

Iwanir Araújo da Silva Júnior

**Análise do Efeito Mistura
de Quatro Ondas em
Fibras Ópticas na janela de
1550 nm**

2003

**ANÁLISE DO EFEITO MISTURA DE
QUATRO ONDAS EM FIBRAS ÓPTICAS
NA JANELA DE 1550 NM.**

IWANIR ARAÚJO DA SILVA JÚNIOR

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações – INATEL – como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

ORIENTADOR: Profa. Dra. Maria Regina Caputo

Santa Rita do Sapucaí

2003

FOLHA DE APROVAÇÃO

Dissertação defendida e aprovada em ____ / ____ / ____ ,

pela comissão julgadora:

(Prof. Dr. Hugo Luis Fragnito / DEQ – Inst. Física – UNICAMP)

(Prof. Dr. José Antônio Justino Ribeiro /DTE - INATEL)

(Profa. Dra. Maria Regina Campos Caputo / DTE – INATEL)

Coordenador do Curso de Mestrado

*“... Porque é esplêndido o fruto de bons trabalhos,
e a raiz da sabedoria é sempre fértil.”*

(Livro da Sabedoria – Capítulo 3)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha família; ao meu pai por ser o principal mestre em minha vida. Ao anjo mais perfeito que Deus enviou a Terra para que eu pudesse chamá-lo de “Mãe”. Aos meus irmãos, melhores companheiros e amigos que alguém pode ter. À minha Tida, mais do que tia, uma segunda mãe. A todos os meus parentes e amigos de coração que acreditaram na minha batalha através de incentivos, preces e principalmente, confiança. E finalmente, a almas amigas que passaram em minha vida e deixaram sua contribuição de boas lembranças e vivência: Tio Antônio e Dona Lilia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela saúde e fé para concluir mais este desafio em minha vida mostrando que Ele sempre está me abençoando com paz, felicidade e esperança.

À professora Dra. Maria Regina por se fazer mais que orientadora, mas amiga, e batalhar comigo no desenvolvimento deste trabalho. Sua garra e força de vontade são os mais sublimes aprendizados que vivenciei durante o curso. E que, com certeza, nunca os aprenderei realizando simplesmente pesquisas em minha vida.

Ao professor Dr. Justino por aceitar fazer parte do desafio de concluir este trabalho como meu co-orientador e ao professor Dr. Maurício pelo incentivo incansável em nossas pesquisas.

Agradeço à minha família por estar comigo sempre, principalmente nos momentos mais difíceis de minha vida, e nunca me abandonar. Aos meus pais, Ivanir e Bete, pelo incentivo e confiança sempre. E sobretudo pelo carinho e por serem meus pais.

Ao Cacá e ao Lucas, mais que amigos, dignificaram sempre o simples fato de serem meus irmãos de sangue estando ao meu lado nesta conquista. A Tida, Dri, Tininica, Tia Helena, Tia Cida e Tia Vitória e todos os meus primos e tios que se fizeram presentes com o auxílio, carinho e motivação.

À D. Cida pelo carinho especial em me acolher em sua residência.

Aos companheiros e irmãos que encontrei neste curso de mestrado: Rodrigo, André, Helder, Carlos Lemos, Vaguinho, Edmilson, Estevan, Rausley, Jamil. E aos meus amigos estagiários do LabPG - Inatel, Bruno, Renato e Juliano.

Aos membros diretores da Diretoria – CEFET[®]. E ao Marcelo da República Arcoólatras BH[®]. Essa vai para vocês!

Aos companheiros de estrada que sempre me ajudaram com caronas: Zé Francisco, Lindomar, Gabriel, Aloizio Ramos, João Paulo, Dolfinho, Lindolfo e Wellington.

A Bia, Robélia e Lúcia, funcionárias do Inatel, por se mostrar prestativas e eficientes nas questões administrativas do curso.

Ao professor Adonias pelo apoio e por acreditar sempre no êxito deste trabalho. E ao Anselmo e ao Geraldo pela boa vontade sempre na criação deste trabalho.

À Ericsson e à Finatel pelo suporte financeiro.

A todos estes e mais, amigos e amigas, dádivas de Deus em minha vida.

A vocês o meu “Muito obrigado!”. Nunca os esquecerei.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	I
LISTA DE TABELAS	IV
LISTA DE SÍMBOLOS	V
LISTA DE SIGLAS	IX
RESUMO	X
ABSTRACT	XI
Capítulo 1. Introdução Geral.....	1
1.1. Introdução	1
1.2. A Fibra Óptica como Guia de Onda.....	2
1.3. A Organização do Trabalho	5
Capítulo 2. Equação de Propagação do Pulso.....	7
2.1. Introdução	7
2.2. Equações de Maxwell	7
2.3. Características do meio	9
2.4. Polarização da matéria	10
2.5. Polarização Linear e Não-Linear.....	12
2.5.1. Propagação do Pulso em um Meio Linear.....	15
2.5.2. Propagação do Pulso em um Meio Não-Linear.....	19
2.6. Equação Não-Linear de Schrödinger	23
Capítulo 3. Efeitos Lineares em Fibras Ópticas.....	28
3.1. Introdução	28
3.2. A Atenuação em Fibras Ópticas.....	29
3.3. A Dispersão numa Fibra Monomodo	33
3.3.1. Dispersão de Velocidade de Grupo	33
3.3.2. Dispersão de Material.....	35
3.3.3. Dispersão do Guia de Onda.....	38

3.3.4.	Regimes de Propagação Diferentes	39
3.3.5.	A Dispersão para um Pulso com Perfil Temporal Gaussiano.....	42
3.3.6.	Dispersão de Alta Ordem	45
Capítulo 4.	Efeitos Não-Lineares em Fibras Ópticas	49
4.1.	Introdução	49
4.2.	A Refração Não-Linear	50
4.2.1.	Automodulação de Fase	51
4.2.1.1.	Mudanças Espectrais devido à SPM	55
4.2.1.2.	Os Efeitos conjuntos da GVD e da SPM	57
4.2.2.	Instabilidade Modulacional	59
4.2.3.	Modulação de Fase Cruzada.....	64
4.2.3.1.	Equações Acopladas de Amplitudes	65
4.2.4.	Mistura de Quatro Ondas	67
4.3.	Espalhamento Inelástico de Luz Estimulado.....	67
Capítulo 5.	Mistura de Quatro Ondas: Aspectos Teóricos	70
5.1.	Introdução	70
5.2.	Origem da FWM	71
5.3.	Teoria do FWM.....	74
5.3.1.	Equações de Amplitude Acopladas	75
5.3.2.	Uma Solução aproximada	76
5.3.3.	Efeito do casamento de fase	82
5.4.	A Eficiência do Processo de FWM	83
5.4.1.	Cálculo da Eficiência FWM	88
5.4.2.	Comprimento de Coerência	91
5.5.	Condições de casamento de fase	92
5.5.1.	Mecanismos físicos em uma fibra monomodo	92
5.5.1.1.	FWM com casamento de fase na região do comprimento de onda de dispersão zero	94
5.5.1.2.	FWM com casamento de fase pela SPM.....	98
Capítulo 6.	Mistura de Quatro Ondas: Simulações Computacionais.....	100
6.1.	Introdução	100
6.2.	Influência da Potência dos Canais.....	101
6.3.	Influência do Comprimento da Fibra	104
6.4.	Influência da Separação Espectral entre Canais	107
6.4.1.	Espaçamento entre Canais	107
6.4.2.	Posição dos Canais	109

6.5.	Influência da dispersão.....	113
Capítulo 7.	Conclusão.....	118
7.1.	Introdução.....	118
7.2.	Conclusões.....	118
7.3.	Trabalhos futuros.....	121
Anexo A -	O Método Numérico Split-Step Fourier.....	123
Anexo B -	Unidades do Índice de Refração Não-Linear.....	126
Referências Bibliográficas	128

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Seção transversal e perfil do índice de refração de uma fibra óptica de índice degrau (a) e de uma fibra óptica de índice gradual (b).....	3
Figura 1.2: Reflexão interna total em uma fibra de índice degrau mostrando o confinamento da luz para raios com $\phi > \phi_c$	4
Figura 2.1: Ilustração da aproximação da distribuição de cargas como dipolo elétrico [14].	10
Figura 2.2: Polarização de um átomo sem a aplicação de um campo elétrico externo (a) e com a aplicação de um campo elétrico externo (b) [14].	11
Figura 2.3: Polarização em função da aplicação de um campo elétrico para um meio que possui centro de inversão (a) e para um meio que não apresenta centro de inversão (b) [17].....	13
Figura 2.4: Ilustração da aplicação de um campo elétrico externo e da Polarização resultante em um meio linear e em meios não-lineares com e sem simetria de inversão [18], [19].	14
Figura 3.1: Ilustração da atenuação e do espalhamento temporal de um sinal óptico ao propagar pela fibra.	28
Figura 3.2: Curva experimental de perda para uma fibra monomodo e dependência de vários mecanismos de perdas com o comprimento de onda que compõem a perda total de uma fibra [25]...	30
Figura 3.3: Atenuação da fibra óptica AllWave (Lucent Technologies) mostrando a extinção do “pico d’água” em 1390 nm [26].....	31
Figura 3.4: Ilustração de uma macrocurvatura (a) e de uma microcurvatura (b) presentes em uma fibra óptica.	32
Figura 3.5: Variação do índice de refração n e do índice de grupo n_g com o comprimento de onda para a sílica fundida.	36
Figura 3.6: Variação do parâmetro de GVD β_2 com o comprimento de onda para a sílica fundida...	36
Figura 3.7: Variação do parâmetro de dispersão de material D_M com o comprimento de onda para a sílica fundida.	37
Figura 3.8: Curva de Dispersão para uma fibra óptica Padrão mostrando também a dispersão de material e a dispersão do guia de onda que a compõe.....	38
Figura 3.9: Curva de Dispersão para uma fibra óptica DSF, mostrando também a dispersão de material e a dispersão do guia de onda que a compõe.....	39
Figura 3.10: Resultados da ação da dispersão em um pulso óptico com forma gaussiana mostrando seu espalhamento no regime linear, para (a) teórico e (b) simulado.	44
Figura 3.11: Ilustração da varredura de frequência óptica através do pulso para (a) Regime de Dispersão Normal e (b) Regime de Dispersão Anômalo.	45

Figura 3.12: Gráfico da variação do parâmetro de dispersão de terceira ordem β_3 com o comprimento de onda.	46
Figura 3.13: Simulação dos efeitos causados pela dispersão de 2ª ordem na propagação de um pulso gaussiano no regime linear.	48
Figura 4.1: Ilustração gráfica para o deslocamento de fase não-linear de um pulso gaussiano e de um pulso super-gaussiano considerando $L_{eff} = L_{NL}$	54
Figura 4.2: Varredura de frequência para pulsos com formato gaussiano e super-gaussiano.	54
Figura 4.3: Alargamento espectral e estrutura oscilatória causadas pela SPM para um pulso gaussiano com $\phi_{m\acute{a}x} = 0,5\pi$ em (a) e $\phi_{m\acute{a}x} = \pi$ em (b).	56
Figura 4.4: Alargamento espectral e estrutura oscilatória causadas pela SPM para um pulso gaussiano com $\phi_{m\acute{a}x} = 1,5\pi$ em (a) e $\phi_{m\acute{a}x} = 2,5\pi$ em (b).	56
Figura 4.5: Alargamento espectral e estrutura oscilatória causadas pela SPM com $\phi_{m\acute{a}x} = 4,5\pi$ para um pulso gaussiano em (a) e para um pulso super-gaussiano em (b).	56
Figura 4.6: Evolução temporal em (a) e espectral em (b) de um pulso no regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$) com ação dos efeitos da SPM.	58
Figura 4.7: Evolução temporal em (a) e espectral em (b) de um pulso no regime de dispersão anômalo ($\beta_2 < 0$) com ação dos efeitos da SPM.	59
Figura 4.8: Espectro do ganho de MI g considerando parâmetros de uma fibra Padrão na região de 1550 nm para dois níveis de potência, 1 W e 2 W	62
Figura 4.9: Espectro do Ganho de IM g considerando parâmetros de uma fibra DSF na região de 1550 nm para dois níveis de potência, 10 mW e 20 mW	62
Figura 4.10: Diagrama ilustrativo do processo de Instabilidade Modulacional como resultado da interação entre a dispersão e a não-linearidade na fibra óptica.	63
Figura 4.11: Espalhamento espectral causado pela ação dos efeitos da XPM e SPM em um pulso de bombeamento em (a) e em um pulso de teste em (b) para $L = L_W$	67
Figura 4.12: Espectro do ganho Raman [1], [16].	69
Figura 5.1: Caso parcialmente degenerado específico para $\omega_1 = \omega_2$ onde tem-se as bandas laterais geradas pela FWM.	74
Figura 5.2: Variação do ganho paramétrico com o descasamento do vetor de onda para várias potências de bombeamento P	83
Figura 5.3: Número de frequências geradas e número de produtos gerados pelo processo de FWM em função no número de canais de um sistema WDM.	85
Figura 5.4: Diagrama ilustrativo para três canais WDM mostrando as frequências geradas pelo processo de FWM para (a) espaçamento igual entre canais e (b) espaçamento diferente entre canais.	86
Figura 5.5: Efeito do descasamento de fase na eficiência do processo de FWM.	91
Figura 5.6: Eficiência FWM em função da variação de f_i em torno de f_0 para o caso parcialmente degenerado ($f_i = f_j$), com $dD/d\lambda = 0,07$ ps/nm ² km, $L = 2,5$ km, $\alpha = 0,21$ dB/km e espaçamento entre canais igual a 7 nm (curva tracejada) e 15 nm (curva sólida).	96

Figura 5.7: Eficiência FWM em função da variação de f_i em torno de f_0 para $L = 5$ km, $f_i = f_j$, espaçamento entre canais igual a 7 nm, $dD/d\lambda = 0,07$ ps/nm ² km e $\alpha = 0,21$ dB/km.....	97
Figura 5.8: Eficiência FWM em função do comprimento da fibra para dois valores específicos de $f_i - f_0$ (-69,4 GHz – cruzeiros e +52,6 GHz – círculos). Considerando $f_i = f_j$, espaçamento entre canais igual a 7 nm, $dD/d\lambda = 0,07$ ps/nm ² km e $\alpha = 0,21$ dB/km.....	98
Figura 5.9: Diagrama esquemático da Instabilidade Modulacional como um processo de FWM assistido pela SPM.	99
Figura 6.1: Potência gerada pelo processo FWM em função da potência de entrada dos canais originais. Figura gerada pelo software Mathcad (teórica) e pelo VPI (simulação).	102
Figura 6.2: Espectro óptico observado na saída da fibra óptica, mostrando o crescimento da FWM em função do aumento da potência de entrada dos canais para 1 mW (a), 3 mW (b), 6 mW (c), 8 mW (d), 10 mW (e) e 12 mW (f)	103
Figura 6.3: Potência FWM como função do comprimento da fibra para as duas componentes de frequência P_{112} e P_{221}	104
Figura 6.4: Eficiência FWM como função do comprimento da fibras para separação entre canais de 1 nm, 2 nm e 3 nm, considerando uma fibra Padrão.	105
Figura 6.5: Eficiência FWM como função do comprimento da fibras para separação entre canais de 40, 50 60, 70 GHz considerando uma fibra Padrão.....	106
Figura 6.6: Eficiência FWM como função do comprimento da para separação entre canais de 80, 100 e 120 GHz considerando uma fibra Padrão.....	106
Figura 6.7: Comparação de potência da onda gerada pela FWM para $f_{112} = 193,4$ GHz e $f_{112}' = 193,5$ GHz, considerando espaçamento entre canais de 100 GHz e 200 GHz respectivamente, para uma fibra DSF operando no regime de propagação Anômalo.....	108
Figura 6.8: Posição dos produtos gerados pela FWM com espaçamento entre canais igual, resultando em interferência nos canais originais. Figura 6.8 (a) gerada pelo software Excel e Figura 6.8 (b) gerada por simulação através do VPI.	110
Figura 6.9: Posição dos produtos gerados pela com espaçamento entre canais diferente. Não há interferência nos canais originais. Figura 6.9 (a) gerada pelo software Excel e Figura 6.9 (b) gerada por simulação através do VPI.....	111
Figura 6.10: Diagramas de olho dos canais originais para espaçamento igual entre canais (coluna da esquerda) e para espaçamento diferente entre canais (coluna da direita). Distância propagada de 50 km em uma fibra DSF. Figuras geradas por simulação através do VPI.	112
Figura 6.11: Comparação da eficiência FWM entre uma fibra Padrão, uma fibra DSF e uma fibra NZDSF, com $\lambda = 1552$ nm, $\alpha = 0,25$ dB/km e $L = 10$ km.....	114
Figura 6.12: Comparação de potência da onda gerada pela FWM para uma fibra DSF e uma fibra NZDSF para dois canais com espaçamento próximo a $\Omega_{M\text{máx}}$	115
Figura 6.13: Comparação de potência da onda gerada pela FWM para uma fibra DSF operando no regime de propagação Normal e no regime de propagação Anômalo da fibra.....	117
Figura A – I: Representação esquemática do Método Split-Step Fourier usado para simulações numéricas.....	124

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Parâmetros utilizados para cálculo do índice de refração dado pela aproximação da Equação de Sellmeier.....	36
Tabela 3.3 – Valores característicos de dispersão e derivada de dispersão para vários tipos de fibras ópticas comerciais [2].....	48
Tabela 6.1 – Parâmetros da fibra utilizada na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à Potência de entrada dos canais	101
Tabela 6.2 – Parâmetros utilizados na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra para diferentes valores de separação entre canais.	108
Tabela 6.3 – Parâmetros utilizados na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra para diferentes tipos de fibras.	115
Tabela 6.4 – Parâmetros utilizados na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra considerando diferentes regimes de propagação.....	116

LISTA DE SÍMBOLOS

A_{eff}	Área efetiva da fibra óptica
$\tilde{\alpha}$	Coefficiente de atenuação
α	Coefficiente de atenuação linear
α_2	Coefficiente de atenuação não-linear
L_{coh}	Comprimento de coerência
L_D	Comprimento de dispersão
L'_D	Comprimento de dispersão de segunda ordem
L_{NL}	Comprimento de não-linear
λ_0	Comprimento de onda de dispersão zero
L_w	Comprimento de <i>walk-off</i>
L_{eff}	Comprimento efetivo da fibra óptica
β	Constante de propagação
$\varepsilon_L(\omega)$	Constante dielétrica linear
$\varepsilon_{NL}(\omega)$	Constante dielétrica não-linear
S_0	Derivada da dispersão
Ω_S	Deslocamento de frequência
$\Omega_{Mmáx}$	Deslocamento de frequência onde o ganho de Instabilidade Modulacional é máximo

D_W	Dispersão cromática do guia de onda
D_M	Dispersão cromática do material
D	Dispersão cromática total
\tilde{A}	Distribuição do campo elétrico
$F(x,y)$	Distribuição transversal do campo elétrico
η	Eficiência de geração do processo de Mistura de Quatro Ondas
Δf	Espaçamento entre canais ou deslocamento de frequência
d	Fator de degenerescência
$\Delta\beta$	Fator de descasamento de fase linear
$\Delta\beta_M$	Fator de descasamento de fase linear devido à dispersão de material
$\Delta\beta_W$	Fator de descasamento de fase linear devido à dispersão do guia de onda
$\Delta\beta_{NL}$	Fator de descasamento de fase não-linear
$\Delta\beta_T$	Fator de descasamento de fase total
γ	Fator de não-linearidade
ω_0	Frequência da portadora óptica
ω_{ijk}	Frequência gerada pela Mistura de Quatro Ondas
ω	Frequência óptica da onda que interage no processo de Mistura de Quatro Ondas (ω_i , ω_j e ω_k)
$g(\Omega)$	Ganho de potência devido à Instabilidade Modulacional
$\tilde{n}(\omega)$	Índice de refração

n	Índice de refração
n_g	Índice de refração de grupo
$n(\omega)$	Índice de refração linear
n_2	Índice de refração não-linear
T_{FWHM}	Largura total entre os pontos de meia potência
T_0	Metade da largura temporal de pulso para o ponto de intensidade de 1/e
N	Ordem do sóliton
β_2	Parâmetro de dispersão de primeira ordem
β_3	Parâmetro de dispersão de segunda ordem
μ_0	Permeabilidade magnética no vácuo
ϵ_0	Permissividade dielétrica no vácuo
Δn	Perturbação imposta ao índice de refração causada pela não-linearidade
P	Potência de pico de um pulso
P_{ijk}	Potência óptica da onda gerada pela Mistura de Quatro Ondas
$\chi^{(j)}$	Suscetibilidade elétrica de ordem j
$\Delta\phi$	Variação de fase
ϕ_{max}	Variação de fase máxima
$\Delta\phi_{NL}$	Variação de fase não-linear
$\delta\omega(T)$	Varredura de frequências – <i>chirp</i>

c	Velocidade da luz no vácuo
v_g	Velocidade de grupo
\vec{P}_L	Vetor de polarização elétrica linear
\vec{P}_{NL}	Vetor de polarização elétrica não-linear
\vec{D}	Vetor densidade de fluxo elétrico
\vec{B}	Vetor densidade de fluxo magnético
\vec{E}	Vetor intensidade de campo elétrico
\vec{H}	Vetor intensidade de campo magnético
\vec{P}	Vetor polarização elétrica
\vec{M}	Vetor polarização magnética
\vec{r}	Vetor posição com coordenadas espaciais genéricas (x, y, z)

LISTA DE SIGLAS

EDFA	Amplificador a fibra dopada com érbio
SAM	Automodulação de Amplitude
SPM	Automodulação de fase
GVD	Dispersão de velocidade de grupo
NLSE	Equação não-linear de Schrödinger
SBS	Espalhamento Brillouin Estimulado
SRS	Espalhamento Raman Estimulado
VPI	Ferramenta computacional usada para simulações (<i>Virtual Photonics Inc. – Transmission Module</i>)
DSF	Fibra óptica de dispersão deslocada
NZDSF	Fibra óptica de dispersão deslocada não-nula
MI	Instabilidade modulacional
SSF	Método numérico Split-Step Fourier
FWM	Mistura de Quatro Ondas
XPM	Modulação de fase cruzada
DWDM	Multiplexação densa por divisão de comprimento de onda
WDM	Multiplexação por divisão de comprimento de onda
CW	Sinal óptico sem modulação

RESUMO

JÚNIOR, I. A. S. Sobre a análise do efeito Mistura de Quatro Ondas em fibras ópticas operando na janela de 1550 nm. Santa Rita do Sapucaí, 2003. Instituto Nacional de Telecomunicações.

Neste trabalho são estudadas as características do fenômeno não-linear Mistura de Quatro Ondas em fibras ópticas operando na janela de 1550 nm. Este estudo tem como objetivo entender teoricamente o fenômeno Mistura de Quatro Ondas e comprovar seus efeitos através de simulações numéricas. Ao longo do trabalho, analisa-se a dependência da potência óptica da onda gerada pelo processo de Mistura de Quatro Ondas com os parâmetros da fibra na região operação e dos pulsos ópticos incidentes na mesma. Mostra-se que os principais parâmetros que influenciam a eficácia desse processo são: potência dos canais, espaçamento espectral entre eles, comprimento da fibra e níveis de dispersão cromática na janela de operação. Tais parâmetros podem estabelecer condições propícias para se obter um casamento de fase necessário à geração desse fenômeno.

