos que chega a cada slot,
%considerando uma distribuição poissoniana
%r=>número de recursos que não estão em uso
%nass=> número de assinaturas disponível (n)
%vector=>número de repetições
%-----
function s_c_poisson_Prop(lambda,r,nass,vector);
acumuladorc=zeros(1,r+1);
acumuladors=zeros(1,r+1);
g=poissrnd(lambda,[1,vector]);
for j=1:vector
    ocup=0;
    c=zeros(1,1);
    s=zeros(1,1);
    ocup_vector=zeros(1,nass);
    n=zeros(1,nass);
    chec=rand(1,g(j));
    for a=1:length(chec)
        if chec(a)<1/nass
            n(1)=1+n(1);
        end
        for b=1:(nass-2)
            if (chec(a)>=b/nass & chec(a)<((b+1)/nass))
                n(b+1)=1+n(b+1);
                break;
            end
        end
        if chec(a)>=(nass-1)/nass
            n(nass)=1+n(nass);
        end
    end
end
for a=1:length(n)
    if n(a)>0
        ocup=ocup+1;
        ocup_vector(ocup)=a;
    end
end

```

```

end
%-----
%Calculo de 's' e 'c' de um slot qualquer
if r>=ocup
    for d=1:ocup
        if n(ocup_vector(d))>1
            c=c+1;
        else
            s=s+1;
        end
    end
end
else
    chec2=rand(1,ocup);
    [dispen,order]=sort(chec2);
    for d=1:r
        if n(ocup_vector(order(d)))>1
            c=c+1;
        else
            s=s+1;
        end
    end
end
end
acumuladorc(c+1)=acumuladorc(c+1)+1;
acumuladors(s+1)=acumuladors(s+1)+1;
%-----
end
cmedio=acumuladorc/vector;
smedio=acumuladors/vector;
save(['z:\Validacaopro\Dados\s_c_lamb' num2str(lambda) '_r'...
    int2str(r) '_n' int2str(nass) '_v' int2str(log10(vector))...
    '.mat'],'cmedio','smedio');

```

B.5 Simulação para obtenção da vazão do canal RACH com procedimento alterado

Nesta seção apresenta-se o código da simulação utilizado para a obtenção da vazão para o canal RACH com procedimento alterado. Este código permite a obtenção

da vazão para tamanhos de mensagens iguais 8 e 15 slots.

```

%-----
%s_poisson_Prop(lambda,vector,msg)
%lambda=> número de preâmbulos que chega a cada slot,
%considerando uma distribuição poissoniana
%vector=>número de repetições
%msg=>tamanho da mensagem em slot
%-----
function s_poisson_Prop(lambda,vector,msg);
acumuladorc=zeros(1,1);
acumuladors=zeros(1,1);
c=zeros(1,msg);
s=zeros(1,msg);
g=poissrnd(lambda,[1,vector]);
r=16; for
j=1:vector
    ocup=0;
    clear ocup_vect;
    jpos=j-fix((j-1)/msg)*msg;
    c(jpos)=zeros(1,1);
    s(jpos)=zeros(1,1);
    r=16-sum(c,2)-sum(s,2);
    if r~=0;
        n=zeros(1,16);
        chec=rand(1,g(j));
        for a=1:length(chec)
            if chec(a)<1/16
                n(1)=1+n(1);
            end
            for b=1:14
                if (chec(a)>=b/16 & chec(a)<((b+1)/16))
                    n(b+1)=1+n(b+1);
                end
            end
            if chec(a)>=15/16
                n(16)=1+n(16);
            end
        end
    end
end
end

```