Como em todo efeito não-linear, o aumento da potência dos canais resulta no aumento da potência da onda gerada por este fenômeno; a redução do espaçamento espectral entre os canais permite que o processo de Mistura de Quatro Ondas seja mais eficaz em produzir novas componentes de frequência; o comprimento da fibra desempenha um importante papel na evolução da onda gerada por este processo, devido ao comprimento de coerência relacionado ao fenômeno; o aumento do nível de dispersão reduz a eficiência desse fenômeno.

Palavras-chave: Fibra Óptica, Dispersão, Efeitos Não-lineares, Mistura de Quatro Ondas, Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda.

ABSTRACT

JÚNIOR, I. A. S. About the analysis of the Four Wave Mixing effect in optical fibers operating in the 1550 nm window. Santa Rita do Sapucaí, 2003. Instituto Nacional de Telecomunicações.

This work studies the characteristics of the Four Wave Mixing phenomenon in optical fibers operating in the 1550 nm window. The purpose is to understand theoretically the Four Wave Mixing phenomenon and confirm its effects through numerical simulations. Along this work, the dependence of the wave optical power generated by Four Wave Mixing process with fiber and incident optical pulses parameters is analyzed. It shows that the main parameters, which influence the efficacy of this process, are: power of channels, spectral separation between them, length of the fiber, and chromatic dispersion levels in the operating window. Such parameters can establish appropriated conditions to get a phase matching necessary to generate this phenomenon.

The increase of the channel power results in the increase of wave power generated by this phenomenon, like every nonlinear effect; the decrease of spectral separation between channels allows the Four Wave Mixing to be more efficient to produce new frequency components; the length of the fiber plays an important role in the evolution of the wave generated by this process, due to the coherence length related to the phenomenon; the increase of the dispersion level decreases the efficiency of this phenomenon.

Keywords: Optical Fiber, Dispersion, Nonlinear Effects, Four Wave Mixing, Wavelength Division Multiplexing.

Capítulo 1. INTRODUÇÃO GERAL

1.1. Introdução

A maior capacidade dos sistemas de comunicações ópticos para a transmissão de informação em longas distâncias se deve à grande largura de banda e à baixa atenuação providos pela fibra óptica. O desempenho dos primeiros sistemas ópticos era limitado pela atenuação do sinal e pelo alargamento temporal dos pulsos ópticos devido respectivamente aos efeitos de perda e dispersão presentes na fibra. Um enorme progresso foi realizado entre 1975 e 2000, fazendo com que esses sistemas pudessem operar com altas taxas de bits, utilizando fibras ópticas monomodo de baixa atenuação, técnicas eficientes de controle da dispersão e amplificadores ópticos a fibra dopada com érbio [1], [2], [3]. O desenvolvimento de Sistemas de Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda – WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) possibilitou aumentar ainda mais a capacidade de transmissão de dados alocando-se vários canais ópticos, em diferentes comprimentos de onda, em uma mesma fibra óptica [4]-[7].

Contudo, a limitação de desempenho na qual esses sistemas ópticos estavam sujeitos passou a ser determinada também pelos efeitos não-lineares presentes na fibra que contribuem para a degradação do sinal transmitido [8], [9], prejudicando assim a capacidade de transmissão [10]. Surgiram então, soluções que minimizaram a ação dos efeitos não-lineares. Dentre elas, o desenvolvimento de fibras ópticas que oferecessem melhores resultados à combinação de tais efeitos juntamente com os originados por outros mecanismos de dispersão [11], [12].

Nos sistemas WDM operando em *fibras de dispersão deslocada* – DSF (*Dispersion Shifted Fibers*) na região de 1550 nm, o efeito não-linear Mistura de Quatro Ondas – FWM (*Four Wave Mixing*) [1], [5] é um dos mais importantes na caracterização de desempenho dos sistemas, visto que condições adequadas para o surgimento desse efeito são proporcionadas pela baixa dispersão na região de operação. Devido a isso, apareceram fibras que diminuía os efeitos da FWM pelo fato de apresentarem maior dispersão em comparação com as fibras DSF nessa região de operação, mas mantendo a dispersão dentro de limites toleráveis [13]. São as chamadas *fibras de dispersão deslocada não-nula* – NZDSF (*Non-Zero Dispersion Shifted Fiber*). A seguir, mostra-se a constituição básica de uma fibra óptica e apresenta-se o processo de confinamento da luz, usando o modelo fundamentado na óptica geométrica.

1.1.1. A Fibra Óptica como Guia de Onda

A fibra óptica constitui-se basicamente por um núcleo cilíndrico de vidro de sílica com raio a e índice de refração n_1 envolvido por uma casca de raio b e índice de refração n_2 menor que n_1 . O índice de refração n é definido como a razão entre a velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \times 10^8$ m/s) e a velocidade com que ela propaga-se na matéria v , ou seja, $n = c/v$. Fibras ópticas que possuem uma mudança abrupta de índice de refração na interface núcleo-casca são chamadas de fibras de índice degrau, enquanto que as fibras que possuem o índice de refração do núcleo decrescendo gradualmente até o valor correspondente à casca são denominadas fibras de índice gradual. A Figura 1.1 ilustra estas características e a composição de uma fibra óptica.

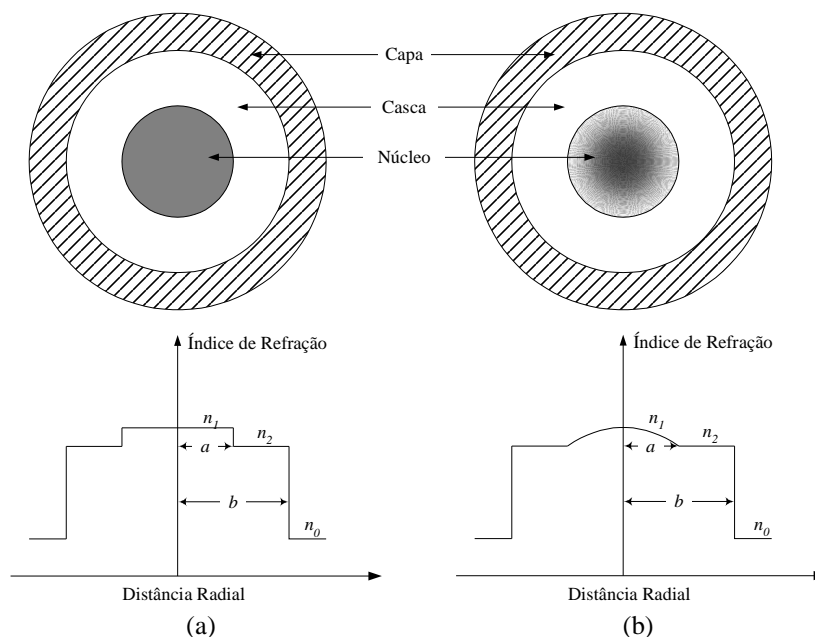


Figura 1.1: Seção transversal e perfil do índice de refração de uma fibra óptica de índice degrau (a) e de uma fibra óptica de índice gradual (b).

O conceito de reflexão e refração pode ser interpretado considerando-se o comportamento de raios de luz associados a ondas planas viajando em um meio dielétrico. A reflexão e a refração são governadas por três leis [1], [2], [5], [6]:

1ª lei da reflexão – os vetores que representam as direções de propagação das ondas incidente e refletida estão contidos num mesmo plano (plano de incidência) que é normal ao plano de separação entre os dois meios.

2ª lei da reflexão – o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência.

Lei da refração ou lei de Snell – o ângulo que a direção da onda transmitida faz com a normal à superfície de separação está relacionado com o ângulo de incidência pela relação:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1.1)$$

onde θ_1 é o ângulo com que a onda de incidência faz com a normal do plano no meio com n_1 e θ_2 é o ângulo com que a onda de transmissão faz com a normal do plano no meio com n_2 . Assim, considerando a representação por raios geométricos

[1] para uma fibra de índice degrau na Figura 1.2, pode-se observar que a refração da luz na interface ar-núcleo pode ser dada por:

$$n_0 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r \quad (1.2)$$

O raio refratado que acaba de entrar no núcleo da fibra sofrerá novas refrações e reflexões agora na interface núcleo-casca. Porém, considerando a Eq. (1.1), haverá um ângulo de incidência nessa região para o qual o ângulo de transmissão resultará em 90° . Neste caso, não haverá energia transmitida para a casca causando a reflexão total da onda incidente. Esta condição é satisfeita sempre que ϕ , na Figura 1.2, for tal que $\sin \phi > n_2 / n_1$. Desta forma, o ângulo que o raio de incidência dentro do núcleo satisfaz esta condição é denominado ângulo crítico e é dado por:

$$\phi_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (1.3)$$

Para $\phi > \phi_c$, o feixe de luz permanece confinado dentro do núcleo da fibra estabelecendo-se assim, uma estrutura capaz de guiar a luz devido às múltiplas reflexões na interface núcleo-casca da fibra óptica.

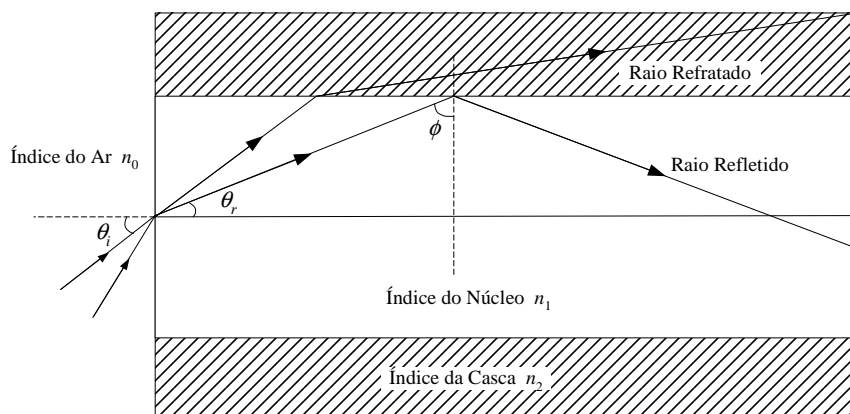


Figura 1.2: Reflexão interna total em uma fibra de índice degrau mostrando o confinamento da luz para raios com $\phi > \phi_c$.

Usando as Eqs. (1.2) e (1.3), pode-se encontrar o ângulo máximo que o raio incidente na fibra θ_i faz com o eixo longitudinal da mesma para que permaneça confinado dentro do núcleo.

$$n_0 \sin \theta_i = n_1 \cos \phi_c = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.4)$$

onde usou-se $\theta_r = \pi/2 - \phi_c$. Como n_0 é aproximadamente igual a 1 para o ar, tem-se que $\theta_{i\text{máx}}$ é o ângulo pelo qual se tem a máxima captação da luz que permitirá a sua propagação dentro do núcleo, denominado ângulo de aceitação. Assim, este ângulo caracterizará a abertura numérica da fibra AN que descreve a captação da energia luminosa e determina a eficiência de acoplamento entre a fonte irradiante e o núcleo da fibra [2]. A abertura numérica AN é então dada por:

$$AN = \sin \theta_{i\text{máx}} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.5)$$

Para $n_2 \cong n_1$, AN é igual a:

$$AN = n_1 \sqrt{2\Delta} \quad (1.6)$$

na qual $\Delta = (n_1 - n_2)/n_1$ é a diferença relativa de índices de refração.

O confinamento de luz dentro de uma fibra óptica pelos fundamentos da óptica geométrica descrito acima é válido quando o raio a da fibra é muito maior que o comprimento de onda do sinal λ . Contudo, uma descrição mais geral aplicável a todos os valores de raio da fibra é feita pela aproximação da teoria eletromagnética a qual considera a luz como uma onda eletromagnética e sua propagação é governada pelas equações de Maxwell. Esta descrição será vista no Capítulo 2 e proporcionará juntamente com a teoria da Óptica Geométrica um melhor entendimento dos efeitos de dispersão e não-linearidade presentes na fibra óptica.

1.2. A Organização do Trabalho

Este trabalho estuda de forma geral os efeitos não-lineares em fibras ópticas dando ênfase ao processo não-linear de Mistura de Quatro Ondas. Estudam-se suas características e seus aspectos teóricos e comprova-se, através de simulações numéricas, parte da teoria abordada. Para se alcançar o objetivo proposto, o trabalho está organizado como descrito a seguir.

No Capítulo 2 estudam-se alguns dos princípios da óptica não-linear almejando a obtenção da Equação Não-Linear de Schrödinger – NLSE (*Nonlinear Schrödinger Equation*) que descreve a propagação de pulsos de luz em uma fibra óptica.

No Capítulo 3 são estudados os efeitos lineares da atenuação de potência imposta pela fibra e os efeitos relacionados à dispersão cromática do pulso óptico no regime linear de propagação.

No Capítulo 4 abordam-se os efeitos não-lineares como a Automodulação de Fase – SPM (*Self Phase Modulation*), Instabilidade Modulacional – MI (*Modulation Instability*) e a Modulação de Fase Cruzada – XPM (*Cross Phase Modulation*), mostrando-se também através de simulações numéricas realizadas pela ferramenta VPI – *Virtual Photonics Inc. – Transmission Module*, a caracterização desses efeitos.

O Capítulo 5 é dedicado ao estudo do efeito não-linear Mistura de Quatro Ondas mostrando-se os aspectos significativos que levam à maior eficiência de geração deste fenômeno.

No Capítulo 6 comprova-se através de simulações numéricas algumas previsões teóricas relacionadas ao Capítulo 5. Para isso, faz-se o uso da ferramenta computacional VPI a qual resolve numericamente a Equação NLS referida no Capítulo 2. Esta análise é complementada por gráficos gerados através das ferramentas computacionais: Mathcad, Matlab, Excel e Origin.

No Capítulo 7 apresentam-se as conclusões deste trabalho e as propostas para futuros trabalhos.

Incluem-se ainda, neste trabalho, dois anexos. O Anexo A apresenta os aspectos teóricos do método numérico usado pela ferramenta de simulação VPI e o Anexo B trata das unidades relacionadas ao índice de refração não-linear da fibra.

Capítulo 2. EQUAÇÃO DE PROPAGAÇÃO DO PULSO

2.1. Introdução

Para a análise dos efeitos não-lineares em fibras ópticas é necessário considerar a teoria da propagação da onda eletromagnética em um meio não-linear e dispersivo. Assim, são introduzidos importantes conceitos tais como a polarização elétrica induzida em um meio, com suas partes linear e não-linear, e a constante dielétrica dependente da frequência. Considera-se a teoria da propagação do pulso em um meio não-linear dispersivo na aproximação da envoltória variando lentamente no tempo, admitindo-se a largura espectral do pulso muito menor que a frequência da radiação incidente. Finalmente, chega-se à Equação Não-Linear de Schrödinger – NLSE (*Nonlinear Schrödinger Equation*), que descreve a propagação do pulso óptico numa fibra monomodo.

2.2. Equações de Maxwell.

A luz é uma onda eletromagnética descrita pelas Equações de Maxwell [14], [15]. Para um meio dielétrico, desprovido de cargas livres, tais equações são dadas por:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Faraday-Henry}) \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{Lei de Ampère-Maxwell}) \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss para o Campo Elétrico}) \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{Lei de Gauss para o Campo Magnético}) \quad (2.4)$$

onde \vec{E} é o vetor campo elétrico, \vec{H} o vetor campo magnético, \vec{D} o deslocamento elétrico e \vec{B} é a indução magnética. \vec{D} e \vec{B} surgem da resposta do meio devido a \vec{E} e \vec{H} e são relacionados a eles por:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (2.6)$$

onde ϵ_0 é a permissividade dielétrica do vácuo e μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo. \vec{P} é o vetor de polarização elétrica induzida, que depende das propriedades materiais e do campo aplicado, e \vec{M} é o vetor de magnetização. Sendo a fibra óptica um meio não-magnético, tem-se $\vec{M} = 0$.

As Equações de Maxwell levam em conta os efeitos das propriedades do material na propagação de ondas eletromagnéticas, pois não envolvem somente $\vec{E}(\vec{r}, t)$ e $\vec{H}(\vec{r}, t)$, mas também a densidade de fluxo elétrico \vec{D} e a densidade de fluxo magnético \vec{B} . A representação de $\vec{E}(\vec{r}, t)$ e $\vec{H}(\vec{r}, t)$ indica a propagação da luz associada aos vetores campo elétrico e magnético com evolução no espaço e no tempo.

A polarização elétrica induzida \vec{P} , ou simplesmente polarização, depende tanto das propriedades do material quanto do campo aplicado e pode ser entendida como a resposta do meio ao campo elétrico aplicado. Como os elétrons em um átomo são carregados negativamente e o núcleo tem carga positiva, quando um campo elétrico é aplicado ao material como a sílica, as forças sobre o núcleo e sobre os elétrons estão em direções opostas. Essas forças produzem átomos polarizados.

Para se obter a equação da onda que governa a propagação da luz dentro da fibra óptica, utilizam-se as equações de Maxwell e aplicando-se a operação de rotacional na Eq. (2.1), tem-se como resultado [15], [16]:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

onde c é velocidade da luz no vácuo e é dada por:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2.8)$$

2.3. Características do meio

Os vetores campo elétrico \vec{E} e polarização \vec{P} dependem da natureza do meio. Desta forma, admite-se neste trabalho algumas aproximações.

Resposta Local – entende-se por resposta local quando a polarização $\vec{P}(\vec{r})$ em $\vec{r} = \vec{r}_1$ depende apenas de $\vec{E}(\vec{r}_1)$, ou seja, os valores de $\vec{E}(\vec{r})$ para $\vec{r} \neq \vec{r}_1$ não têm efeito em $\vec{P}(\vec{r}_1)$. Esta aproximação é válida para fibras de sílica na faixa de comprimento de onda que vai de $0,5 - 2 \mu\text{m}$, na qual os sistemas de comunicação óptica atuais se enquadram [5].

Isotropia – entende-se por isotropia quando as propriedades eletromagnéticas de um meio, tal como o índice de refração, são as mesmas em todas as direções, fazendo com que \vec{E} e \vec{P} tenham a mesma orientação. Assim, já que a sílica é um meio isotrópico, quando se tem uma fibra óptica perfeitamente cilíndrica, tem-se uma fibra consequentemente com simetria axial [14]. Na prática, nas fibras existem imperfeições como esforços laterais assimétricos, núcleos não circulares e variações nos perfis de índice de refração oriundos de processos de fabricação, cablagem e instalação, os quais são a fonte para que se quebre a simetria cilíndrica da fibra [6]. Se a simetria cilíndrica da fibra for destruída, o índice de refração terá duas componentes nos

eixos x e y de um sistema de coordenadas apropriado, resultando em uma fibra birrefringente [16]. Neste trabalho são consideradas fibras não-birrefringentes.

Homogeneidade – é a característica que o meio possui de apresentar as mesmas propriedades eletromagnéticas em todos os seus pontos. Assim, a suscetibilidade linear do meio $\chi^{(1)}$ é independente da posição do vetor \vec{r} , ou seja $\chi^{(1)} = \chi^{(1)}(\vec{r}, t)$ [5]. Sendo a sílica um meio homogêneo, a fibra óptica por si mesma não é, pois apresenta dois índices de refração diferentes. Porém, em uma fibra óptica de índice degrau, o núcleo e a casca individualmente caracterizam-se por meios homogêneos.

2.4. Polarização da matéria

Quando uma porção da matéria é colocada sob a influência de um campo elétrico aplicado externamente, suas moléculas tendem a orientar seus dipolos na mesma direção desse campo devido ao conjugado produzido por ele. Diz-se, então, que a molécula foi polarizada [14], [15].

Um meio que pode ser polarizado por um campo elétrico é chamado de dielétrico considerando-se o regime estático [14], que é o caso da sílica, matéria-prima para a fabricação das fibras ópticas. Assim, tem-se a polarização da matéria pela aproximação de dipolo elétrico que consiste na distribuição de duas cargas iguais, Q_1 e Q_2 , mas com sinais opostos e separadas por uma distância d muito pequena, como é ilustrado na Figura 2.1.

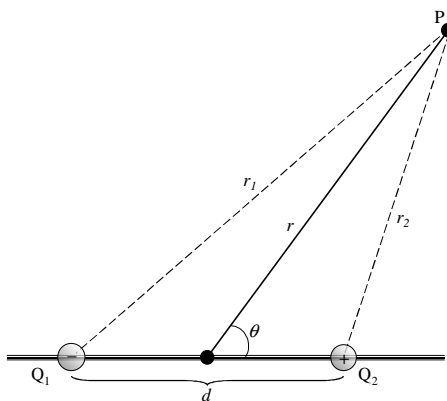


Figura 2.1: Ilustração da aproximação da distribuição de cargas como dipolo elétrico [14].

Num dipolo elétrico, as duas cargas são iguais e opostas resultando numa carga total zero. Apesar disso, o fato de tais cargas estarem levemente separadas é suficiente para impedir o desaparecimento do campo elétrico [14], [15]. Em um átomo que não sofre a atuação de um campo elétrico externo, o centro de massa dos elétrons coincide com o núcleo resultando num momento médio de dipolo elétrico do átomo igual a zero, como é ilustrado na Figura 2.2 (a). Ao contrário disto, quando há a aplicação de um campo elétrico externo no átomo, o movimento dos elétrons é perturbado e o centro de massa dos elétrons sofre um deslocamento x em relação ao núcleo, assim ilustrado na Figura 2.2 (b).

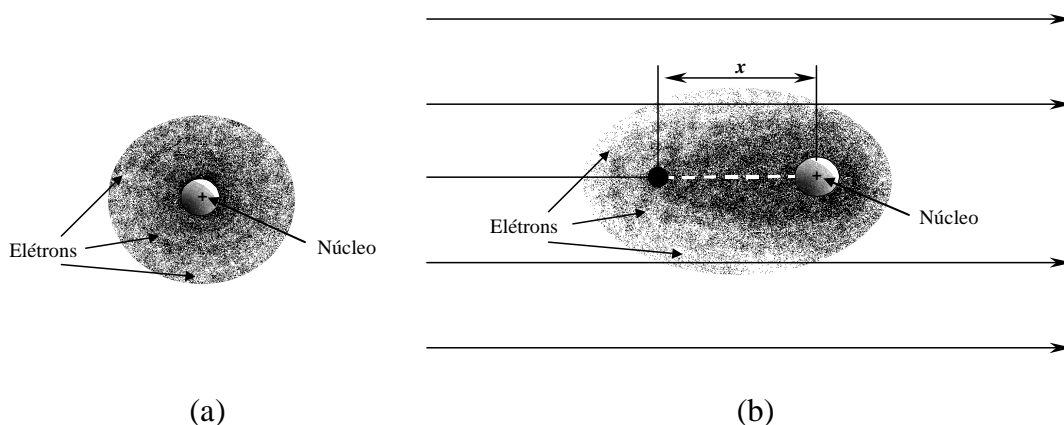


Figura 2.2: Polarização de um átomo sem a aplicação de um campo elétrico externo (a) e com a aplicação de um campo elétrico externo (b) [14].

Desta forma, o átomo é polarizado tornando-se um dipolo elétrico com momento \vec{p} proporcional ao campo elétrico aplicado. O resultado é uma carga resultante positiva em um lado da matéria e uma carga resultante negativa do lado oposto, fazendo com que a porção da matéria se torne um grande dipolo elétrico. Porém, podem-se ter momentos de ordem superior ou de múltiplos pólos elétricos, como é o caso da distribuição por quadrupolo elétrico - quatro cargas elétricas tendo-se para este tipo de distribuição de carga, a irradiação de um campo elétrico decrescendo com a distância numa razão r^{-4} , onde r é a distância entre o ponto onde o campo é irradiado pelo quadrupolo e um ponto de referência P . Assim, quanto maior for a ordem do multipolo, menor será o efeito do campo elétrico irradiado, fazendo com que se tenha uma aproximação válida quando se utilizam dipolos elétricos [14], [15].

2.5. Polarização Linear e Não-Linear

Com a aplicação de campos elétricos intensos em qualquer dielétrico, a resposta a este campo torna-se não-linear. A origem desta resposta não-linear é relacionada ao movimento não-harmônico de elétrons mais externos sob a influência de um campo aplicado. Com isso, a polarização induzida total \vec{P} pelos dipolos elétricos também se torna não-linear com o campo elétrico \vec{E} aplicado, satisfazendo a relação geral [15], [16]:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E} \vec{E} + \chi^{(3)} : \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \right) \quad (2.9)$$

sendo $\chi^{(j)}$ ($j = 1, 2, \dots$) a suscetibilidade elétrica do material de j -ésima ordem. $\chi^{(j)}$ é um tensor de ordem $j + 1$. A suscetibilidade elétrica $\chi^{(j)}$ descreve a resposta de um meio à ação de um campo elétrico externo e está relacionada às propriedades dos átomos e moléculas do meio [14].

A suscetibilidade linear $\chi^{(1)}$ representa a contribuição dominante em \vec{P} e relaciona-se a efeitos lineares da fibra óptica, como a atenuação e a dispersão. A suscetibilidade de segunda ordem $\chi^{(2)}$ é responsável por efeitos não-lineares como geração de segundo harmônico e soma de frequências. Porém, $\chi^{(2)}$ é nulo para meios que apresentam simetria de inversão [17], [18].

Uma maneira razoável de se explicar o cancelamento de $\chi^{(2)}$ é começar considerando:

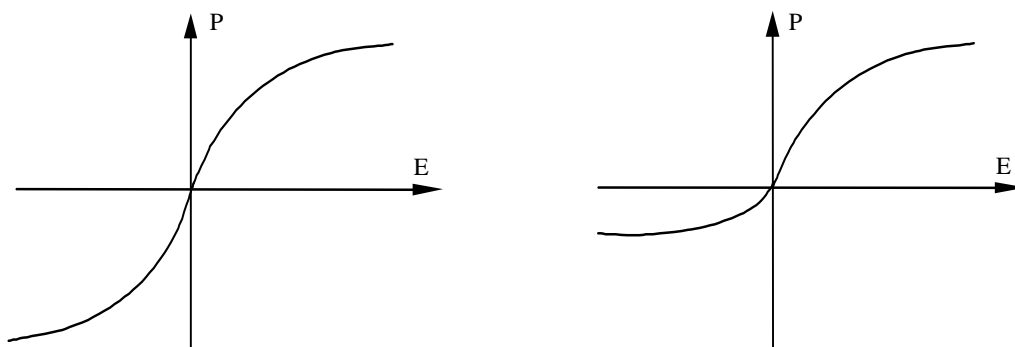
$$P = \chi \epsilon_0 E \left(1 + a_1 E + a_2 E^2 + \dots \right) \quad (2.10)$$

sendo o segundo termo $\chi a_1 E^2$ responsável pelo surgimento do segundo harmônico. Para um campo elétrico na forma senoidal, $\vec{E} = E_0 \sin(\omega t)$, tem-se para o segundo termo de P :

$$P_2 = \chi a_1 E_0^2 \sin^2(\omega t) = \chi a_1 \left(\frac{E_0^2}{2} \right) [1 - \cos(2\omega t)] \quad (2.11)$$

onde a parcela unitária dentro dos parênteses corresponde à polarização em corrente contínua dentro do cristal que surge devido à não-linearidade quadrática. A parte $\cos(2\omega t)$ da polarização na Eq. (2.11) é responsável pela radiação do componente de segundo harmônico no cristal [17].

Existe uma importante propriedade de simetria que impede de forma significativa a produção de harmônicos pares pelos materiais. Este tipo de simetria é chamado de *simetria de inversão*. Quando a isotropia ou um centro de inversão está presente, a polarização deve reverter o sinal para uma reversão de campo elétrico aplicado [17], [18]. A Figura 2.3 ilustra a dependência da polarização do material em relação ao campo elétrico aplicado para um meio que apresenta centro de inversão e outro que não apresenta centro de inversão.



(a) – cristal que possui um centro de inversão.

(b) – cristal que não possui centro de inversão.

Figura 2.3: Polarização em função da aplicação de um campo elétrico para um meio que possui centro de inversão (a) e para um meio que não apresenta centro de inversão (b) [17].

Assim, com a propriedade da simetria, a expansão de potências de P com E não contém termos pares. Desta forma, aproximando-se a função $P(E)$ de uma função ímpar tem-se $a_1 = 0$ de acordo com:

$$P(E) = -P(-E) \Rightarrow \chi E(1 + a_1 E + a_2 E^2) = -\{\chi(-E)[1 + a_1(-E) + a_2(-E)^2]\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \chi E + a_1 \chi E^2 + a_2 \chi E^3 = \chi(E) - a_1 \chi E^2 + a_2 \chi E^3 \Rightarrow a_1 \chi E^2 = -a_1 \chi E^2 \Rightarrow a_1 = 0$$

o que resulta em todos os termos pares da Eq. (2.10) serem nulos.

Embora SiO_2 seja uma molécula não-simétrica, $\chi^{(2)}$ é anulado para vidros de sílica. Com isso, as fibras ópticas normalmente não exibem efeitos não-lineares de segunda ordem. A Figura 2.4 ilustra a aplicação de um campo elétrico externo senoidal e a polarização resultante em vários tipos de meios [19]. Em um meio linear, o qual considera apenas o primeiro termo da Eq. (2.9), a polarização induzida é proporcional ao campo elétrico. A Figura 2.4 ilustra também a polarização induzida em meios não-lineares, um deles apresentando simetria de inversão e o outro sem a simetria de inversão [18], [19]. Pode-se mostrar por uma análise de Fourier que, para o meio sem a presença de simetria de inversão, a polarização apresentará uma componente referente ao segundo harmônico e uma componente contínua [18], resultando em $a_1 \neq 0$ na análise feita anteriormente.

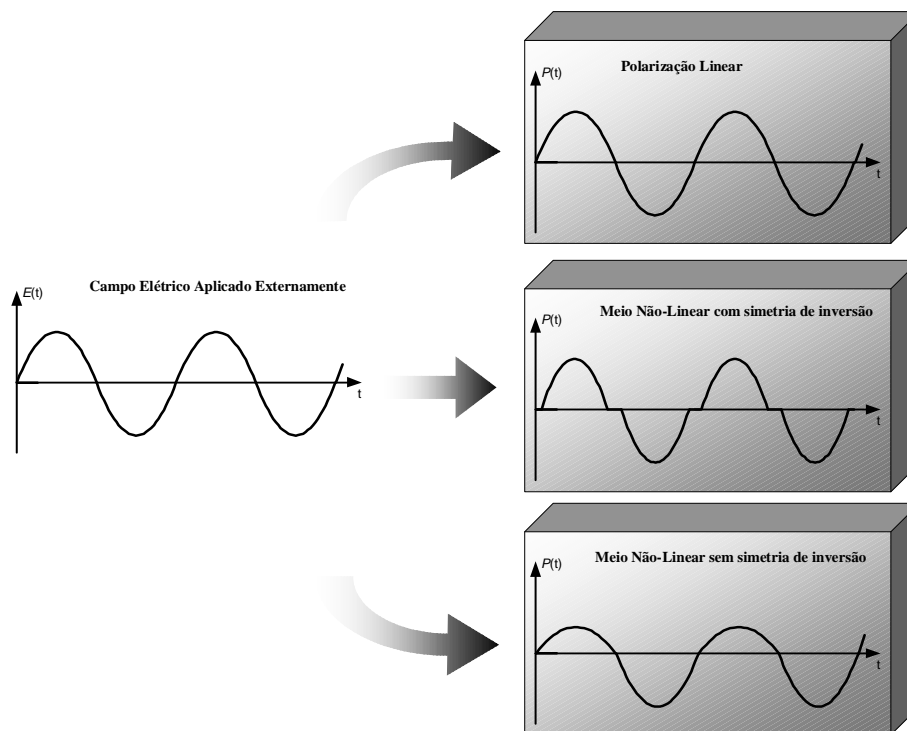


Figura 2.4: Ilustração da aplicação de um campo elétrico externo e da Polarização resultante em um meio linear e em meios não-lineares com e sem simetria de inversão [18], [19].

Os efeitos não-lineares que ocorrem em fibras ópticas originam-se a partir da suscetibilidade de terceira ordem $\chi^{(3)}$. Tal suscetibilidade é responsável por fenômenos como geração de terceiro harmônico, Mistura de Quatro Ondas – FWM (*Four Wave Mixing*) e refração não-linear.

Em geral, a suscetibilidade não-linear de terceira ordem $\chi^{(3)}$ é um tensor de quarto grau com 81 elementos. Entretanto, algumas considerações simplificantes como isotropia e homogeneidade do meio, podem levar à redução do número de elementos independentes e configurar um caráter escalar para a suscetibilidade [16], [20].

Os termos ímpares restantes de ordem superior presentes na Eq. (2.9) são desprezíveis devido à sua baixa magnitude em relação a $\chi^{(3)}$. Neste trabalho consideramos esse caso, o qual é normalmente designado na literatura especializada como não-linearidade fraca [21]. Assim, a polarização induzida \vec{P} pode ser constituída de duas partes:

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \vec{P}_L(\vec{r}, t) + \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) \quad (2.12)$$

onde $\vec{P}_L(\vec{r}, t)$ é a parte linear e $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$ é a parte não-linear da polarização. O campo elétrico \vec{E} pode ser relacionado com $\vec{P}_L(\vec{r}, t)$ e com $\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t)$ por [16]:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt' \quad (2.13)$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \varepsilon_0 \int \int \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3) dt_1 dt_2 dt_3 \quad (2.14)$$

Pela aproximação de meio homogêneo, tem-se $\chi(\vec{r}, t) = \chi(t)$, como visto na Seção 2.3. Considera-se também que essas relações são válidas para o caso onde se admite resposta local do meio e para a aproximação de dipolo elétrico, também mostrados na Seção 2.3.

2.5.1. Propagação do Pulso em um Meio Linear

As Equações (2.7), (2.12), (2.13) e (2.14) provêm uma forma geral de se estudar os efeitos não-lineares de terceira ordem nas fibras ópticas. Devido à sua complexidade, é necessário fazer várias simplificações. Dentre elas, a polarização não-

linear \vec{P}_{NL} , na Eq. (2.12), é tratada como uma pequena perturbação em relação à polarização total induzida. Isto é possível porque os efeitos não-lineares são relativamente fracos em fibras ópticas.

Sendo $\vec{E}(\vec{r}, \omega)$ a Transformada de Fourier de $\vec{E}(\vec{r}, t)$ definida por:

$$\vec{E}(\vec{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot e^{j\omega t} \cdot dt \quad (2.15)$$

pode-se escrever a Eq. (2.7) no domínio da frequência e desprezando os efeitos não-lineares:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \vec{E} + \mu_0 \omega^2 \vec{P} \quad (2.16)$$

A parte linear da polarização induzida é dada por:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, \omega) = \varepsilon_0 \tilde{\chi}(\omega) \vec{E}(\vec{r}, \omega) \quad (2.17)$$

onde $\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)$ é a Transformada de Fourier de $\chi^{(1)}(t)$. Substituindo a Eq. (2.17) na Eq. (2.16), obtém-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \vec{E} + \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 \tilde{\chi} \vec{E} \quad (2.18)$$

Usando a Eq. (2.8), tem-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} (1 + \tilde{\chi}) \quad (2.19)$$

A constante dielétrica linear dependente da frequência é definida como:

$$\varepsilon_L(\omega) = 1 + \tilde{\chi}^{(1)}(\omega) \quad (2.20)$$

resultando em:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) - \varepsilon(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (2.21)$$

As partes real e imaginária de $\varepsilon_L(\omega)$ podem ser relacionadas ao índice de refração $n(\omega)$ e ao coeficiente de absorção $\alpha(\omega)$ por [16]:

$$\varepsilon_L(\omega) = \left(n + j \frac{\alpha c}{2\omega} \right)^2 \quad (2.22)$$

Podem-se fazer duas simplificações na Eq. (2.21) antes de resolvê-la. Primeiro substituir $\varepsilon_L(\omega)$ por $n^2(\omega)$ na Eq. (2.21) pois a parte imaginária de $\varepsilon(\omega)$ na Eq. (2.22) é muito pequena comparada com a parte real devido à baixa perda óptica nas fibras na região de comprimento de onda de interesse [5], [16]. O material que compõe a fibra óptica é homogêneo e isotrópico como observado na Seção 2.3, ou seja, $n(\omega)$ é independente das coordenadas espaciais tanto no núcleo quanto na casca de fibras com perfil degrau. Das Equações (2.20) e (2.22), n e α são relacionados a $\chi^{(1)}$ por:

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (2.23)$$

$$\alpha(\omega) = \frac{\omega}{nc} \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (2.24)$$

Usando a identidade vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} \equiv \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} \quad (2.25)$$

pode-se escrever a Eq. (2.25) usando $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} \equiv \nabla \left(\nabla \cdot \frac{\vec{D}}{\varepsilon} \right) - \nabla^2 \vec{E} \quad (2.26)$$

Pela relação vetorial $\nabla \cdot (\varphi \vec{a}) = \vec{a} \cdot \nabla \varphi + \varphi \nabla \cdot \vec{a}$ [22], onde φ é um escalar e \vec{a} um vetor, tem-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} \equiv \nabla \left[\vec{D} \cdot \left(\nabla \frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{1}{\varepsilon} \nabla \cdot \vec{D} \right] - \nabla^2 \vec{E} \quad (2.27)$$

Usando-se a Eq. (2.3) para um meio dielétrico, obtém-se:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} \equiv -\nabla \left[\vec{E} \cdot \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \right] - \nabla^2 \vec{E} \quad (2.28)$$

O primeiro termo da Eq. (2.28) pode ser desprezado pois a mudança relativa de ε no núcleo da fibra numa distância de um comprimento de onda é praticamente nulo, significando $\partial\varepsilon/\partial\lambda \ll 1$ [23]. Sendo essa mesma consideração válida para a casca da fibra, tem-se como resultado:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} \equiv -\nabla^2 \vec{E} \quad (2.29)$$

Assim, substituindo a Eq. (2.29) na Eq. (2.21) e aproximando $\varepsilon_L(\omega)$ por $n^2(\omega)$ obtém-se:

$$\nabla^2 \tilde{E} + n^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{E} = 0 \quad (2.30)$$

A Eq. (2.30) pode ser decomposta numa equação que só depende das coordenadas transversais (x, y) e noutra equação dependente da coordenada longitudinal z , como será visto posteriormente. A solução da equação que contém as coordenadas transversais resultará na distribuição transversal $\tilde{E}(\omega)$ dos modos da fibra que pode ser obtida em termos das funções de Bessel [22]. Um modo óptico refere-se a uma solução específica dessa equação de onda transversal que satisfaz condições de contorno apropriadas e tem a propriedade de não variar sua distribuição espacial transversal com a propagação [1]. As fibras ópticas podem suportar um número finito de modos guiados [16]. O número de modos que uma fibra pode carregar em um comprimento de onda específico depende de seus parâmetros de projeto, tais como o raio do núcleo a e a abertura numérica determinada pela diferença entre os índices de refração do núcleo e da casca $n_1 - n_2$.

Um parâmetro importante usado para definir o número de modos guiados dentro da fibra é a frequência normalizada V ou simplesmente parâmetro V , que é dado por [1], [5], [6], [16], [18], [23]:

$$V = k_0 a \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} \quad (2.31)$$

sendo $k_0 = 2\pi/\lambda$ a constante de propagação no vácuo, onde λ é o comprimento de onda do feixe óptico guiado.

O procedimento para se obter quantos modos estão presentes dentro da fibra pode ser obtido da literatura especializada [6], [18]. Em uma fibra óptica monomodo existe apenas um modo HE_{11} propagante, chamado de modo fundamental o qual é obtido quando $V \leq 2,405$ na Eq. (2.31) [5], [6], [16], [18]. As fibras que guiam apenas um modo óptico são chamadas fibras monomodo [1], [5], [6].

Como o presente trabalho está limitado apenas ao estudo de fibras monomodo, havendo somente a propagação de um único modo dentro da fibra, descartar-se-á a possibilidade de excitação de outros modos ópticos na fibra óptica.

2.5.2. Propagação do Pulso em um Meio Não-Linear

A propagação de pulsos ópticos dentro da fibra revela efeitos lineares de dispersão e efeitos não-lineares tais como a Automodulação de Fase – SPM (*Self Phase Modulation*), a Modulação de Fase Cruzada – XPM (*Cross Phase Modulation*) e a Mistura de Quatro Ondas – FWM (*Four Wave Mixing*). Tanto o efeito linear como o não-linear influencia a forma e o espectro dos pulsos.

Substituindo a Eq. (2.12) na Eq. (2.7) e fazendo o uso da Eq. (2.29), a equação que governa a propagação dos pulsos ópticos em fibras dispersivas não-lineares pode ser dada por:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_L + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{P}_{NL} \quad (2.32)$$

onde as partes linear e não-linear da polarização induzida são relacionadas ao campo elétrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ através das Equações (2.13) e (2.14), respectivamente.

Para se resolver a Eq. (2.32), é necessário fazer algumas considerações:

- \vec{P}_{NL} é tratada como uma pequena perturbação em relação a \vec{P}_L caracterizando o regime de não-linearidade fraca.

- Admite-se que o campo óptico mantenha a polarização ao longo do comprimento da fibra.
- Considera-se que o campo óptico seja quase monocromático, ou seja, sendo o espectro do pulso centrado em ω_0 , admite-se que ele apresente uma largura espectral $\Delta\omega$ tal que $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, o que significa dizer que a envoltória varia muito lentamente em comparação com a portadora.

Por essas considerações, na abordagem que supõe a envoltória variando lentamente no tempo, separa-se a parte do campo elétrico que varia rapidamente da parte que varia lentamente, escrevendo-se:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + E^*(\vec{r}, t) e^{j\omega_0 t}] \quad (2.33)$$

onde \hat{x} é o vetor unitário de polarização e $\vec{E}(\vec{r}, t)$ é uma função do tempo que varia lentamente. As componentes de polarização \vec{P}_L e \vec{P}_{NL} podem também ser expressas de forma similar como [16]:

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_L(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + P_L^*(\vec{r}, t) e^{j\omega_0 t}] \quad (2.34)$$

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + P_{NL}^*(\vec{r}, t) e^{j\omega_0 t}] \quad (2.35)$$

A componente linear P_L pode ser obtida pela substituição da Eq. (2.33) na Eq. (2.13) e depois a Eq. (2.34) na Eq. (2.13) resultando em:

$$P_L(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(\vec{r}, t') e^{j\omega_0(t-t')} dt' \quad (2.36)$$

$$\tilde{P}_L(\vec{r}, \omega) = \frac{\epsilon_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(\omega) \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) e^{-j(\omega - \omega_0)t} d\omega \quad (2.37)$$

onde $\tilde{E}(\vec{r}, \omega)$ é a Transformada de Fourier de $E(\vec{r}, t)$ anteriormente definida pela Eq. (2.15).

A componente não-linear $P_{NL}(\vec{r}, t)$ é obtida substituindo-se a Eq. (2.35) na Eq. (2.14). Contudo, pode-se ter uma importante simplificação se a resposta não-linear for considerada instantânea tanto que a dependência temporal de $\chi^{(3)}$ na Eq. (2.14) seja dada pelo produto de três funções *delta de Dirac* [22] da forma $\delta(t - t_1)$. Tal consideração equivale a desprezar a contribuição das vibrações moleculares para $\chi^{(3)}$, ou seja, o efeito Raman [16]. Para fibras de sílica a resposta Raman ocorre numa escala de tempo de 60 a 70 fs. Assim a Eq. (2.14) reduz-se a:

$$\vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi^{(3)} : \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (2.38)$$

Desta forma, a Eq. (2.38) é aproximadamente válida para pulsos com larguras temporais maiores que 1 ps.

Substituindo-se a Eq. (2.33) e a Eq. (2.35) na Eq. (2.38) obtém-se $P_{NL}(\vec{r}, t)$ igual a:

$$P_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi^{(3)} E(\vec{r}, t) |E(\vec{r}, t)|^2 = \epsilon_0 \epsilon_{NL} E(\vec{r}, t) \quad (2.39)$$

onde foi desprezada a influência do 3º harmônico (termo oscilante em 3ω) em fibras ópticas [16]. A parte não-linear da constante dielétrica é definida por:

$$\epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi^{(3)} |E(\vec{r}, t)|^2 \quad (2.40)$$

Substituindo as Equações (2.33) - (2.35) na Eq. (2.32), tem-se¹:

$$\begin{aligned} & \nabla^2 \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [E(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} = \\ & = \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [P_L(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{ \frac{1}{2} \hat{x} [P_{NL}(\vec{r}, t) e^{-j\omega_0 t} + c.c.] \right\} \quad (2.41) \end{aligned}$$

Para se obter a equação de onda da amplitude $E(\vec{r}, t)$ variando lentamente no tempo, é mais conveniente trabalhar no domínio de Fourier. Para isso, ϵ_{NL} é tratada

¹ “c.c.” – significa complexo conjugado.

como uma constante na obtenção da equação de propagação. Sabendo que a componente da polarização linear induzida P_L dada pela Eq. (2.36) representa a convolução no domínio do tempo da suscetibilidade elétrica com campo elétrico, e utilizando as Equações (2.36) e (2.39) juntamente com a Eq. (2.8) na Eq. (2.41), chega-se a:

$$\nabla^2 \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) + k_0^2 [1 + \chi^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL}] \tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = 0 \quad (2.42)$$

onde $k_0 = \omega/c$ e $\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0)$ representa a Transformada de Fourier de $E(\vec{r}, t)$, aplicando-se a propriedade de deslocamento em frequência, definida por:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\vec{r}, t) e^{j(\omega - \omega_0)t} dt \quad (2.43)$$

Tem-se agora a expressão completa para a constante dielétrica, a qual compreende a parte linear dada pela Eq. (2.20) e a parte não-linear dada pela Eq., dada por [16]:

$$\varepsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) + \varepsilon_{NL} \quad (2.44)$$

Assim, a Eq. (2.42) pode ser escrita como:

$$\nabla^2 \tilde{E} + \varepsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0 \quad (2.45)$$

conhecida como Equação de Helmholtz.