```
for a=1:length(n)
    if n(a)>0
        ocup=ocup+1;
        ocup_vect(ocup)=a;
    end
end
%-----
%Calculo de 's' e 'c' de um slot qualquer
if r>=ocup
    for d=1:ocup
        if n(ocup_vect(d))>1
            c(jpos)=c(jpos)+1;
        else
            s(jpos)=s(jpos)+1;
        end
    end
else
    chec2=rand(1,ocup);
    [dispen,order]=sort(chec2);
    for d=1:r
        if n(ocup_vect(order(d)))>1
            c(jpos)=c(jpos)+1;
        else
            s(jpos)=s(jpos)+1;
        end
    end
end
acumuladorc=acumuladorc+sum(c,2);
acumuladors=acumuladors+sum(s,2);
%-----
else
    acumuladorc=acumuladorc+sum(c,2);
    acumuladors=acumuladors+sum(s,2);
end
end smedio=acumuladors/vector;
save(['z:\SimulacaoF\Dados\s_poisson_lamb' num2str(lambda)...
'_msg' int2str(msg) '_v' int2str(log10(vector)) '.mat'], 'smedio');
```

Referências Bibliográficas

- [1] Harri HOLMA and Antti TOSKALA, *WCDMA for UMTS Radio Access For Third Generation Mobile Communications*, John Wiley & Sons Ltd, England, 2004.
- [2] Alex Brand and Hamid Aghvami, *Multiple access protocols for Mobile Communications GPRS, UMTS and Beyond*, John Wiley, New York, 2002.
- [3] Ramon D. Soares and Jose M. C. Brito, “Throughput Comparison between RACH and CPCH in 3GPP”, in *Advanced Industrial Conference on telecommunications (AICH)*, 2005, pp. 238-242, Portugal.
- [4] Ramon D. Soares and Jose M. C. Brito, “A Probabilidade de Sucesso de Transmissão no Canal RACH Considerando Múltiplos Recursos de Demodulação na Estação Base”, in *XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBRT05)*, pp. 900-903, setembro 2005, Campinas-SP, Brasil.
- [5] Michel Daoud Yacoub, *Wireless Technology: Protocols, Standards, And Techniques*, CRC Press, New York, 2001.
- [6] 3GPP TSG-RAN Working Group 2, *Packet Data Convergence Protocol (PDCP)*, TS25.323, March 2005.
- [7] 3GPP TSG-RAN Working Group 2, *Radio Interface Protocol Architecture*, TS25.301, March 2005.
- [8] 3GPP TSG-RAN Working Group 2, *Broadcast/Multicast Control (BMC)*, TS25.324, March 2005.
- [9] Robert Lloyd-Evans, *Qos In Integrated 3G Networks*, Artech House, Boston, 2002.
- [10] Ramjee Prasad, Werner Mohr and Walter Konhäuser, *Third Generation Mobile Communication Systems*, Artech House, New York, 2000.
- [11] Clint Smith, et al, *3G Wireless Networks*, McGraw-Hill, New York, 2002.

- [12] 3GPP TSG-RAN Working Group 2, *Radio Resource Control (RRC) Protocol Specification*, TS25.331, March 2005.
- [13] 3GPP TSG-RAN Working Group 1, *Spreading and modulation (FDD)*, TS25.213, March 2005.
- [14] 3GPP TSG-RAN Working Group 1, *Physical Channels and Mapping of Transport Channels onto Physical Channels (FDD)*, TS25.211, March 2005.
- [15] 3GPP TSG-RAN Working Group 2, *Medium Access Control (MAC) Protocol Specification*, TS25.321, March 2005.
- [16] 3GPP TSG-RAN Working Group 1, *Physical Layer Procedures (FDD)*, TS25.214, March 2005.
- [17] Ivan N. Vukovic, "Throughput Comparison of Random Access Scheme in 3GPP", in *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC-Spring, pp. 616-620, Korea, 2003.
- [18] Jae Woo So and Dong Ho Cho, "Access Scheme for Integrated Voice/Data Transmissions Over Common Packet Channel in 3GPP", *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 2, pp.46-48, Feb. 2001.
- [19] Jae Woo So and Dong Ho Cho, "A new Access Scheme for Common Packet Channel in W-CDMA System", in *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC-Spring, 53rd, vol. 2, pp.517-521, Greece, 2001.
- [20] Jae Woo So, Dong Ho Cho and Minosoo Suk, "Improved Channel Assignment Scheme With Access Control for the Common Packet Channel in WCDMA Systems", *IEEE Commun. Letters*, vol. 6, no. 5, pp.184-186, May 2002.
- [21] Jae Woo So and Dong Ho Cho, "Effects of Status Broadcast Period in Common Packet Channel with Channel Monitoring of W-CDMA System", *IEICE Trans. Commun.*, vol. E84-B, no. 4, pp.1094-1099, April 2001.
- [22] Moon Young Choi, Yu Dong Yao, Kourosh Parsa and Emmanuel Kanterakis, "A CPCH Access Method for Prioritized Services", in *IEEE Vehicular Technology Conference*, VTC-Spring, pp.1121-1124, Birmingham-Alabama, 2002.
- [23] Moon Young Choi, Yu Dong Yao and Harry Heffes, "A CPCH Access Method for Prioritized Service in W-CDMA", *IEEE Comm. Lett.*, vol. 8, no. 1, pp.9-11, January 2004.

-
- [24] Beon Sik Bae and Dong Ho Cho, “Performance Analysis of Various CPCH Mechanisms in 3GPP Systems”, *IEICE Trans. Commun.*, vol. E84-B, nO.3, pp.464-473, March 2001.
- [25] Hyu Dae Kim, Bum Sik Bae, Hyum Ho Choi and Dong Ho Cho, “A new CPCH Access Scheme for Priority Service”, *IEICE Trans. Commun.*, vol.E86-B, nO.4, pp.1448-1452, APRIL 2003.
- [26] Ivan N. Vukovic and Tyler Brown, “Performance Analysis of the Random Access Channel (RACH) in WCDMA”, in *IEEE Vehicular Technology Conference, VTC-Spring*, pp.532-536, Greece, 2001.
- [27] Parsa Kourosh, Saeed s. Ghassemzadeh and Saied Kazeminejad, “Systems Engineering of Data Services in UMTS W-CDMA Systems”, in *IEEE International Conf. on Communications*, Finladia, 2001.
- [28] Johan Morberg, M. Lofgren and R. S. Karlsson, “Throughput of the WCDMA Random Access Channel”, in *Mobile Communication Summit*, Galway, Ireland, Oct, 2000.
- [29] William Feller, *An Introduction to probability Theory andIts Applications*, Volume I, John Wiley, 1968.