A partir da Eq. (2.44), pode-se definir o índice de refração \tilde{n} e o coeficiente de absorção $\tilde{\alpha}$ como:

$$\tilde{n} = n + n_2 |E|^2 \quad (2.46)$$

$$\tilde{\alpha} = \alpha + \alpha_2 |E|^2 \quad (2.47)$$

onde n e n_2 representam respectivamente a parte linear e não-linear do índice de refração e α e α_2 representam respectivamente a parte linear e a parte não-linear do coeficiente de absorção.

Devido à contribuição da parte não-linear da constante dielétrica ε_{NL} , pode-se notar que \tilde{n} e $\tilde{\alpha}$ tornam-se dependentes da intensidade do campo elétrico. Usando a

mesma definição dada pela Eq. (2.22) com $\varepsilon = (\tilde{n} + j\tilde{\alpha}/2k_0)$, o coeficiente de índice de refração não-linear n_2 pode ser relacionado à parte linear n por [16]:

$$n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}[\chi^{(3)}] \quad (2.48)$$

com a parte linear do índice dada por:

$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon_L} = \sqrt{(1 + \chi^{(1)}(\omega))} \quad (2.49)$$

onde foi feita a mesma consideração da Seção 2.5.1 de $n^2(\omega) \approx \varepsilon_L$.

2.6. Equação Não-Linear de Schrödinger

Para se obter a equação que descreve a propagação do pulso em uma fibra óptica no regime não-linear utiliza-se o método de separação de variáveis, considerando uma solução para a Eq. (2.45) da seguinte forma:

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) \exp(j\beta_0 z) \quad (2.50)$$

onde $\tilde{A}(z, \omega)$ é uma função que varia lentamente ao longo de z , β_0 é a constante de propagação e $F(x, y)$ é a distribuição transversal do campo elétrico no plano transversal (x, y) em relação à direção longitudinal de propagação z .

Substituindo-se a Eq. (2.50) na Eq. (2.45) e aplicando $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ [22], encontra-se:

$$\frac{\partial F}{\partial x^2} + \frac{\partial F}{\partial y^2} + [\varepsilon(\omega) k_0^2 - \beta_0] F = 0 \quad (2.51)$$

$$2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + (\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2) \tilde{A} = 0 \quad (2.52)$$

Na obtenção da Eq. (2.52), a segunda derivada $\partial^2 \tilde{A} / \partial z^2$ foi desprezada devido à variação lenta da amplitude $\tilde{A}(z, \omega)$ ao longo do eixo z . A Eq. (2.51) refere-se à

distribuição do campo no sentido transversal e sua solução leva aos modos propagantes da fibra [1], [18]. A Eq. (2.52) representa a propagação do campo ao longo do eixo z e sua solução leva à componente axial do campo. O número de onda β_0 é determinado resolvendo-se a equação de autovalor (2.51) para os modos da fibra [6], [16], [18]. Pode-se aproximar a constante dielétrica $\varepsilon(\omega)$ na Eq. (2.51) por:

$$\varepsilon = (n + \Delta n)^2 \approx n^2 + 2n\Delta n \quad (2.53)$$

onde Δn é uma pequena perturbação para ε devido à não-linearidade, dada por:

$$\Delta n = n_2 |E|^2 + j \frac{\tilde{\alpha}}{2k_0} \quad (2.54)$$

A Eq. (2.51) pode ser resolvida usando-se a teoria da perturbação de primeira ordem [23], que considera que a perturbação Δn não altera a distribuição $F(x,y)$ do campo. Nas fibras monomodo, $F(x,y)$ corresponde à distribuição transversal associada ao modo fundamental HE_{11} a qual pode ser dada pela distribuição Gaussiana na forma [16]:

$$F(x, y) \approx e^{-\left(\frac{x^2+y^2}{w^2}\right)} \quad (2.55)$$

onde $2w$ é o diâmetro modal da fibra [6], sendo usado para o cálculo da área efetiva ($A_{eff} = \pi w^2$) ao se usar a distribuição Gaussiana para $F(x,y)$. Substituindo ε por n^2 obtém-se a distribuição modal de $F(x,y)$ e o número de onda $\beta(\omega)$ correspondente. Daí inclui-se o efeito de Δn em (2.51) tornando o autovalor $\tilde{\beta}$ igual a:

$$\tilde{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta \quad (2.56)$$

$\Delta\beta$ representa uma pequena perturbação devido à não linearidade e é definido por:

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \int \int_{-\infty}^{\infty} \Delta n |F(x, y)|^2 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (2.57)$$

Usando as Equações (2.33) e (2.50), o campo elétrico $\vec{E}(\vec{r}, t)$ pode ser escrito como:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \hat{x} [F(x, y) A(z, t) e^{j(\beta_0 z - \omega_0 t)} + c.c.] \quad (2.58)$$

onde $A(z, t)$ é a envoltória do pulso variando lentamente. Como a Transformada de Fourier de $A(z, t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$ satisfaz a Eq. (2.52), e usando a aproximação $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2 \approx 2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)$ [16], obtém-se:

$$2j\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + 2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)\tilde{A} = 0 \quad (2.59)$$

E substituindo a Eq. (2.56) nesta Eq. (2.59) tem-se como resultado:

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = j\tilde{A}(\beta(\omega) + \Delta\beta - \beta_0) \quad (2.60)$$

onde, por conveniência, substituiu-se $\tilde{A}(z, \omega - \omega_0)$ por \tilde{A} . Pode-se interpretar o significado físico da Eq. (2.60) como um deslocamento de fase, que depende da frequência e intensidade, que cada componente espectral dentro da envoltória do pulso adquire quando propaga ao longo da fibra.

Para se obter a equação de propagação de $A(z, t)$, pode-se voltar no domínio do tempo tomando a transformada inversa de Fourier da Eq. (2.60), usando-se:

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{-j(\omega - \omega_0)t} d\omega \quad (2.61)$$

Expandindo $\beta(\omega)$ em uma Série de Taylor [22] a partir da frequência portadora ω_0 , tem-se:

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \frac{(\omega - \omega_0)}{1!} \left. \frac{\partial \beta(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_0} + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \beta(\omega)}{\partial \omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} + \frac{(\omega - \omega_0)^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \beta(\omega)}{\partial \omega^3} \right|_{\omega=\omega_0} + \dots$$

$$\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + \frac{1}{2}(\omega - \omega_0)^2 \beta_2 + \frac{1}{6}(\omega - \omega_0)^3 \beta_3 + \dots \quad (2.62)$$

onde

$$\beta_m = \left(\frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right)_{\omega=\omega_0} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.63)$$

Os termos de potência cúbica e os de potência de ordem superior presentes na expansão de $\beta(\omega)$ geralmente são desprezados se a largura espectral do pulso $\Delta\omega \ll \omega_0$, o que coincide com a consideração quase monocromática usada na obtenção da Eq. (2.60). Entretanto, caso se considere a propagação de um campo cujo valor de ω_0 se situe na proximidade do comprimento de onda de dispersão zero, onde $\beta_2 \approx 0$, o termo β_3 não deve ser desconsiderado.

Substituindo a Eq. (2.62) na Eq. (2.60) a equação resultante para $A(z, t)$ fica:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\beta_1 \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z, t)}{\partial t^3} + j\Delta\beta A(z, t) \quad (2.64)$$

Tomando-se apenas o último termo do lado direito da Eq. (2.64) e fazendo-se o uso das Equações (2.54) e (2.57), obtém-se:

$$j\Delta\beta A = jA \left\{ \frac{k_0 n_2 |A(z, t)|^2 \int \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^4 dx dy + j \frac{\alpha}{2} \int \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \right\} \quad (2.65)$$

Pode-se ver que este termo inclui os efeitos de atenuação e não-linearidade presentes na fibra. Define-se a área efetiva do núcleo A_{eff} como [16], [18]:

$$A_{eff} = \frac{\left(\int \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F(x, y)|^4 dx dy} \quad (2.66)$$

e o parâmetro não-linear γ como:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{eff}} \quad (2.67)$$

Considera-se que a amplitude do pulso A seja normalizada tanto que $|A|^2$ representa a potência óptica [16], [24] e o índice de refração não-linear seja expresso

em m^2/W (ver Anexo B). Depois de alguma manipulação matemática na Eq. (2.65) e utilizando as Equações (2.66) e (2.67), a Eq. (2.64) torna-se:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z,t)}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A(z,t) = j\gamma |A(z,t)|^2 A(z,t) \quad (2.68)$$

Essa equação – Eq. (2.68) – é referida como **Equação Não-Linear de Schrödinger – NLSE (*Nonlinear Schrödinger Equation*)** e descreve a propagação de um pulso óptico de picosegundos numa fibra óptica monomodo. Tal equação inclui os efeitos da velocidade de grupo através de β_1 ($v_g = 1/\beta_1$), que é a velocidade com a qual a envoltória do pulso se propaga, os efeitos de β_2 , que representa os efeitos da dispersão cromática de primeira ordem, conhecida como Dispersão de Velocidade de Grupo – GVD (*Group Dispersion Velocity*), e de β_3 , o qual representa a dispersão cromática de segunda ordem. Têm-se incluídos também o efeito da perda na fibra através de α e o efeito da não-linearidade da fibra através do parâmetro γ , definido pela Eq. (2.67).

Introduzindo um sistema de coordenadas que se move com a mesma velocidade de grupo v_g , e usando a seguinte transformação $T = t - z/v_g = t - \beta_1 z$, obtém-se uma forma simplificada para a Eq. (2.68):

$$\frac{\partial A(z,T)}{\partial z} + j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z,T)}{\partial T^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 A(z,T)}{\partial T^3} + \frac{\alpha}{2} A(z,T) = j\gamma |A(z,T)|^2 A(z,T) \quad (2.69)$$

A Eq. (2.69) servirá como base para a análise dos efeitos lineares e não-lineares presentes numa fibra óptica e sua solução será dada pelo método numérico *Split Step Fourier – SSF* (ver Anexo A) através de simulações realizadas pela ferramenta computacional VPI – *Virtual Photonics Inc. – Transmission Module*.

Capítulo 3. EFEITOS LINEARES EM FIBRAS ÓPTICAS

3.1. Introdução

Este capítulo considera os efeitos na propagação do pulso tratando as fibras ópticas como um meio linear. Estudam-se os efeitos da atenuação da potência do sinal óptico quando ele propaga ao longo da fibra, dado pelo coeficiente de atenuação α e dos efeitos da dispersão cromática representados pelos parâmetros de dispersão de primeira e segunda ordem, β_2 e β_3 , respectivamente.

A Figura 3.1 ilustra a distorção sofrida por um sinal óptico composto por dois pulsos gaussianos consecutivos pela ação dos efeitos da atenuação e da dispersão ao propagar pela fibra.

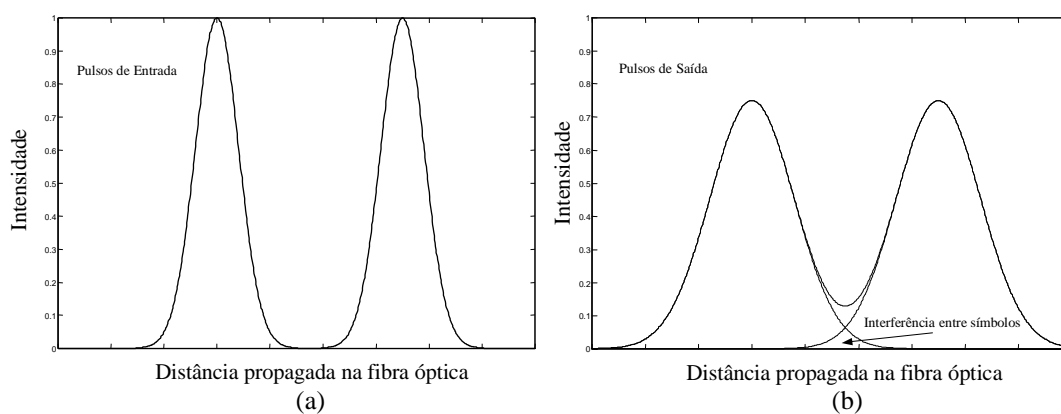


Figura 3.1: Ilustração da atenuação e do espalhamento temporal de um sinal óptico ao propagar pela fibra.

Pode-se observar na Figura 3.1 que em (a), entrada da fibra, os pulsos são distinguíveis completamente um do outro. À medida que se propagam pela fibra, a amplitude do sinal decai e a duração temporal aumenta devido aos efeitos da atenuação e da dispersão. Tem-se também o início de um processo de sobreposição de um pulso com o outro, devido ao espalhamento temporal causado pela dispersão, prejudicando assim a distinção de um pulso do outro e levando à interferência entre símbolos [6], como é visto na Figura 3.1 (b). Isto poderá introduzir erros de detecção quando este sinal chegar ao receptor.

Discutem-se, nesse capítulo, as condições sobre as quais os efeitos da GVD dominam sobre os efeitos não-lineares através da introdução de duas escalas de comprimento, uma associada aos efeitos dispersivos e outra aos efeitos não-lineares. O alargamento temporal de pulsos ópticos gaussianos bem como os efeitos da varredura de frequência (*chirp*) devido à dispersão são também considerados neste capítulo.

3.2. A Atenuação em Fibras Ópticas

Para que o receptor óptico recupere o sinal com exatidão, é necessária uma quantidade mínima de potência fazendo com que a distância de transmissão em um enlace óptico seja limitada pela perda presente na fibra. Geralmente, as mudanças na potência óptica média P de um trem de bit que propaga em uma fibra óptica são governadas pela Lei de Beer [1]:

$$\frac{dP}{dz} = -\alpha P \quad (3.1)$$

onde α é o coeficiente de atenuação.

Sendo P_0 a potência lançada na entrada de uma fibra óptica de comprimento L , a potência de saída P_S é dada pela solução da Eq. (3.1):

$$P_S = P_0 e^{-\alpha L} \quad (3.2)$$

O coeficiente de atenuação α também chamado de coeficiente de perda da fibra, é frequentemente expresso em dB/km usando-se a relação:

$$\alpha(\text{dB/km}) = -\frac{10}{L} \log_{10} \left(\frac{P_s}{P_0} \right) \quad (3.3)$$

O coeficiente de atenuação $\alpha(\text{dB/km})$ se relaciona com o coeficiente de atenuação $\alpha(\text{neper/km})$ por:

$$\alpha(\text{dB/km}) \approx 4,343\alpha(\text{km}^{-1}) \quad (3.4)$$

A Figura 3.2 mostra, como exemplo, o espectro de perda para $\alpha(\lambda)$ de uma fibra monomodo feita em 1979 [25]. A fibra exibiu uma perda de aproximadamente 0,2 dB/km na região do comprimento de onda de 1550 nm. Uma perda de pouco mais de 0,5 dB/km é encontrada perto da região do comprimento de onda de 1300 nm, sendo esta janela de operação usado para os sistemas ópticos de segunda geração. Para a região de comprimentos de onda menores, consideram-se altas as perdas das fibras excedendo 5 dB/km na região do visível.

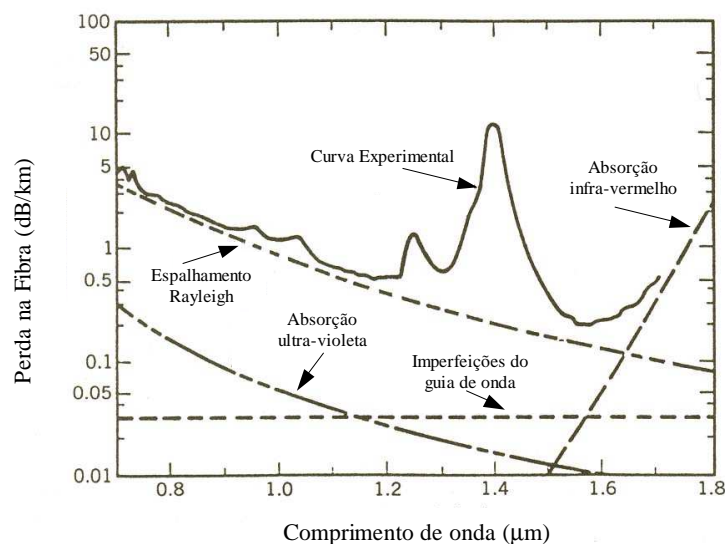


Figura 3.2: Curva experimental de perda para uma fibra monomodo e dependência de vários mecanismos de perdas com o comprimento de onda que compõem a perda total de uma fibra [25].

Vários fatores contribuem com a perda total da fibra, dentre eles, pode-se citar a perda por absorção material, por espalhamento Rayleigh e pelas imperfeições do guia de onda. A absorção material compreende a absorção intrínseca, composta pela

absorção na região do infravermelho e pela absorção na região do ultravioleta, da própria sílica (SiO_2), material básico para fabricação de fibras, e a absorção extrínseca que é causada por impurezas presentes na própria sílica tais como íons de Fe, Cu, Co entre outros. No estado da arte das fibras atuais, a principal fonte de absorção extrínseca é a absorção causada pelo íon OH^- , resultante da presença de resíduos de vapor d'água durante o processo de fabricação. Essa absorção causa vários picos (conhecidos como “picos d'água”) na curva $\alpha(\lambda)$ da Figura 3.2 sendo o maior notado em aproximadamente 1390 nm. Pesquisas têm sido realizadas no intuito de se reduzir a concentração de vapor d'água presente nas fibras, evitando assim, o aparecimento do pico d'água em 1390 nm.

A Figura 3.3 mostra um tipo de fibra óptica fabricada pela *Lucent Technologies (AllWave Fiber)* que apresenta o perfil de perda sem o pico d'água em 1390 nm, sendo usada para a transmissão de sinais ópticos numa faixa de comprimento de onda de 1280 – 1625 nm [26]. Essa fibra proporcionou a abertura da 5ª janela de operação (1350 a 1450 nm) sendo a maioria dos sistemas atuais operando na 2ª janela (1280 a 1325 nm) ou na 3ª janela (1530 a 1565 nm) [26]. A 4ª janela de operação está localizada na faixa de 1565 – 1620 nm [27]. O termo janela de operação se refere às regiões de baixa atenuação. A 1ª janela de operação foi de 800-900 nm onde a curva de atenuação apresentava um mínimo local entre estes valores tanto que as primeiras fibras operassem nessa região de baixa atenuação. Na década de 80, foram desenvolvidas fibras que permitiam a operação na região em torno de 1310 nm, denominada 2ª janela de operação, e em torno de 1550 nm, denominada 3ª janela de operação [6].

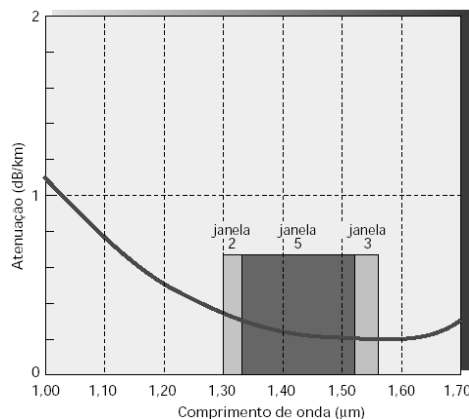


Figura 3.3: Atenuação da fibra óptica AllWave (Lucent Technologies) mostrando a extinção do “pico d'água” em 1390 nm [26].

A perda por espalhamento Rayleigh origina-se a partir de flutuações de densidade locais microscópicas presentes na fibra, levando a variações aleatórias do índice de refração e resultando no espalhamento da luz na fibra [1]. Esse fenômeno é conhecido como espalhamento Rayleigh [6], [24], e provoca perda de potência da onda do sinal que propaga na fibra.

As imperfeições do guia de onda ocasionam vazamento da potência óptica para fora da interface núcleo-casca da fibra. Usando-se a representação dada pela óptica geométrica, quando um raio atinge a interface núcleo-casca com um ângulo menor que o ângulo crítico, ele sofre reflexão parcial sendo refratado para a casca, como visto no Capítulo 1. Assim, quando a fibra óptica sofrer algum tipo de curvatura, o feixe óptico propagante dentro dela pode perder parte de sua energia pela refração devido à curvatura da fibra ter diminuído o ângulo crítico para o qual se tem a reflexão total. Essa perda é chamada perda por macrocurvaturas. Existe uma outra causa de perda que é ocasionada por microcurvaturas, devido a distorções axiais aleatórias causadas quando o cabo de fibra óptica é pressionado. Este tipo de curvatura na fibra provoca também a perda de energia do modo guiado. A Figura 3.4 ilustra esses dois tipos de curvatura que a fibra pode sofrer.

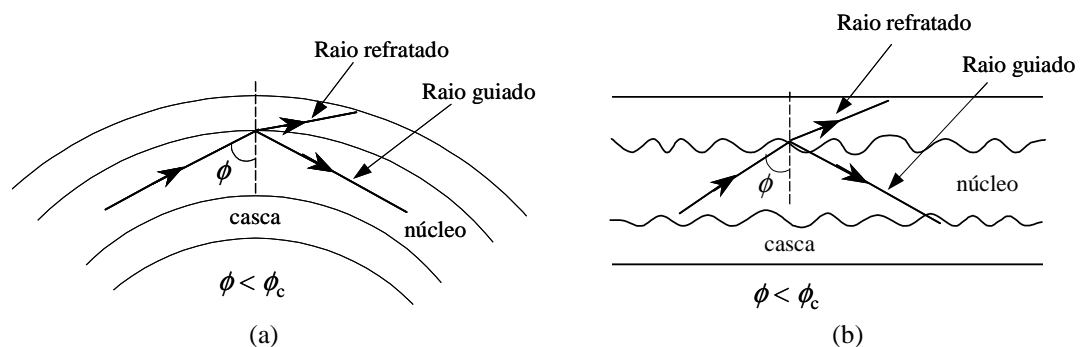


Figura 3.4: Ilustração de uma macrocurvatura (a) e de uma microcurvatura (b) presentes em uma fibra óptica.

3.3. A Dispersão numa Fibra Monomodo

Existem dois tipos de dispersão presentes em fibras ópticas: a dispersão intermodal e a dispersão intramodal. A dispersão intermodal leva ao alargamento temporal de pulsos ópticos em fibras multimodo, devido ao atraso ocasionado pelos diferentes percursos dos vários modos presentes nessas fibras. As fibras monomodo não apresentam tal tipo de dispersão, uma vez que há possibilidade de propagação de apenas um modo óptico. Apesar das fibras monomodo apresentarem somente a dispersão intramodal, o alargamento temporal do pulso não desaparece pois a velocidade de grupo associada ao modo fundamental depende da frequência através da dispersão cromática.

A dispersão cromática se manifesta como a dependência do índice de refração com a frequência $n(\omega)$ [16]. Com isso, diferentes componentes espectrais do pulso viajam em velocidades de grupo diferentes sendo denominado este efeito de Dispersão de Velocidade de Grupo – GVD (*Group Dispersion Velocity*), dispersão intramodal ou simplesmente dispersão da fibra [1]. Devido à ação da dispersão cromática os pulsos ópticos tendem a se espalhar temporalmente ao propagar pela fibra e quanto maior for a taxa de dados, mais cedo ocorrerá uma sobreposição de pulsos levando à interferência entre símbolos [28].

3.3.1. Dispersão de Velocidade de Grupo

Numa fibra óptica monomodo, o pulso de luz transmite uma informação qualquer que está contida na envoltória de modulação a qual viaja com velocidade de grupo dada por:

$$v_g = \left(\frac{d\beta}{d\omega} \right)^{-1} \quad (3.5)$$

onde β é a constante de propagação de uma onda plana na frequência de uma onda portadora em ω_0 . Quando o sinal de luz propaga por uma fibra de comprimento L , é

considerado que cada componente espectral na frequência ω viaja independentemente e sofre um atraso de tempo, ou atraso de grupo, dado por $T=L/v_g$.

Sendo $\beta=nk_0$, k_0 é a constante de propagação no vácuo, obtém-se $v_g=c/n_g$ usando-se a Eq. (3.5), onde n_g é o índice de refração de grupo dado por [6], [23]:

$$n_g = n + \omega \left(\frac{dn}{d\omega} \right) \quad (3.6)$$

A dependência da velocidade de grupo com a frequência mostrada na Eq. (3.6) revela que o alargamento do pulso é dado simplesmente porque diferentes componentes espectrais do pulso se dispersam durante a propagação e não chegam a mesmo tempo na saída da fibra.

Como visto na Seção 2.6, pode-se expandir a constante de propagação β em uma série de Taylor em torno da frequência central, como feito na Eq. (2.62). Este procedimento permite estudar matematicamente onde surgem os efeitos da dispersão da fibra [6], [16], [23]. Pode-se mostrar que os parâmetros β_1 e β_2 relacionam-se com o índice de refração n por:

$$\beta_1 = \frac{1}{v_g} = \frac{n_g}{c} = \frac{1}{c} \left[n + \omega \left(\frac{dn}{d\omega} \right) \right] \quad (3.7)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left[2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \left(\frac{d^2n}{d\omega^2} \right) \right] \quad (3.8)$$

onde β_2 representa o parâmetro de Dispersão de Velocidade de Grupo – GVD (*Group Dispersion Velocity*) que é responsável pelo alargamento temporal do pulso.

Sendo $\Delta\omega$ a largura espectral do pulso e considerando a Eq. (3.5), o alargamento do pulso para uma fibra de comprimento L é governado por:

$$\Delta T = \frac{dT}{d\omega} \Delta\omega = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{L}{v_g} \right) \Delta\omega = L \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Delta\omega = L\beta_2 \Delta\omega \quad (3.9)$$

Costuma-se usar $\Delta\lambda$ no lugar de $\Delta\omega$, visto que, para tais sistemas, o espalhamento em frequência $\Delta\omega$ é determinado por uma faixa de comprimentos de onda $\Delta\lambda$

emitidos pela fonte óptica [1]. Como $\omega = 2\pi c/\lambda$ e $\Delta\omega = (-2\pi c/\lambda^2)\Delta\lambda$, pode-se escrever a Eq. (3.9) na forma:

$$\Delta T = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{L}{v_g} \right) \Delta\lambda = D L \Delta\lambda \quad (3.10)$$

onde

$$D = \frac{1}{L} \frac{dT}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{1}{v_g} \right) = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 \quad (3.11)$$

O fator D , Eq. (3.11), é chamado de parâmetro de dispersão e define o espalhamento do pulso, sendo medido em ps/nm km. O parâmetro de dispersão D é resultante da dispersão de material D_M e da dispersão do guia de onda D_W presentes na fibra, tendo como boa aproximação a soma entre elas [6]:

$$D = D_M + D_W \quad (3.12)$$

3.3.2. Dispersão de Material

A dispersão de material surge da variação do índice de refração do material de fabricação das fibras ópticas em função da frequência da onda eletromagnética incidente. A dependência do índice de refração com a frequência $n(\omega)$ pode ser encontrado pela Equação de Sellmeier [16], [23]:

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^M \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2} \quad (3.13)$$

onde ω é a frequência do campo incidente, ω_j ($j=1,2,\dots,M$) são as frequências de ressonância do meio e B_j ($j=1,2,\dots,M$) são os fatores de peso referentes a cada frequência de ressonância. Como $\lambda_j = 2\pi c/\omega_j$, a Tabela 3.1 mostra λ_j e B_j os quais foram obtidos empiricamente para uma fibra óptica de sílica [16], [23] com $M=3$ na Eq. (3.13).

Tabela 3.1 – Parâmetros utilizados para cálculo do índice de refração dado pela aproximação da Equação de Sellmeier.

$\lambda_1 = 0,0684043 \mu\text{m}$	$B_1 = 0,6961663$
$\lambda_2 = 0,1162414 \mu\text{m}$	$B_2 = 0,4079426$
$\lambda_3 = 9,8961610 \mu\text{m}$	$B_3 = 0,8974794$

Usando a Eq. (3.13) e as Equações (3.6) e (3.8), pode-se obter os gráficos, através da ferramenta computacional Mathcad, os quais mostram a variação de n e n_g com o comprimento de onda (Figura 3.5) e a variação de β_2 com o comprimento de onda (Figura 3.6) para a sílica fundida.

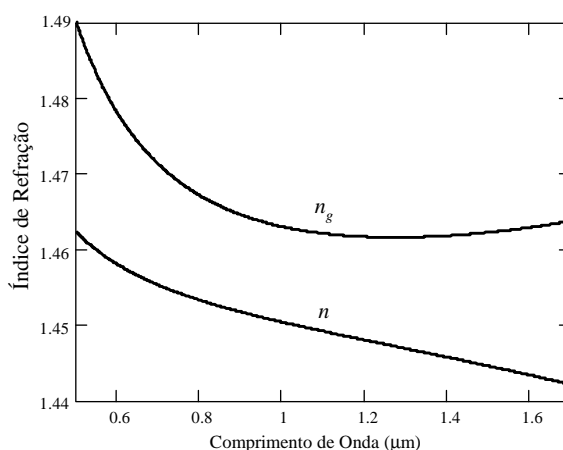


Figura 3.5: Variação do índice de refração n e do índice de grupo n_g com o comprimento de onda para a sílica fundida.

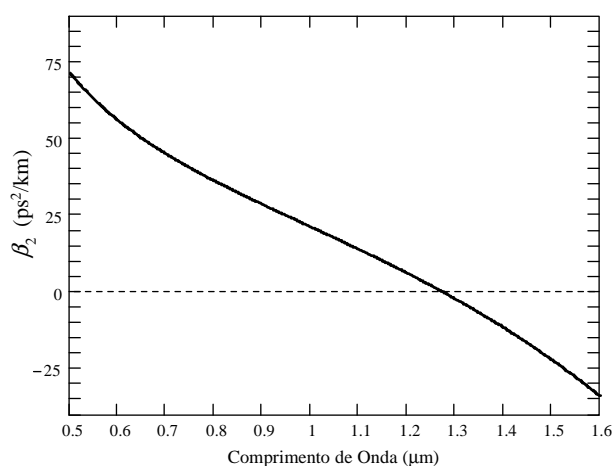


Figura 3.6: Variação do parâmetro de GVD β_2 com o comprimento de onda para a sílica fundida.

Pela Figura 3.6, pode-se notar que β_2 é igual a zero em aproximadamente 1270 nm. Tal comprimento de onda é denominado comprimento de onda de dispersão zero λ_0 . Para $\lambda < \lambda_0$, β_2 assume valores positivos sendo chamado de Regime de Dispersão Normal da Fibra. E para $\lambda > \lambda_0$, β_2 assume valores negativos denominando este regime de Regime de Dispersão Anômalo da Fibra.

A propagação do pulso perto do comprimento de onda λ_0 requer a inclusão do termo cúbico β_3 da Eq. (2.62), que governa os efeitos de dispersão de segunda ordem, que será visto posteriormente. Mesmo que β_2 seja zero, os efeitos da dispersão não poderão ser desprezados sendo, dessa forma, analisados a partir de β_3 .

O fator de dispersão de material D_M pode ser relacionado ao índice de grupo n_g por [1]:

$$D_M = \frac{1}{c} \frac{dn_g}{d\lambda} \quad (3.14)$$

Pode-se verificar a variação do fator de dispersão de material D_M com o comprimento de onda para a sílica fundida usando-se a Eq. (3.14) e com o auxílio do Mathcad. Esta característica é mostrada na Figura 3.7.

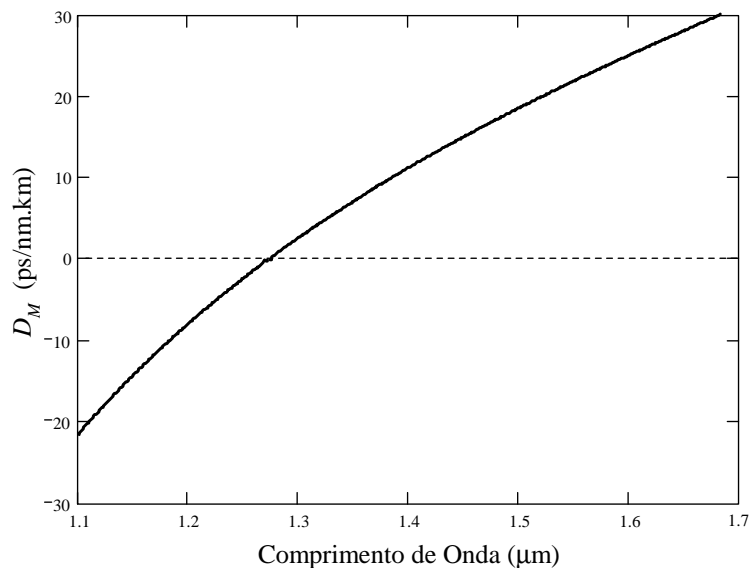


Figura 3.7: Variação do parâmetro de dispersão de material D_M com o comprimento de onda para a sílica fundida.

3.3.3. Dispersão do Guia de Onda

A dispersão do guia de onda surge devido à fibra confinar parte da energia da onda eletromagnética no núcleo e outra parte na casca.

O principal efeito da dispersão do guia de onda D_W é deslocar o comprimento de onda de dispersão zero λ_0 em aproximadamente 30-40 nm, tanto que a dispersão total da fibra se torne zero em aproximadamente 1310 nm, no caso de fibra com perfil degrau [1]. A dispersão do guia de onda tem dependência com os parâmetros de projeto de uma fibra óptica monomodo tal como a diferença entre os índices de refração entre núcleo e casca Δ e do raio do núcleo a da fibra.

Como a contribuição da dispersão devido ao guia de onda D_W depende de parâmetros de construção da fibra, pode-se projetar fibras ópticas as quais possuem λ_0 deslocado para aproximadamente 1550 nm [1], [5], [6]. Estas fibras ópticas são chamadas de fibras de Dispersão Deslocada – DSF (*Dispersion Shifted*).

A Figura 3.8 mostra a curva de dispersão D para a uma fibra monomodo com perfil degrau denominada fibra Padrão – ST (*Standard*) [29]. Esse tipo de fibra óptica apresenta o valor de λ_0 em aproximadamente 1312 nm. Esta figura foi gerada pelo Mathcad considerando D_M dada pela Eq. (3.14) e D_W calculada a partir da Eq. (3.12).

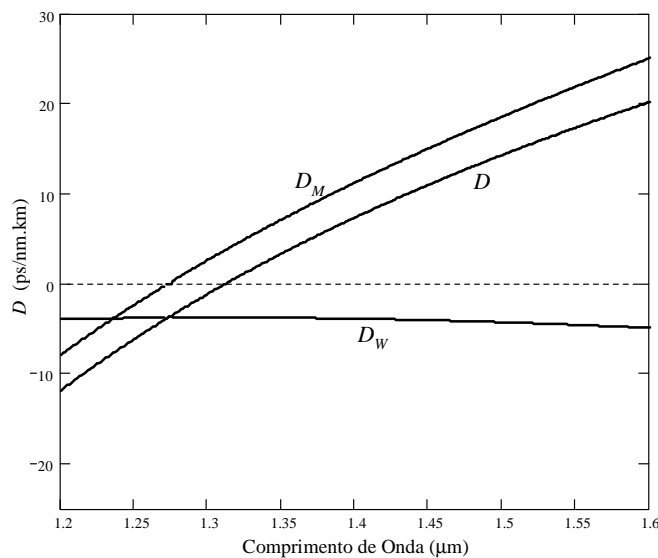


Figura 3.8: Curva de Dispersão para uma fibra óptica Padrão mostrando também a dispersão de material e a dispersão do guia de onda que a compõe.

A Figura 3.9, gerada também pelo Mathcad, mostra a dispersão D para uma fibra DSF [30] bem como a dispersão de material, dada pela Eq. (3.14), e a dispersão D_W do guia de onda, calculada a partir da Eq. (3.12).

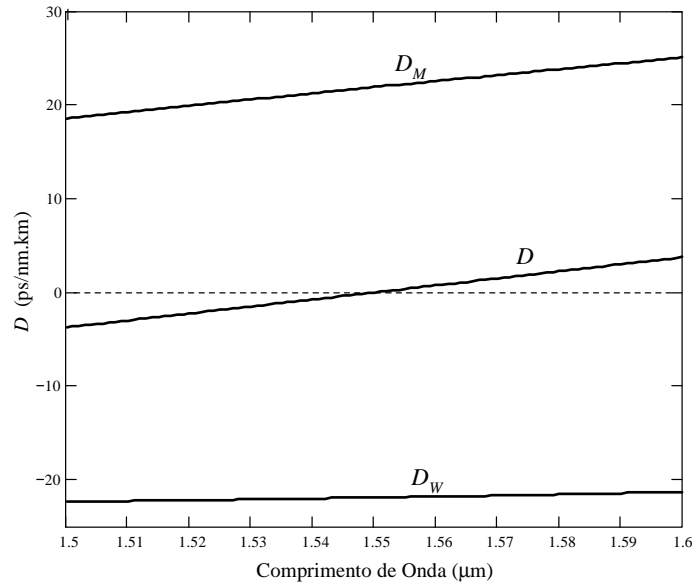


Figura 3.9: Curva de Dispersão para uma fibra óptica DSF, mostrando também a dispersão de material e a dispersão do guia de onda que a compõe.

Observa-se a partir da Figura 3.9 que, de fato, o comprimento de onda λ_0 foi deslocado para 1550 nm de acordo com o projeto da fibra DSF, como mencionado.

3.3.4. Regimes de Propagação Diferentes

Dependendo da largura inicial T_0 e da potência de pico P_0 do pulso óptico incidente, tanto o efeito dispersivo como o não-linear podem dominar ao longo da fibra. Para caracterizar a dominância de um efeito sobre o outro, utilizam-se duas escalas de comprimento, que são o comprimento de dispersão L_D e o comprimento não-linear L_{NL} , os quais dependendo de suas magnitudes relativas ao comprimento da fibra L , faz com que o pulso evolua de diferentes formas.

Para se caracterizar as diferentes formas de propagação do pulso óptico na fibra, define-se uma escala de tempo normalizada em relação à sua largura T_0 :

$$\tau = \frac{T}{T_0} = \frac{t - z/v_g}{T_0} \quad (3.15)$$

Definindo-se também a amplitude do campo normalizada U como:

$$A(z, \tau) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) U(z, \tau) \quad (3.16)$$

sendo o fator exponencial na Eq. (3.16) relacionado às perdas da fibra.

Desprezando o parâmetro de dispersão de segunda ordem β_3 e utilizando-se as Equações (3.15) e (3.16) na Eq. (2.69) encontra-se:

$$j \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{2L_D} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{NL}} |U|^2 U \quad (3.17)$$

onde $\text{sgn}(\beta_2) = \pm 1$ dependendo do sinal do parâmetro GVD ($\beta_2 > 0$ para GVD normal ou $\beta_2 < 0$ para GVD anômala) e $U(z, \tau) = U$. O comprimento de dispersão L_D e o comprimento não-linear L_{NL} fornecem escalas de comprimento nos quais a dispersão ou a não-linearidade tornam-se dominante na evolução do pulso sendo definidos por:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.18)$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \quad (3.19)$$

onde γ é o parâmetro não-linear definido pela Eq. (2.67).

Dependendo da magnitude relativa de L , L_D e L_{NL} , o comportamento da propagação do pulso pode ser classificado em:

1º Caso: $L \ll L_{NL}$ e $L \ll L_D$

Neste caso o pulso mantém sua forma durante a propagação $U(z, \tau) = U(0, \tau)$ tendo apenas a redução de sua energia devido às perdas da fibra, ou seja, não há influência do efeito dispersivo e nem do efeito não-linear em sua propagação. Isto resulta em desprezar ambos os termos do lado direito da Eq. (3.17). Contudo, L_D e L_{NL}

tornam se menores quando respectivamente são utilizados pulsos mais curtos e mais intensos, indicando que tanto o efeito dispersivo quanto o efeito não-linear devem ser inclusão na análise da propagação através da Eq. (3.17).

2º Caso: $L \ll L_{NL}$ e $L \approx L_D$

Neste caso, o último termo da Eq. (3.17) é desprezado. A evolução do pulso é então governada pela Dispersão de Velocidade de Grupo – GVD (*Group Velocity Dispersion*) e os efeitos não-lineares têm pouca importância. Este regime de propagação onde a dispersão domina é aplicável sempre que os parâmetros da fibra e do pulso são tais que:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \ll 1 \quad (3.20)$$

3º Caso: $L \ll L_D$ e $L \approx L_{NL}$

Agora o segundo termo relacionado aos efeitos de dispersão na Eq. (3.17) é desprezado comparado ao termo não-linear. Neste caso, a evolução do pulso na fibra é governada pela presença da não-linearidade presente na fibra. Um exemplo de efeito não-linear é a Automodulação de Fase – SPM (*Self Phase Modulation*) que conduz ao alargamento espectral do pulso. Este regime de propagação no qual há dominância dos efeitos não-lineares sobre os dispersivos é aplicável sempre que:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \gg 1 \quad (3.21)$$

4º Caso: $L \approx L_D$ e $L \approx L_{NL}$

Neste caso os efeitos dispersivo e não-linear atuam juntamente na propagação do pulso ao longo da fibra. A interação entre GVD e SPM, um dos efeitos não-lineares presente na fibra, revela um comportamento qualitativamente diferente daquele comparado quando há a presença de apenas GVD ou SPM separadamente. No regime de dispersão anômalo ($\beta_2 < 0$), a fibra pode suportar *sólitons ópticos* [5], [6], [16]. No regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$), os efeitos da GVD e da SPM podem ser usados para a compressão do pulso.

No restante deste capítulo estuda-se apenas a propagação de pulsos ópticos no regime linear, retendo-se à condição colocada pela Eq. (3.20) e desprezando assim a influência dos efeitos não-lineares.

3.3.5. A Dispersão para um Pulso com Perfil Temporal Gaussiano

Para se analisar os efeitos da GVD em pulsos ópticos propagando-se em um meio dispersivo linear, substitui-se as Equações (3.18) e (3.19) na Eq. (3.17) considerando $\gamma=0$. Desta forma, a Eq. (3.17) pode ser escrita como:

$$j \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} \quad (3.22)$$

A Eq. (3.22) é resolvida pelo método da Transformada de Fourier. Como $\tilde{U}(z, \omega)$ é a Transformada de Fourier de $U(z, T)$, tem-se:

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(z, \omega) \exp(-j\omega T) d\omega \quad (3.23)$$

Desta forma, $\tilde{U}(z, \omega)$ pode satisfazer a equação diferencial:

$$j \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{U} \quad (3.24)$$

que apresenta a solução geral da forma:

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{j}{2} \beta_2 \omega^2 z\right) \quad (3.25)$$

A Eq. (3.25) mostra que a dispersão altera a fase de cada componente espectral do pulso através de um fator ϕ_D que depende tanto da frequência ω como da distância propagada dado por:

$$\phi_D = \frac{\beta_2}{2} \omega^2 z \quad (3.26)$$

Embora tais mudanças de fase não afetem o espectro do pulso, elas podem modificar a forma temporal dele [16]. Substituindo a Eq. (3.25) na Eq. (3.23), obtém-se a solução geral da Eq. (3.22):

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{j}{2} \beta_2 \omega^2 z - j\omega T\right) d\omega \quad (3.27)$$

onde $\tilde{U}(0, \omega)$ é a Transformada de Fourier do campo incidente em $z = 0$:

$$\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U(0, T) \exp(j\omega T) dT \quad (3.28)$$

As Equações (3.27) e (3.28) podem ser usadas para diferentes forma de pulsos ópticos na entrada na fibra, entre elas, pulsos gaussianos cujo perfil é representado por:

$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right) \quad (3.29)$$

onde T_0 é a largura temporal do pulso entre os pontos de intensidade $1/e$ da envoltória gaussiana. Pode-se definir também o parâmetro T_{FWHM} (*Full Width at Half Maximum*) que é a largura temporal total entre os pontos de meia potência. Para um pulso gaussiano, a relação entre elas é [16]:

$$T_{FWHM} = 2\sqrt{\ln 2} T_0 \approx 1.665 T_0 \quad (3.30)$$

Substituindo as Equações (3.28) e (3.29) na Eq. (3.27), a amplitude $U(z, T)$ em qualquer ponto z ao longo da fibra é dada por:

$$U(z, T) = \frac{T_0}{(T_0^2 - j\beta_2 z)^{1/2}} \exp\left(-\frac{T^2}{2(T_0^2 - j\beta_2 z)}\right) \quad (3.31)$$

Pode-se mostrar o espalhamento temporal do pulso óptico induzido pela dispersão através da Eq. (3.31), com o auxílio do Mathcad, e comparar com uma simulação realizada pelo VPI. A Figura 3.10 mostra os resultados teórico e simulado pelo

VPI considerando um pulso óptico com largura $T_0 = 50$ ps, potência de pico $P_0 = 1$ mW e $\beta_2 = -20$ ps²/km, valor típico para uma fibra Padrão operando na região do comprimento de onda de 1550 nm. De acordo com estes parâmetros, tem-se $L_D = 125$ km e considera-se a variação da distância z em $0, 2L_D$ e $4L_D$ numa fibra linear.

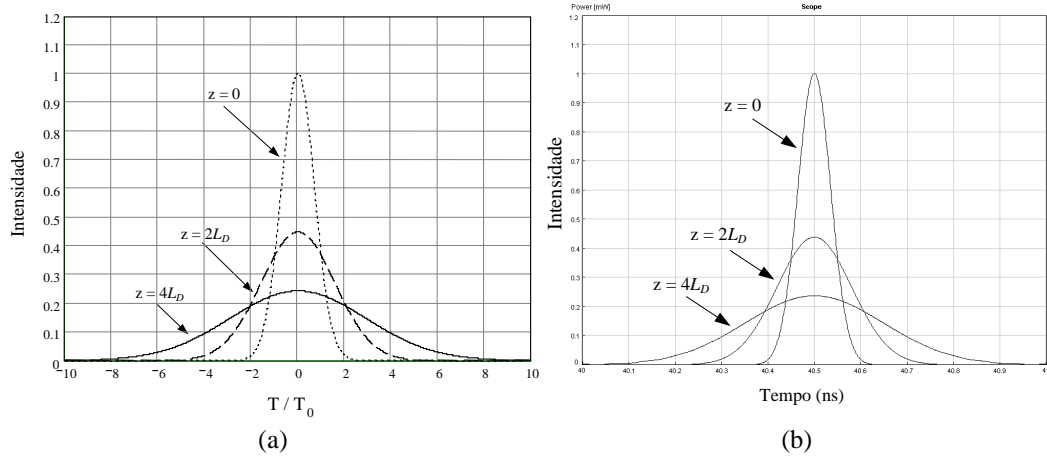


Figura 3.10: Resultados da ação da dispersão em um pulso óptico com forma gaussiana mostrando seu espalhamento no regime linear, para (a) teórico e (b) simulado.

Reescrevendo-se $U(z,T)$ Eq. (3.31) na forma:

$$U(z,T) = |U(z,T)| \exp[j\phi(z,T)] \quad (3.32)$$

onde $\phi(z,T)$ é dado por [16]:

$$\phi(z,T) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D) T^2}{1+(z/L_D)^2} \frac{1}{T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{z}{L_D}\right) \quad (3.33)$$

A Eq. (3.33) mostra que dependência da fase $\phi(z,T)$ com o tempo resulta numa frequência instantânea diferente da frequência central de ω_0 através do pulso. Esta diferença $\delta\omega$ é dada pela derivada da Eq. (3.33) no tempo:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)(2z/L_D) T}{1+(z/L_D)^2} \frac{1}{T_0^2} \quad (3.34)$$

Pode-se ver pela Eq. (3.34) que a frequência muda linearmente com o tempo através do pulso, o que resulta na varredura de frequência ou *chirp*, imposta pela fibra. Como a varredura de frequência $\delta\omega$ depende do sinal de β_2 , pode-se ter $\delta\omega$ negativo na parte dianteira do pulso e aumentando linearmente através dele para o

caso de regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$). O oposto ocorre no regime de dispersão anômalo da fibra ($\beta_2 < 0$) [5], [16]. A Figura 3.11, gerada pelo Mathcad, ilustra a varredura de frequência $\delta\omega$ imposta pela fibra para ambos os regimes de dispersão.

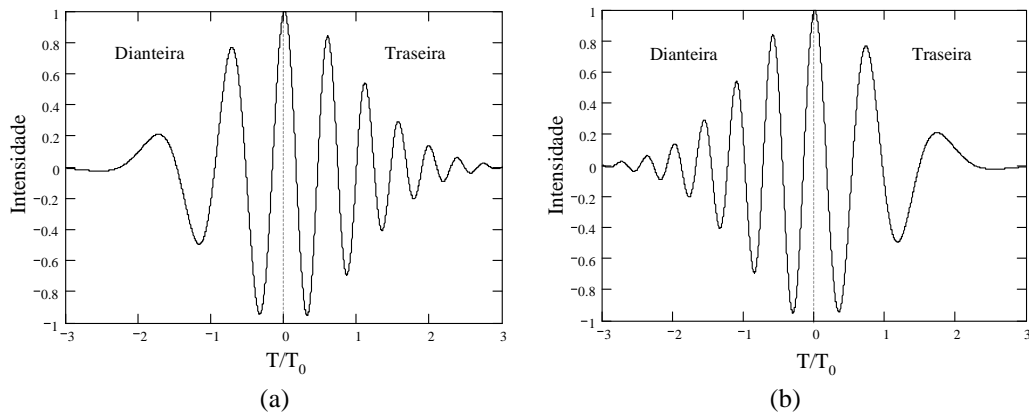


Figura 3.11: Ilustração da varredura de frequência óptica através do pulso para (a) Regime de Dispersão Normal e (b) Regime de Dispersão Anômalo.

Pode-se entender o alargamento do pulso induzido por dispersão pelo fato das diferentes componentes de frequência viajar com velocidades levemente diferentes umas das outras ao longo da fibra devido à GVD. O que ocorre é que as componentes do vermelho viajam mais rápido do que componentes do azul no regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$), enquanto o oposto ocorre no regime de dispersão anômalo ($\beta_2 < 0$) [5], [16]. O pulso só manteria sua largura temporal do início ao fim da fibra se todas as componentes espectrais chegassem juntas.

3.3.6. Dispersão de Alta Ordem

Na utilização de fibras monomodo operando próximo do comprimento de onda de dispersão zero, onde $D=0$, os efeitos dispersivos não desaparecem por completo, fazendo com que o pulso experimente uma alteração da forma temporal devido aos efeitos dispersivos de ordem superior. Tais efeitos são governados pela derivada da dispersão, ou inclinação de dispersão, $S = dD/d\lambda$, que é chamado de parâmetro de dispersão diferencial. Usando-se a Eq. (3.11), S pode ser escrito como [1]:

$$S = \left(\frac{2\pi c}{\lambda^2}\right)^2 \beta_3 + \left(\frac{4\pi c}{\lambda^3}\right) \beta_2 \quad (3.35)$$

onde $\beta_3 = d\beta_2/d\omega \equiv d^3\beta/d\omega^3$ é denominado parâmetro de dispersão de terceira ordem. No comprimento de onda de dispersão zero, S é designado por S_0 e é proporcional a β_3 , pois $\beta_2 = 0$.

Utilizando a Eq. (2.63), β_3 pode ser relacionado com o índice de refração através de:

$$\beta_3(\omega) = \frac{d\beta_2(\omega)}{d\omega} = \frac{1}{c} \left(3 \frac{d^2 n}{d\omega^2} + \omega \frac{d^3 n}{d\omega^3} \right) \quad (3.36)$$

A Figura 3.12 mostra a variação do parâmetro de dispersão de terceira ordem com o comprimento de onda utilizando-se a Eq. (3.36), com auxílio do Mathcad.

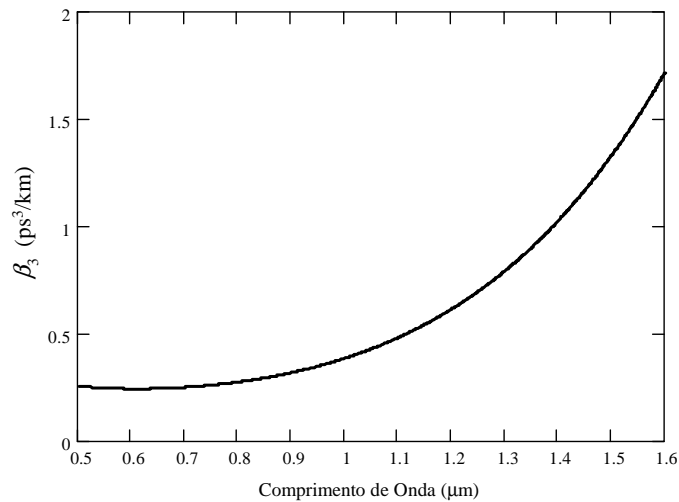


Figura 3.12: Gráfico da variação do parâmetro de dispersão de terceira ordem β_3 com o comprimento de onda.

Para pulsos ultracurtos é necessário incluir também o termo β_3 mesmo quando $\beta_2 \neq 0$. Isso porque o parâmetro de expansão $\Delta\omega$ não é pequeno o suficiente para justificar o truncamento da expansão por Série de Taylor na Eq. (2.62) até o termo que contém β_2 [16]. Os efeitos causados na propagação do pulso pelo parâmetro β_3 constituem a dispersão de 2ª ordem. Para se abordar uma melhor análise desses efeitos, inclui-se o termo β_3 na Eq. (3.22) resultando em:

$$j \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + j \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 U}{\partial T^3} \quad (3.37)$$

De forma análoga à da Eq. (3.27), pode-se escrever a amplitude $U(z,T)$ na forma [16]:

$$U(z,T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(0,\omega) \exp\left(\frac{j}{2} \beta_2 \omega^2 z + \frac{j}{6} \beta_3 \omega^3 z - j\omega T\right) d\omega \quad (3.38)$$

Na observação dos efeitos da dispersão de 2ª ordem é útil definir uma nova escala de comprimento conhecido como comprimento de dispersão de 2ª ordem dado por:

$$L_D = \frac{T_0^3}{|\beta_3|} \quad (3.39)$$

A fim de comparar a importância de β_3 em relação a β_2 , usa-se a Eq. (3.39) juntamente com a Eq. (3.18) para definir a seguinte condição:

$$L_D' \leq L_D \quad \text{ou seja} \quad T_0 \left| \frac{\beta_2}{\beta_3} \right| \leq 1 \quad (3.40)$$

Quando o pulso óptico propaga-se pela fibra, devido à ação da dispersão de 2ª ordem, ele sofre um espalhamento temporal e também desenvolve oscilações em sua calda, fazendo-o perder sua forma gaussiana devido à estrutura assimétrica resultante das oscilações. Para evidenciar estes efeitos, a Figura 3.13 mostra através de simulação realizada pelo VPI, as formas de um pulso gaussiano com largura $T_0 = 100$ ps em $z = 0$ e após propagar uma distância de $z = 5L_D'$ para o caso no qual $\beta_2 = 0$, considerando $\beta_3 \neq 0$, e para um outro caso no qual se tem $L_D = L_D'$.

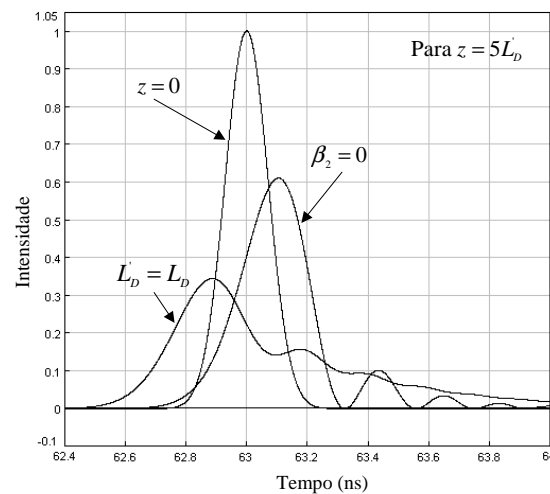


Figura 3.13: Simulação dos efeitos causados pela dispersão de 2ª ordem na propagação de um pulso gaussiano no regime linear.

No projeto de sistemas WDM modernos, o valor numérico de S tem um papel importante. Na maioria das fibras ópticas comerciais, tem-se $S > 0$ fazendo com que diferentes canais tenham valores de GVD ligeiramente diferentes. Por esse motivo, torna-se difícil compensar a dispersão para todos os canais simultaneamente [1], [28], [31], [32]. Para se resolver tal problema, há o desenvolvimento de novos tipos de fibras ópticas nas quais S é pequeno ou negativo.

A Tabela 3.2 mostra valores da derivada da dispersão S e valores característicos de dispersão² D para alguns tipos de fibras ópticas disponíveis comercialmente.

Tabela 3.2 – Valores característicos de dispersão e derivada de dispersão para vários tipos de fibras ópticas comerciais [1].

Fibra (nome comercial)	A_{eff} (μm^2)	λ_0 (nm)	D [ps/(nm km)]	S [ps/(nm ² km)]
Corning SMF-28	80	1302-1322	16 a 19	0,090
Lucent All Wave	80	1300-1322	17 a 20	0,088
Alcatel ColorLock	80	1300-1320	16 a 19	0,090
Corning Vascade	101	1300-1310	18 a 20	0,060
Lucent TrueWave-RS	50	1470-1490	2,6 a 6	0,050
Corning LEAF	72	1490-1500	2 a 6	0,060
Lucent TrueWave-XL	72	1570-1580	- 1,4 a - 4,6	0,112
Alcatel TeraLight	65	1440-1450	5,5 a 10	0,058

² Dispersão na Banda C de operação ($\lambda = 1530 - 1565$ nm) [5], [11], [32].

Capítulo 4. EFEITOS NÃO-LINEARES EM FIBRAS ÓPTICAS

4.1. Introdução

Os primeiros sistemas de comunicação através de fibras ópticas empregavam fibras multimodo, enquanto que nos dias atuais, as fibras monomodo vêm prevalecendo cada vez mais, visto que oferecem menores valores de perda e menor dispersão que as fibras multimodo [20]. Isto faz com que se obtenha um aumento da capacidade de informação que pode ser transmitida. Infelizmente, a quantidade de informação transmitida por tal fibra é limitada pelos níveis de potência dos sinais ópticos nela injetados, por causa de interações não-lineares que ocorrem no material da fibra.

A luz, com intensidade suficientemente alta, irá induzir uma polarização não-linear na fibra através da suscetibilidade não-linear de terceira ordem, como visto no Capítulo 2. Desta forma, a resposta de qualquer dielétrico à luz torna-se não-linear para campos eletromagnéticos intensos. Sendo a fibra óptica um meio dielétrico, ela não faz exceção a essa regra. Embora a suscetibilidade não-linear do material que compõe a fibra seja muito pequena, o tamanho do núcleo e a baixa perda das fibras monomodo resultam na observação de efeitos não-lineares mesmo em níveis de potência relativamente baixos [20], [33].

Neste capítulo são estudados os efeitos não-lineares mais importantes presentes numa fibra óptica, a Automodulação de Fase – SPM (*Self Phase Modulation*), a Instabilidade Modulacional – MI (*Modulation Instability*) e a Modulação de Fase Cruzada – XPM (*Cross Phase Modulation*). São analisados os aspectos teóricos sobre estes fenômenos os quais são caracterizados posteriormente através de simulações feitas pelo VPI e de gráficos gerados no Mathcad. Tem-se também uma visão simplificada sobre os processos de espalhamento inelásticos de luz estimulados, que é caso do Espalhamento Raman Estimulado – SRS (*Stimulated Raman Scattering*) e do Espalhamento Brillouin Estimulado – SBS (*Stimulated Brillouin Scattering*).

4.2. A Refração Não-Linear

Os efeitos não-lineares em fibras ópticas originam-se a partir da suscetibilidade não-linear de terceira ordem $\chi^{(3)}$, que é responsável por fenômenos tais como Geração de Terceiro Harmônico, Mistura de Quatro Ondas – FWM (*Four Wave Mixing*) e refração não-linear [5], [16], [20], [34], [35].

A refração não-linear é consequência da dependência do índice de refração da fibra com a intensidade do campo elétrico, que pode ser escrita por:

$$\tilde{n}(\omega, |E|^2) = n + n_2 |E|^2 \quad (4.1)$$

onde n é a parte linear do índice de refração dada ela Eq. (3.13), $|E|^2$ é a potência óptica por área efetiva na fibra e n_2 é o índice de refração não-linear dado pela Eq. (2.48). A dependência do índice de refração com a potência é conhecida como Efeito Óptico Kerr. Ele é responsável pela modulação da fase e pelo consequente espalhamento espectral do pulso propagante na fibra [36], [37].

O Efeito Óptico Kerr leva a efeitos não-lineares, dentre eles a Automodulação de Fase – SPM (*Self Phase Modulation*) e a Modulação de Fase Cruzada – XPM (*Cross Phase Modulation*). A SPM sofrida pelo pulso pode ser observada notando-se

que a fase de um campo óptico, que se propaga por uma fibra de comprimento L , se altera por:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi\tilde{n}L}{\lambda} = \left(n + n_2|E|^2\right)k_0L \quad (4.2)$$

Pelo efeito óptico Kerr um pulso óptico suficientemente intenso irá alterar o índice de refração da fibra, sendo que essa mudança no índice modula a fase do próprio pulso propagante. Tal efeito é denominado Automodulação de Fase – SPM.

A XPM refere-se ao deslocamento de fase de um campo óptico induzido por um outro campo que pode ter um comprimento de onda, uma direção ou um estado de polarização diferente [16]. Quando dois campos ópticos nas frequências ω_1 e ω_2 , polarizados ao longo do eixo x , propagam-se simultaneamente dentro da fibra, o campo elétrico total \vec{E} é dado por:

$$\vec{E} = \frac{1}{2}\hat{x}[E_1 \exp(-j\omega_1 t) + E_2 \exp(-j\omega_2 t) + c.c.] \quad (4.3)$$

O deslocamento de fase não-linear para o campo óptico em ω_1 pode ser escrito como [16]:

$$\phi_{NL} = n_2 k_0 L \left(|E_1|^2 + 2|E_2|^2 \right) \quad (4.4)$$

O 1º termo do lado direito da Eq. (4.4) é devido à SPM enquanto o 2º termo é devido à XPM. Para uma mesma intensidade óptica dos dois campos co-propagantes, a contribuição devido à XPM para a fase não-linear se faz duas vezes a contribuição devido à SPM. A XPM é responsável pelo alargamento espectral assimétrico de pulsos co-propagantes numa mesma fibra.

4.2.1. Automodulação de Fase

De acordo com a Seção 3.3.4, pode-se ter a propagação de um pulso óptico dominada pelo regime não-linear. Para isso, o pulso deve ter largura e potência de

pico tal que satisfaça a condição $L_D \gg L$ e $L_{NL} \leq L$. Sendo assim, os efeitos da dispersão podem ser desprezados fazendo-se $\beta_2 = 0$ na Eq. (3.17), o que resulta em:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{j \exp(-\alpha z) |U|^2 U}{L_{NL}} \quad (4.5)$$

onde α é a constante de atenuação da fibra e L_{NL} é um parâmetro conhecido comprimento não-linear definido pela Eq. (3.19). A solução geral da Eq. (4.5) pode ser obtida substituindo-se $U = V \exp(j\phi_{NL})$ e equacionando-se as partes reais e imaginária de forma que [16]:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \phi_{NL}}{\partial z} = \frac{e^{-\alpha z}}{L_{NL}} V^2 \quad (4.6)$$

e como a amplitude V não muda ao longo do comprimento da fibra L , a equação da fase pode ser integrada analiticamente:

$$\int_0^L d\phi_{NL} = \frac{V^2}{L_{NL}} \int_0^L e^{-\alpha z} dz \Rightarrow \phi_{NL}(L, T) = \frac{V^2}{L_{NL}} \left(-\frac{e^{-\alpha z}}{\alpha} \right) \Big|_0^L = \frac{V^2}{L_{NL}} \left[\frac{1}{\alpha} (1 - e^{-\alpha L}) \right]$$

Usando-se a definição de comprimento efetivo [5], [6], [33]:

$$L_{eff} = \frac{(1 - e^{-\alpha L})}{\alpha} \quad (4.7)$$

o qual é menor que L devido às perdas da fibra (na ausência de perdas na fibra $\alpha = 0$, resulta em $L_{eff} = L$), tem-se:

$$\phi_{NL}(L, T) = |U(0, T)|^2 \frac{L_{eff}}{L_{NL}} \quad (4.8)$$

sendo $V = |U(0, T)|$, onde $U(0, T)$ é a amplitude do campo em $z = 0$. Assim, a solução geral da Eq. (4.5) pode ser escrita como:

$$U(L, T) = U(0, T) \exp[j\phi_{NL}(L, T)] \quad (4.9)$$

A Eq. (4.9) mostra que o pulso sofre um deslocamento de fase, dado pela Eq. (4.8), dependente da intensidade e que sua forma não altera quando propaga pela fibra.

O deslocamento de fase máximo $\phi_{\text{máx}}$ ocorre no centro do pulso localizado em $T = 0$. Considerando U normalizado tal que $|U(0,0)| = 1$, $\phi_{\text{máx}}$ é dado por:

$$\phi_{\text{max}} = \frac{L_{\text{eff}}}{L_{\text{NL}}} = \gamma P_0 L_{\text{eff}} \quad (4.10)$$

A SPM causa o alargamento espectral do pulso devido à dependência de ϕ_{NL} com o tempo, caracterizada por $|U(0,T)|^2$ na Eq. (4.8). Essa variação de fase no tempo implica que a frequência óptica instantânea seja diferente de seu valor central ω_0 através do pulso denominando-se varredura de frequência ou *chirp* de frequência $\delta\omega$. A varredura de frequência, é o agrupamento de frequências dentro do pulso a partir das frequências mais baixas para as mais altas, ou vice-versa [36] e pode ser dado por:

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial\phi_{\text{NL}}}{\partial T} = -\left(\frac{L_{\text{eff}}}{L_{\text{NL}}}\right)\frac{\partial}{\partial T}|U(0,T)|^2 \quad (4.11)$$

onde o sinal negativo é devido a escolha do fator $\exp(-j\omega_0 t)$ na Eq. (2.33).

A varredura de frequência induzida pela SPM aumenta em magnitude com a distância propagada como visto na Eq. (4.11). Pode-se dizer que novas componentes de frequência são geradas quando o pulso propaga ao longo da fibra as quais tendem a alargar o espectro do pulso em relação à sua largura inicial em $z = 0$. A varredura de frequência induzida pela SPM para um pulso com formato gaussiano pode ser descrita por uma forma geral dada por [16]:

$$\delta\omega(T) = \frac{2m}{T_0} \frac{L_{\text{eff}}}{L_{\text{NL}}} \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m-1} \exp\left[-\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right] \quad (4.12)$$

onde $m = 1$ para pulsos gaussianos e $m > 1$ para pulsos super-gaussianos³. A Figura 4.1, gerada pelo Mathcad, ilustra o deslocamento de fase não-linear ϕ_{NL} para um pulso gaussiano e para um pulso super-gaussiano considerando $L_{eff} = L_{NL}$ e $T_0 = 50$ ps.

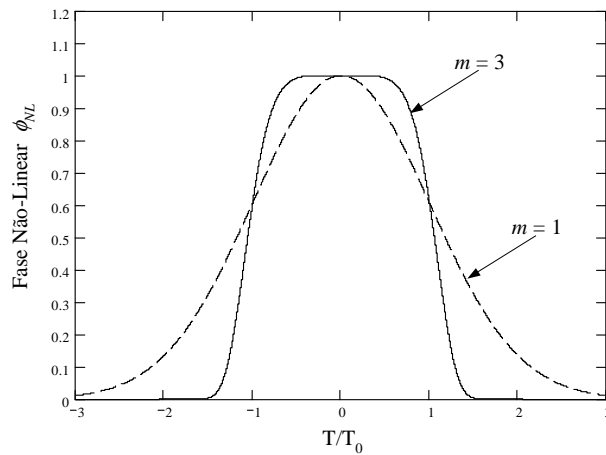


Figura 4.1: Ilustração gráfica para o deslocamento de fase não-linear de um pulso gaussiano e de um pulso super-gaussiano considerando $L_{eff} = L_{NL}$.

Como ϕ_{NL} , Eq. (4.8), é diretamente proporcional a $|U(0,T)|^2$, sua variação temporal é idêntica àquela da intensidade do pulso. A Figura 4.2, gerada no Mathcad, mostra a varredura de frequência $\delta\omega$ induzida pela SPM através de um pulso gaussiano e de um super-gaussiano considerando-se a Eq. (4.12), $L_{eff} = L_{NL}$ e $T_0 = 50$ ps.

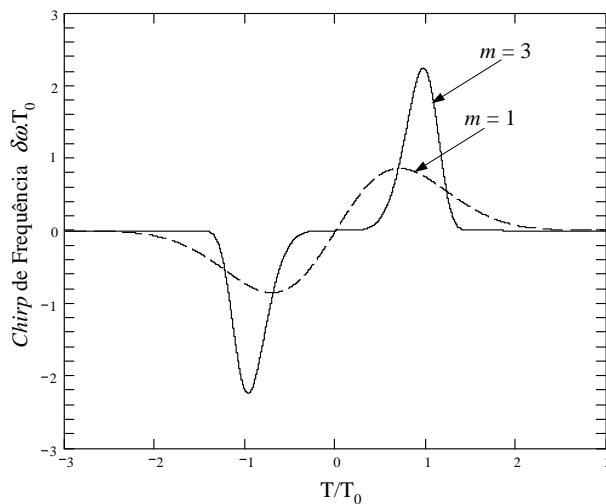


Figura 4.2: Varredura de frequência para pulsos com formato gaussiano e super-gaussiano.

³ A forma de um pulso super-gaussiano pode ser dada usando $U(0,T) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{T}{T_0}\right)^{2m}\right)$ para $m > 1$.

Pode-se observar que a varredura de frequência é negativa na frente dos pulsos ocasionando o agrupamento de frequências mais baixas nesta parte e positiva na traseira dos mesmos proporcionando o agrupamento das frequências mais altas nesta parte do pulso. Observa-se também que na parte central de um pulso gaussiano, a varredura de frequência cresce linearmente com o tempo e que no pulso super-gaussiano a varredura de frequência tende a ocorrer principalmente nas bordas do pulso.

4.2.1.1. Mudanças Espectrais devido à SPM

O alargamento espectral induzido pela SPM é acompanhado por uma estrutura oscilatória que cobre toda a faixa de frequência do espectro do pulso resultando em vários picos espectrais.

O número de picos M no espectro do pulso é dado aproximadamente pela relação abaixo, de acordo com AGRAWAL (2001) [16]:

$$\phi_{\max} \approx (M - \frac{1}{2})\pi \quad (4.13)$$

Para se verificar as características das estruturas oscilatórias resultantes do efeito da SPM foram realizadas simulações através do VPI, as quais mostram tal fenômeno pela Figura 4.3 à Figura 4.5 utilizando-se pulsos gaussianos em uma fibra Padrão na região de 1550 nm com ϕ_{\max} igual a $0,5\pi$, π , $1,5\pi$, $2,5\pi$ e $4,5\pi$ e para pulsos super-gaussianos com ϕ_{\max} igual a $4,5\pi$.

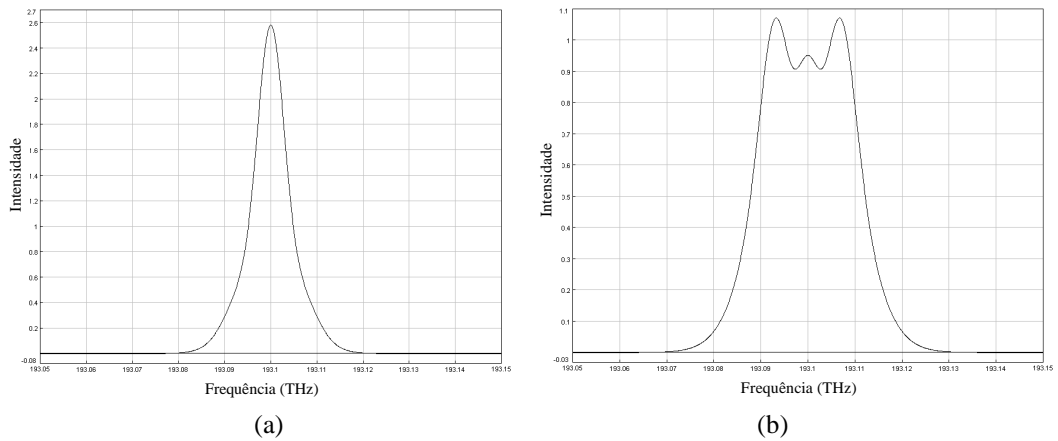


Figura 4.3: Alargamento espectral e estrutura oscilatória causadas pela SPM para um pulso gaussiano com $\phi_{m\acute{a}x} = 0,5\pi$ em (a) e $\phi_{m\acute{a}x} = \pi$ em (b).

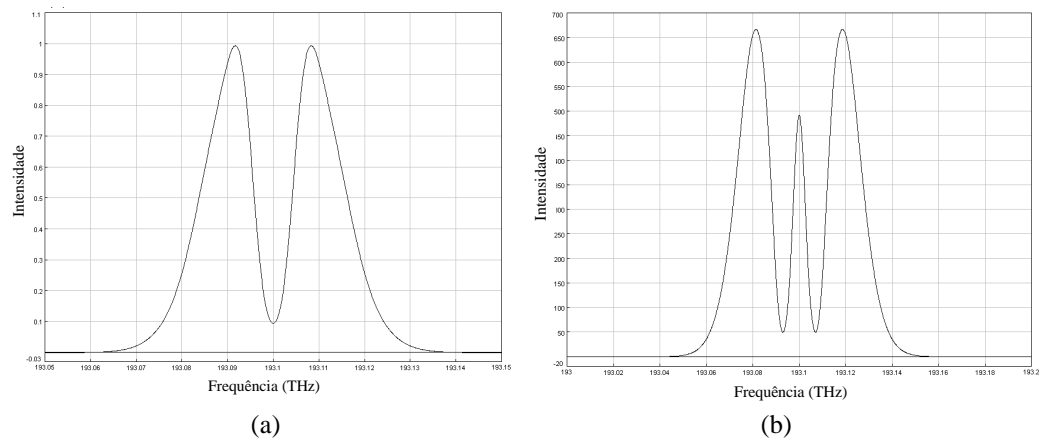


Figura 4.4: Alargamento espectral e estrutura oscilatória causadas pela SPM para um pulso gaussiano com $\phi_{m\acute{a}x} = 1,5\pi$ em (a) e $\phi_{m\acute{a}x} = 2,5\pi$ em (b).

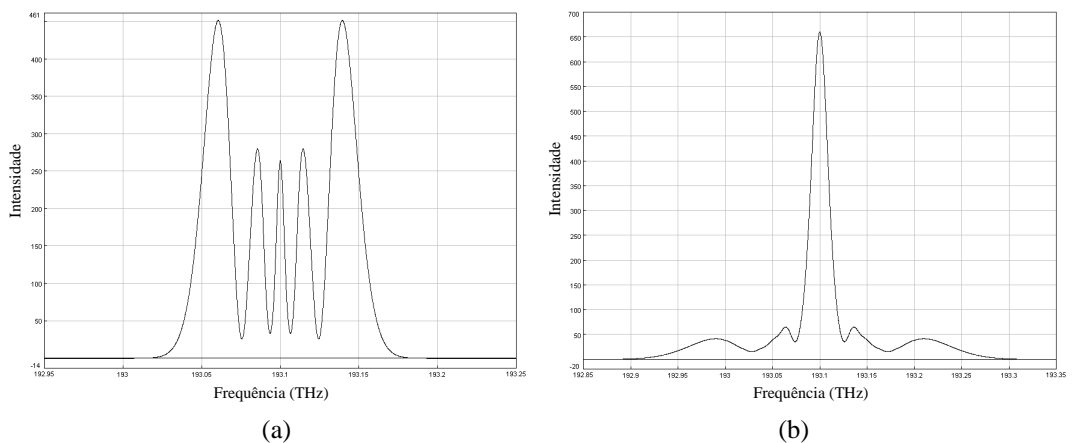


Figura 4.5: Alargamento espectral e estrutura oscilatória causadas pela SPM com $\phi_{m\acute{a}x} = 4,5\pi$ para um pulso gaussiano em (a) e para um pulso super-gaussiano em (b).

4.2.1.2. Os Efeitos conjuntos da GVD e da SPM

Novas características da propagação do pulso surgem de uma ação conjunta entre GVD e SPM. Os efeitos da SPM discutidos anteriormente descrevem o comportamento da propagação de pulsos para a qual o comprimento de dispersão L_D é muito maior do que o comprimento da fibra L e do que o comprimento não-linear L_{NL} . A combinação dos efeitos de GVD e SPM na propagação de um pulso se dá quando as escalas de comprimento L_D e L_{NL} têm a mesma ordem de grandeza e tornam-se comparáveis com o comprimento da fibra L .

Para se analisar os efeitos conjuntos da GVD e da SPM, utiliza-se a Eq. (3.17) juntamente com a normalização:

$$\xi = \frac{z}{L_D} \quad (4.14)$$

resultando em:

$$j \frac{\partial U}{\partial \xi} = \text{sgn}(\beta_2) \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - N^2 e^{-\alpha} |U|^2 U \quad (4.15)$$

onde o parâmetro N^2 é dado por:

$$N^2 = \frac{L_D}{L_{NL}} \equiv \frac{\gamma P_0 T_0^2}{|\beta_2|} \quad (4.16)$$

O valor de N obtido a partir da Eq. (4.16) determina a importância relativa dos efeitos de GVD e SPM na evolução do pulso ao longo da fibra sendo a dispersão dominante para $N \ll 1$ enquanto a SPM dominante para $N \gg 1$. Os efeitos do regime de dispersão normal da fibra juntamente com os efeitos da SPM fazem com que os perfis temporal e espectral do pulso mudem com a distância percorrida. Como visto, a SPM originada pelo Efeito Óptico Kerr produz uma varredura de frequência com frequências baixas na frente do pulso e com frequências altas na parte posterior. Sendo este o mesmo efeito no regime de propagação normal ($\beta_2 > 0$), a GVD positiva faz com que as frequências altas na traseira do pulso afastem-se mais para trás e

as componentes de frequência baixas deslocam-se mais em direção à frente do pulso. O perfil do pulso dispersa-se mais rápido do que com cada efeito considerado individualmente [16], [36], [37]. O alargamento espectral induzido pela SPM é dado de forma menos acentuada, pois a eficácia dos efeitos da SPM é reduzida pelo espalhamento de potência causado pela GVD [36], [37].

A Figura 4.6 mostra através de simulações os efeitos da SPM na propagação de um pulso no regime de dispersão normal.

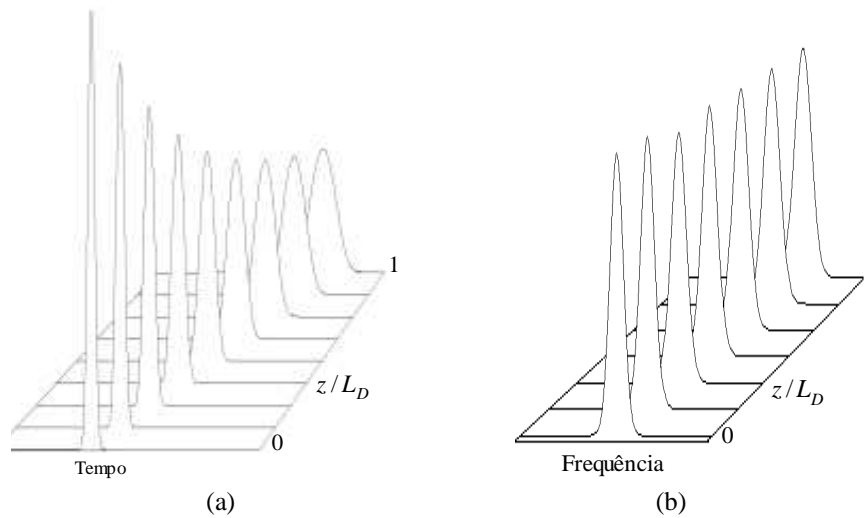


Figura 4.6: Evolução temporal em (a) e espectral em (b) de um pulso no regime de dispersão normal ($\beta_2 > 0$) com ação dos efeitos da SPM.

Para valores de $N \approx 1$ na Eq. (4.16), a SPM e a GVD agem de forma igual durante a evolução do pulso pela fibra e para $N = 1$, seus efeitos compensam-se mutuamente, desde que o pulso tenha uma forma exata dada pela solução da Eq. (4.15) [16], [36], [37].

No regime de dispersão anômalo da fibra ($\beta_2 < 0$), os efeitos da GVD negativa tendem a compensar os efeitos da SPM. Como a varredura de frequência induzida pela SPM tende a agrupar as componentes de frequência mais altas na calda do pulso e as mais baixas na frente, a varredura de frequência induzida pela GVD tende a se comportar de forma oposta. O resultado é um *sóliton*, que é um pulso que mantém certa razão entre a intensidade e largura cuja forma se mantém inalterada pelo balanço dos efeitos da GVD anômala ($\beta_2 < 0$) e da SPM [36]-[38]. Tais ondas solitônicas possuem formato de secante hiperbólica [16]. Os efeitos da propagação de um pulso

no regime de dispersão anômalo sob a ação conjunta dos efeitos da SPM é mostrada na Figura 4.7, simulada pelo VPI.

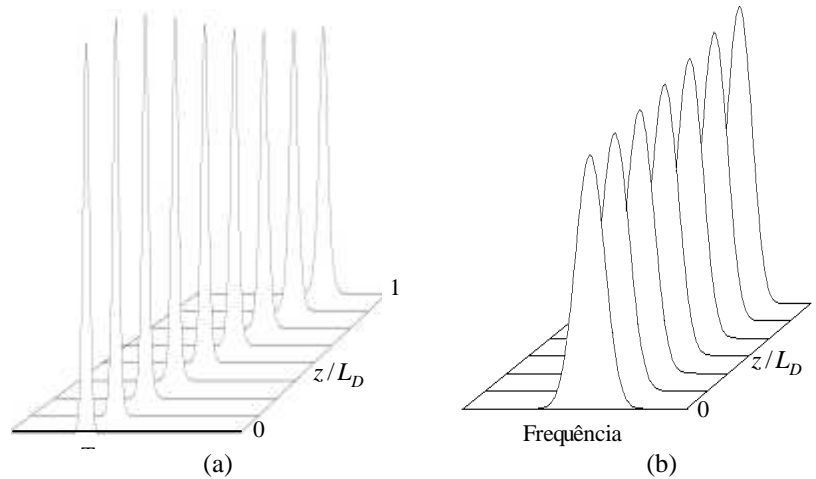


Figura 4.7: Evolução temporal em (a) e espectral em (b) de um pulso no regime de dispersão anômalo ($\beta_2 < 0$) com ação dos efeitos da SPM.

A presença de variações tanto no tempo quanto no espectro observadas na Figura 4.7 devem-se ao fato do pulso usado na simulação ter um formato gaussiano tendendo a ajustar sua forma para secante hiperbólica como a de um sóliton. Os valores inteiros de N na Eq. (4.16) são encontrados para se relacionar à ordem de um sóliton. Para $N = 1$ tem-se a denominação de *sóliton fundamental* [5], [16], [38]. A abordagem mais profunda para caracterização de sólitons propagantes em fibras ópticas não é proposta de estudo para este trabalho.

4.2.2. Instabilidade Modulacional

Muitos sistemas exibem certa instabilidade que conduz à modulação do estado estacionário como resultado da interação entre efeitos não-lineares e dispersivos dentro da fibra óptica. Esse fenômeno é chamado de Instabilidade Modulacional – MI (*Modulation Instability*) e manifesta-se em um sistema com regime de propagação anômalo, ou seja, $\beta_2 < 0$ [16], [39].

Considerando novamente a Eq. (2.69), que pode descrever a propagação de uma luz sem modulação – CW (*Continuous Wave*) dentro da fibra, desprezam-se as perdas da fibras e o parâmetro de dispersão de segunda terceira ordem β_3 , tendo:

$$j \frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A(z, T)}{\partial T^2} - \gamma |A(z, T)|^2 A(z, T) \quad (4.17)$$

A solução do estado estacionário da Eq. (4.17) para um feixe óptico sem modulação, na qual a amplitude $A(z, T)$ é independente do tempo, pode ser dada por:

$$A(z, T) = \sqrt{P_0} \exp(j\gamma P_0 z) \quad (4.18)$$

onde P_0 é a potência óptica de incidência. Por esta equação, observa-se que o sinal propaga-se pela fibra sem mudança em sua amplitude mas com alteração em sua fase pela dependência desta com a potência devido à ação do efeito da SPM presente na fibra. Para avaliar a estabilidade da solução do estado estacionário, introduz-se uma pequena perturbação a tal que a Eq. (4.18) seja alterada para:

$$A(z, T) = (\sqrt{P_0} + a) \exp(j\gamma P_0 z) \quad (4.19)$$

De acordo com POTASEK & AGRAWAL (1987) [39], a evolução da perturbação ao longo da fibra⁴ pode ser dada por:

$$j \frac{\partial a}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 a}{\partial T^2} - \gamma P_0 (a + a^*) \quad (4.20)$$

Sua solução é dada na forma:

$$a(z, T) = a_1 \exp[j(Kz - \Omega T)] + a_2 \exp[-j(Kz - \Omega T)] \quad (4.21)$$

onde K e Ω são o número de onda e a frequência da perturbação $a(z, T)$.

A partir das Equações (4.20) e (4.21), obtém-se um sistema de duas equações homogêneas para a_1 e a_2 . Esse sistema tem uma solução não-trivial somente quando K e Ω satisfazem a relação[16]:

⁴ a^* é o conjugado de a .

$$K = \pm \frac{|\beta_2 \Omega|}{2} \sqrt{\Omega^2 + \text{sgn}(\beta_2) \Omega_c^2} \quad (4.22)$$

onde

$$\Omega_c^2 = \frac{4\gamma P_0}{|\beta_2|} \quad (4.23)$$

A Eq. (4.22) mostra que o número de onda K depende do regime de propagação da fibra. Quando $\beta_2 > 0$ (Regime Normal), o número de onda é real para todo Ω resultando no estado estacionário estável. Entretanto, quando $\beta_2 < 0$ (regime anômalo), K torna-se imaginário para $|\Omega| < \Omega_c$ fazendo com que a perturbação $a(z, T)$ cresça exponencialmente com z . Isso leva à instabilidade da solução para a onda guiada dada pela Eq. (4.19) denominando Instabilidade Modulacional – MI por causar uma modulação temporal instantânea do feixe óptico, transformando-o num trem de pulsos.

O ganho sofrido pela perturbação devido à MI é descrito pelo coeficiente de ganho $g(\Omega)$ e dado segundo POTASEK & AGRAWAL (1987) [39]:

$$g(\Omega) = |\beta_2 \Omega| \sqrt{(\Omega_c^2 - \Omega^2)} \quad (4.24)$$

para o qual $g(\Omega)$ existe somente para $|\Omega| < \Omega_c$ e torna-se máximo nas frequências:

$$\Omega_{MI\text{máx}} = \pm \frac{\Omega_c}{\sqrt{2}} = \pm \sqrt{\frac{2\gamma P_0}{|\beta_2|}} \quad (4.25)$$

Usando-se as Eqs. (4.23), (4.24) e (4.25), o valor de pico do ganho de MI $g_{\text{máx}}$ é dado por:

$$g_{\text{máx}} = g(\Omega_{MI\text{máx}}) = \frac{1}{2} |\beta_2| \Omega_c^2 = 2\gamma P_0 \quad (4.26)$$

A Figura 4.8 mostra o espectro do ganho de MI para uma fibra Padrão com $\beta_2 = 20 \text{ ps}^2/\text{km}$ e $\gamma = 2 \text{ (Wkm)}^{-1}$ na região de 1550 nm para dois valores de P_0 [29]. Esta figura foi gerada com o auxílio do Mathcad.

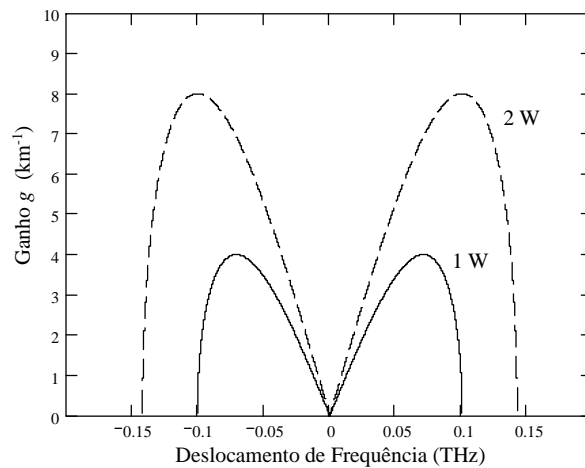


Figura 4.8: Espectro do ganho de MI g considerando parâmetros de uma fibra Padrão na região de 1550 nm para dois níveis de potência, 1 W e 2 W.

Pode-se observar que o ganho associado à perturbação tem seu espectro em torno da frequência óptica do sinal óptico sem modulação. A Figura 4.8 mostra um Ganho de MI máximo em $\Omega_{MI\text{máx}} \approx 70$ GHz para um sinal CW com $P_0 = 1$ W e $\Omega_{MI\text{máx}} \approx 100$ GHz para um sinal com $P_0 = 2$ W.

A Figura 4.9, também gerada pelo Mathcad, apresenta o espectro do Ganho de MI para uma fibra DSF [30] com $\lambda = 1552$ nm, $\beta_2 \approx 0,2$ ps²/km e $\gamma \approx 2$ (W km)⁻¹.

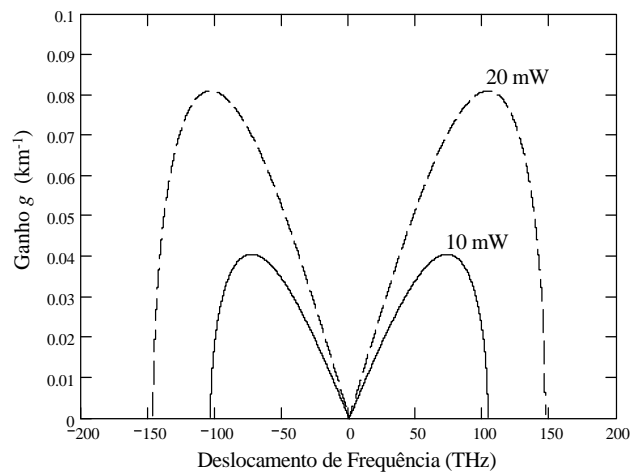


Figura 4.9: Espectro do Ganho de IM g considerando parâmetros de uma fibra DSF na região de 1550 nm para dois níveis de potência, 10 mW e 20 mW.

Observa-se o valor de pico do ganho de MI para $P_0 = 10$ mW em aproximadamente 70 GHz e para $P_0 = 20$ mW em aproximadamente 100 GHz.

Caso haja um sinal de teste (*probe*) na frequência $\omega_1 = \omega_0 + \Omega_{MI\text{máx}}$ propagando junto com um sinal CW de bombeamento (*pump*) na frequência ω_0 , o sinal de teste experimentará um ganho de potência dado pela Eq.(4.24) sempre que $|\Omega| < \Omega_c$. Este caso é chamado de Instabilidade Modulacional Induzida. Mesmo quando há somente o sinal de bombeamento propagando na fibra, a Instabilidade Modulacional pode vir a ocorrer a partir do ruído proveniente de amplificadores ópticos [40]. Desta forma, uma evidência do processo de Instabilidade Modulacional Espontânea é o surgimento de componentes no espectro situadas simetricamente em $\pm \Omega_{MI\text{máx}}$ em relação a ω_0 . No domínio do tempo, o sinal sem modulação CW é convertido num trem de pulsos periódicos com período igual a:

$$T_{MI} = \frac{1}{f_{MI}} = \frac{\Omega_{MI\text{máx}}}{2\pi} \quad (4.27)$$

A Figura 4.10 ilustra esquematicamente o processo de Instabilidade Modulacional como resultado da interação dos efeitos da dispersão e da não-linearidade dentro da fibra, fazendo com que um feixe sem modulação propagando num sistema de comunicação óptica seja convertido em um trem de pulsos com período T_{MI} dado pela Eq. (4.27). A presença do ruído é a fonte de início do processo.

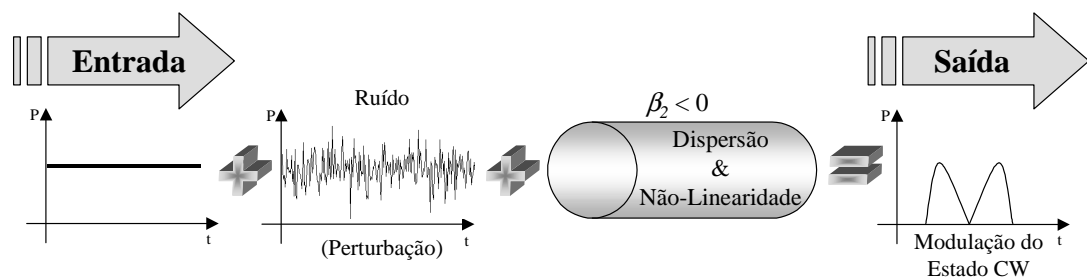


Figura 4.10: Diagrama ilustrativo do processo de Instabilidade Modulacional como resultado da interação entre a dispersão e a não-linearidade na fibra óptica.

A MI pode ocorrer também na ausência de ruído [39]. Enquanto o ruído ou um sinal de teste externo é essencial para modulação, o alargamento espectral de um pulso óptico causado pela SPM pode oferecer as condições necessárias para que se tenha a MI. Este fenômeno é referido como Automodulação de Amplitude – SAM (*Self Amplitude Modulation*). É causado pelas componentes de frequência geradas

pela SPM, que desempenham um papel de sinal de teste, ou de ruído, para que ocorra o fenômeno de MI [39].

A Instabilidade Modulacional pode ser interpretada como um processo de FWM no qual se tem o casamento de fase através da potência do canal pela SPM [16]. No regime de dispersão anômalo, a contribuição devido à GVD para se obter o casamento de fase é cancelada pela contribuição devido à potência pelo processo de MI, como será visto posteriormente. Assim, num sistema WDM com separação entre canais próximo à $\Omega_{MI\acute{m}ax}$, haverá um aumento das interações de FWM causado pela influência da MI proporcionando uma maior redução de potência dos canais WDM [41]-[43].

Embora a MI tenha sido estudada em sistemas de comunicação de um canal, no qual a degradação do desempenho dos sistemas se dá através da amplificação não-linear do ruído co-propagante presente na faixa espectral caracterizada por $\Omega_{MI\acute{m}ax}$, o principal efeito da MI em sistemas WDM não surge apenas a partir da amplificação do ruído, mas a partir dos efeitos acentuados do processo FWM quando o espaçamento entre canais estiver perto de $\Omega_{MI\acute{m}ax}$ [43].

A Instabilidade Modulacional pode também ocorrer no regime de dispersão normal sob certas condições através da XPM [44], mas não é um caso a ser investigado neste presente trabalho.

4.2.3. Modulação de Fase Cruzada

A Modulação de Fase Cruzada – XPM (*Cross Phase Modulation*) ocorre quando dois pulsos ópticos com diferentes comprimentos de onda e polarizações iguais ou não propagam-se simultaneamente numa mesma fibra óptica e acabam interagindo [45]. Este fenômeno é sempre acompanhado pela Automodulação de Fase – SPM [16].

Dedica-se neste estudo à interação de pulsos ópticos através da XPM em diferentes comprimentos de onda mas com o mesmo estado de polarização. Para este fim, utiliza-se a configuração bombeio-teste (*pump-probe*) [16], [45] na qual um pulso de teste (*probe*) com potência menor é lançado juntamente com um pulso de bombeamento (*pump*) com o objetivo de se analisar os efeitos da XPM.

4.2.3.1. Equações Acopladas de Amplitudes

Considerando dois campos ópticos co-propagantes numa mesma fibra monomodo pode-se escrever $E_j(\vec{r}, t)$ na seguinte forma:

$$E_j(\vec{r}, t) = F_j(x, y)A_j(z, t)\exp(j\beta_{0j}z) \quad (4.28)$$

onde $F_j(x, y)$ é a distribuição transversal dos modos da fibra para os j -ésimos campos ($j=1, 2$), $A_j(z, t)$ é a variação lenta da envoltória dos campos ópticos e β_{0j} é a constante de propagação correspondente à frequência ω_j . A equação de propagação resultante para $A_j(z, t)$ torna-se [45]:

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + \frac{1}{v_{gj}} \frac{\partial A_j}{\partial t} + \frac{j\beta_{2j}}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} + \frac{\alpha_j}{2} A_j = j\gamma_j \left[|A_j|^2 + 2|A_k|^2 \right] A_j \quad (4.29)$$

na qual $j \neq k$ ($j, k=1$ ou 2), v_{gj} a velocidade de grupo, β_{2j} o coeficiente de GVD, α_j o coeficiente de perdas, γ_j o coeficiente não-linear definido na Eq. (2.67). Os dois termos do lado direito da Eq. (4.29) resultam da não-linearidade da fibra sendo o primeiro responsável pela SPM e o segundo pela XPM.

Geralmente os dois pulsos não apresentam apenas coeficientes de GVD diferentes, mas também propagam-se com velocidades diferentes devido à diferença entre suas velocidades de grupo. Esta diferença de velocidades desempenha um papel importante na interação da XPM durante a propagação dos pulsos. Pode-se então definir uma escala de comprimento na qual os pulsos interagem um com o outro através do processo de XPM, ou seja, é uma medida do comprimento da fibra durante a qual um pulso com velocidade maior alcança o pulso com velocidade menor e o

ultrapassa. Este comprimento é conhecido como comprimento de *walk-off* [16], [45] dado por:

$$L_w = \frac{T_0}{|d|} \quad (4.30)$$

onde d é um fator associado à diferença entre as velocidades de grupo definido por [16]:

$$d = \frac{v_{g1} - v_{g2}}{v_{g1} \cdot v_{g2}} \quad (4.31)$$

Para entender as características da XPM, as equações de amplitudes acopladas para A_1 e A_2 são dadas a partir da Eq. (4.29) na qual desprezam-se as perdas e utiliza-se a Eq. (3.15), resultando em:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + j \frac{\text{sgn}(\beta_{21})}{2L_D} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \tau^2} = j\gamma_1 \left[|A_1|^2 + 2|A_2|^2 \right] A_1 \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{\epsilon}{L_w} \frac{\partial A_2}{\partial \tau} + j \frac{\text{sgn}(\beta_{22})}{2L_D} \frac{\beta_{22}}{\beta_{21}} \frac{\partial^2 A_2}{\partial \tau^2} = j\gamma_2 \left[|A_2|^2 + 2|A_1|^2 \right] A_2 \quad (4.33)$$

onde ϵ assume os valores 1 ou -1 dependendo do sinal da diferença entre as velocidades de grupo $v_{g1} - v_{g2}$ [45], ou seja, $\epsilon = \text{sgn}(v_{g1} - v_{g2})$.

Como discutido na Seção 4.2.1, a dependência da fase com o tempo manifesta-se como alargamento espectral. Similar ao caso da SPM pura, espera-se um alargamento espectral em cada pulso com uma estrutura de múltiplos picos [16]. Entretanto, o formato espectral de cada pulso é agora resultado das contribuições combinadas dos efeitos da SPM e da XPM para a fase do pulso, como mostrados na Eq. (4.4).

A Figura 4.11 mostra uma simulação realizada no VPI dos efeitos da XPM juntamente com a SPM na propagação de dois pulsos ópticos utilizando-se a configuração bombeio-teste (*pump-probe*), na qual $P_{\text{Bombeamento}}$ é a potência do pulso de bombeamento e P_{Teste} é a potência para o pulso de teste, para um comprimento L da fibra igual ao comprimento de *walk-off* L_w .

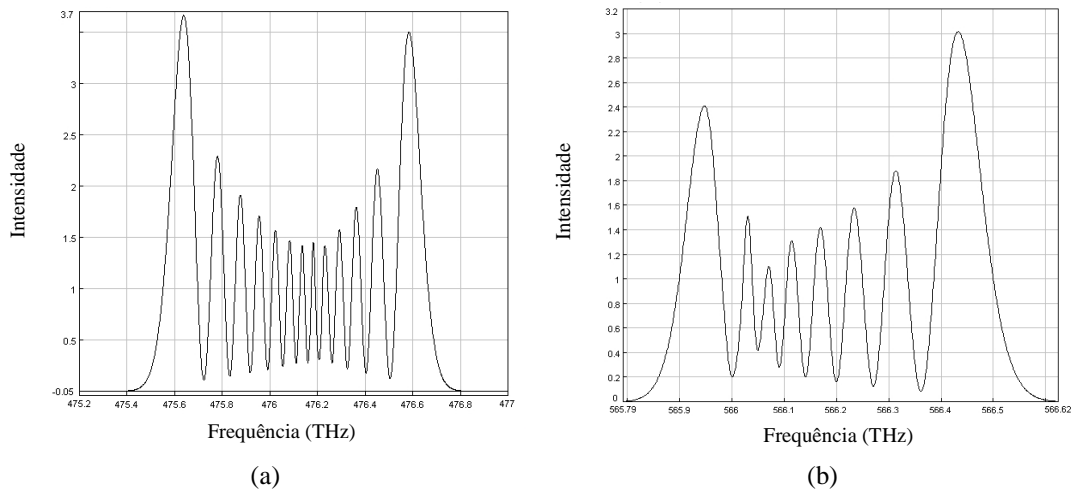


Figura 4.11: Espalhamento espectral causado pela ação dos efeitos da XPM e SPM em um pulso de bombeamento em (a) e em um pulso de teste em (b) para $L = L_w$.

A característica mais notável da Figura 4.11 é a assimetria espectral causada unicamente pela XPM. Na ausência da XPM os dois espectros seriam simétricos e exibiriam um menor alargamento. O espectro do pulso de teste é mais assimétrico porque a contribuição da XPM é maior para este pulso ($P_{\text{Bombeamento}} = 2P_{\text{Teste}}$). Esta assimetria deve-se à diferença de velocidade de propagação dos dois canais, causando uma interferência entre eles de forma dinâmica no domínio do tempo [45].

4.2.4. Mistura de Quatro Ondas

Para investigar as características do processo FWM bem como seus efeitos numa fibra óptica, dedicou-se o Capítulo 5 deste trabalho para seu estudo.

4.3. Espalhamento Inelástico de Luz Estimulado

O espalhamento Rayleigh, visto no Capítulo 3, é um exemplo de espalhamento elástico de luz pelo qual a frequência da luz espalhada permanece inalterada [1]. No espalhamento inelástico da luz, a frequência da luz espalhada altera-se durante tal processo, que é não-linear.

Dois tipos de efeitos não-lineares resultam do espalhamento inelástico no qual o campo óptico transfere parte de sua energia para o meio. É o caso do Espalhamento Raman Estimulado – SRS (*Stimulated Raman Scattering*) e do Espalhamento Brillouin Estimulado – SBS (*Stimulated Brillouin Scattering*). Tem-se as seguintes diferenças entre SRS e SBS [1], [16]:

1. O SBS ocorre predominantemente na direção contrária à da propagação da luz enquanto que o SRS ocorre em ambas as direções;
2. A luz espalhada altera sua frequência em aproximadamente 10 GHz no processo SBS e de 13 THz no processo SRS;
3. O espectro de ganho Brillouin é extremamente estreito (< 100 MHz) comparado com o espectro de ganho Raman que se estende por uma faixa de 20 THz a 30 THz.

No SRS, a luz é espalhada para um comprimento de onda maior que aquele da luz incidente. Se houver um outro sinal presente neste comprimento de onda maior, ele experimentará um ganho de potência enquanto que haverá um decréscimo de potência para o sinal original que sofreu o espalhamento de luz [6]. Consequentemente, o SRS pode limitar severamente o desempenho de sistemas WDM pela transferência de energia de canais com comprimentos de onda menores para canais com comprimentos de onda maiores. Esse é o princípio básico de funcionamento dos amplificadores Raman [46]-[50]. Tais amplificadores desempenham hoje em dia um papel muito importante no desempenho dos sistemas de comunicações ópticas, uma vez que seu uso, juntamente com os Amplificadores a Fibra Dopada com Érbio – EDFA (*Erbium Doped Fiber Amplifier*) [6], [46], propicia uma maior cobertura de amplificação nas janelas de transmissão.

A Figura 4.12 mostra o espectro do ganho Raman para a sílica fundida [1], [16] onde foi utilizado um sinal de comprimento de onda igual a $1 \mu\text{m}$.

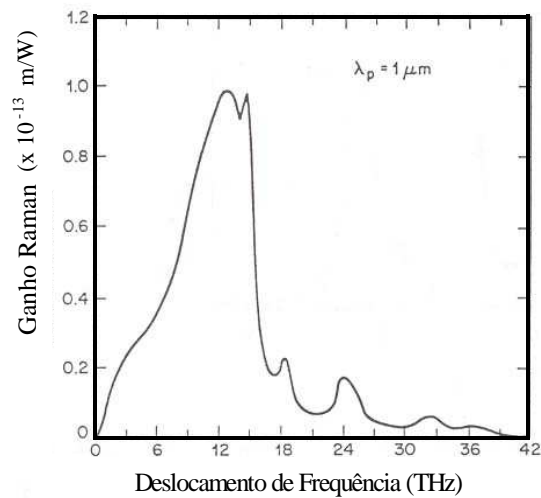


Figura 4.12: Espectro do ganho Raman [1], [16].

Pode-se ver que há dois picos onde se tem o ganho Raman máximo. O primeiro se dá em aproximadamente 13 THz de separação entre a frequência do sinal e a frequência da onda da luz espalhada. O segundo é localizado em aproximadamente em 15 THz.

No processo SBS, a onda espalhada propaga-se na direção oposta à direção de propagação da onda do sinal. A onda espalhada na direção contrária experimenta um ganho de energia a partir dos sinais originais propagantes levando à depleção de potência desses sinais [6]. A frequência na qual a luz é espalhada possui uma separação de aproximadamente 10 GHz a partir da onda do sinal [16].

O estudo das características e aplicações dos fenômenos SRS e SBS não é objetivo deste trabalho.

Capítulo 5. MISTURA DE QUATRO ONDAS: ASPECTOS TEÓRICOS

5.1. Introdução

Nos processos não-lineares de espalhamento estimulado Raman e Brillouin, as fibras ópticas desempenham um papel ativo visto que tais processos dependem das vibrações moleculares da sílica [16], [20]. Em uma outra classe de fenômeno não-linear, as fibras ópticas desempenham um papel passivo exceto mediante a interação de várias ondas. Tais processos não-lineares são referidos como processos paramétricos pois envolvem a modulação de um parâmetro do meio tal como o índice de refração. Entre outros processos paramétricos inclui-se a Mistura de Quatro Ondas – FWM (*Four Wave Mixing*) e a geração de harmônicos.

Em um sistema WDM no qual há canais de transmissão nas frequências $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, a dependência do índice de refração com a intensidade não induz apenas deslocamentos de fase, como visto nos processos de SPM e XPM, mas dá origem a novas frequências tais como $2\omega_i - \omega_j$ e $\omega_i + \omega_j - \omega_k$ ($i, j \neq k$). Os processos de SPM e XPM são dependentes da taxa de bit do sistema, por outro lado a FWM comporta-se de maneira independente da taxa de bit mas é criticamente dependente do espaçamento entre os canais do sistema, da potência dos mesmos e da dispersão cromática da fibra na região de operação de tal sistema [5].

No presente capítulo, estuda-se o processo paramétrico Mistura de Quatro Ondas, incluindo a sua origem, os mecanismos físicos e os aspectos significativos os

quais levam a uma maior eficiência de geração deste fenômeno. A seguir, no Capítulo 6, comprova-se através de simulações numéricas algumas previsões teóricas abordadas neste capítulo.

Como será visto, diminuindo-se o espaçamento entre os canais, aumenta-se o efeito da FWM, o mesmo acontecendo ao diminuir-se o valor da dispersão cromática [5]. Em sistemas com espaçamento igual entre canais, todos os termos produzidos pela FWM dentro da largura de banda do sistema situarão nas frequências dos próprios canais, causando interferência entre os sinais gerados e os canais do sistema WDM [51], [52].

Atualmente os sistemas WDM de altas taxas de transmissão caracterizam-se pelo uso de fibras com grande área efetiva, por exemplo fibras LEAF (*Large Effective Area Fiber*) [53], [54], e também pela utilização de fibras com valores de dispersão intermediários entre os valores apresentados por uma fibra DSF e uma fibra Padrão na região de transmissão próxima a 1550 nm. Essas fibras são denominadas fibras de dispersão deslocada não-nula – NZDSF (*Non-Zero Dispersion Shifted Fiber*) [27], já mencionado anteriormente. Isso reduz a eficiência do processo de FWM, embora este efeito não-linear continue a limitar tais sistemas de comunicação [55].

5.2. Origem da FWM

A origem dos processos paramétricos situa-se na resposta não-linear de um material a um campo óptico aplicado, visto que a polarização induzida no meio não é linear com o campo aplicado e contém termos não-lineares cuja magnitude é governada pelas suscetibilidade não-lineares [20]. Dependendo se a suscetibilidade de segunda ordem $\chi^{(2)}$ ou de terceira ordem $\chi^{(3)}$ for a responsável pelos processos paramétricos, eles podem ser classificados como de segunda ou terceira ordem, respectivamente.

Os processos paramétricos de terceira ordem envolvem, em geral, interações não-lineares entre quatro ondas ópticas e incluem fenômenos tais como geração de

terceiro harmônico, FWM e amplificação paramétrica. Suas características principais podem ser compreendidas considerando-se Eq. (2.38).

Considerando 4 ondas ópticas oscilando nas frequências ω_1 , ω_2 , ω_3 e ω_4 e polarizadas linearmente ao longo do mesmo eixo x , o campo elétrico total pode ser escrito como⁵:

$$\vec{E} = \frac{1}{2} \hat{x} \sum_{j=1}^4 E_j \exp[j(\beta_j z - \omega_j t)] + c.c. \quad (5.1)$$

onde a constante de propagação $\beta_j = n_j \omega_j / c$, n_j é o índice de refração e admite-se que todas as 4 ondas propagam-se na mesma direção.

Substituindo-se a Eq.(5.1) na Eq. (2.38) e expressando \vec{P}_{NL} na mesma forma de \vec{E} tem-se [16]:

$$\vec{P}_{NL} = \frac{1}{2} \hat{x} \sum_{j=1}^4 P_n \exp[j(\beta_j z - \omega_j t)] + c.c \quad (5.2)$$

Tem-se também que P_n ($n = 1$ a 4) consiste de um grande número de termos envolvendo os produtos de três campos elétricos. Para exemplificar, P_4 pode ser expresso como:

$$P_4 = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[|E_4|^2 E_4 + 2(|E_1|^2 + |E_2|^2 + |E_3|^2) E_4 + 2E_1 E_2 E_3 \exp(j\theta_+) + \right. \\ \left. + 2E_1 E_2 E_3^* \exp(j\theta_-) + \dots \right] \quad (5.3)$$

onde θ_+ e θ_- são definidos como:

$$\theta_+ = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - \beta_4)z - (\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 - \omega_4)t \quad (5.4)$$

$$\theta_- = (\beta_1 + \beta_2 - \beta_3 - \beta_4)z - (\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4)t \quad (5.5)$$

Pode-se ver que o primeiro termo contendo E_4 na Eq. (5.3) é responsável pelo efeito da Automodulação de Fase – SPM e o segundo termo é responsável pelo efeito

⁵ Nesse capítulo, a letra j continua representando o número complexo $\sqrt{-1}$ e o índice j representa os elementos quaisquer envolvidos num somatório ou fórmula.

da Modulação de Fase Cruzada – XPM de E_1 , E_2 e E_3 sobre E_4 . Os dois termos seguintes resultam do processo de Mistura de Quatro Ondas – FWM. A eficiência da produção de um acoplamento paramétrico depende da qualidade do casamento de fase entre E_4 e P_4 governados por θ_+ e θ_- .

Uma FWM significativa ocorre somente se houver um casamento de fase quase perfeito. Isto requer tanto o casamento das frequências como o casamento dos vetores de onda, sendo este último frequentemente chamado de casamento de fase.

Pode-se observar dois tipos de termos da FWM na Eq. (5.3). O termo contendo θ_+ é responsável por fenômenos tais como a geração de terceiro harmônico (se $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$) ou conversão de frequência (se $\omega_1 = \omega_2 \neq \omega_3$). Geralmente é difícil satisfazer a condição de casamento de fase para que tais processos ocorram em fibras ópticas com razoável eficiência [16]. O termo contendo θ_- na Eq. (5.3) corresponde ao caso em que dois fótons nas frequências ω_1 e ω_2 são destruídos com a criação simultânea de dois fótons nas frequências ω_3 e ω_4 de tal forma que:

$$\omega_3 + \omega_4 = \omega_1 + \omega_2 \quad (5.6)$$

Para que o processo ocorra, o casamento de fase deve satisfazer a seguinte condição:

$$\Delta\beta = \beta_3 + \beta_4 - \beta_1 - \beta_2 = (n_3\omega_3 + n_4\omega_4 - n_1\omega_1 - n_2\omega_2)/c = 0 \quad (5.7)$$

ou seja, para se obter uma FWM significativa, o termo exponencial presente na Eq. (5.3) relativo a θ_- tem que ser igual a 1 (um), tendo assim uma maior magnitude para esse termo. Para que a função exponencial tenha valor unitário, deve-se portanto satisfazer $\theta_- = 0$.

A condição de casamento de fase $\Delta\beta = 0$ indicada pela Eq. (5.7) é relativamente fácil de ser conseguida para o caso específico $\omega_1 = \omega_2$. Este caso é designado parcialmente degenerado e é mais relevante em fibras ópticas. Fisicamente, tal caso manifesta-se de forma similar ao Espalhamento Estimulado Raman – SRS (*Stimulated Raman Scattering*). Uma forte onda de bombeamento, na frequência ω_1 gera duas

bandas laterais localizadas simetricamente nas frequências ω_3 e ω_4 com um deslocamento de frequência igual a:

$$\Omega_s = \omega_1 - \omega_3 = \omega_4 - \omega_1 \quad (5.8)$$

onde supõe-se $\omega_3 < \omega_4$.

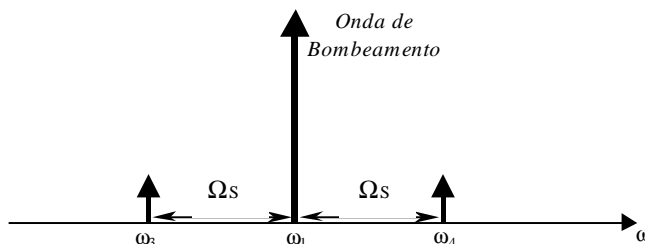


Figura 5.1: Caso parcialmente degenerado específico para $\omega_1 = \omega_2$ onde tem-se as bandas laterais geradas pela FWM.

A FWM parcialmente degenerada foi originalmente chamada de Mistura de Três Ondas – TWM (*Three Wave Mixing*) pois somente três frequências distintas estão envolvidas nesse processo não-linear [56]. O nome Mistura de Quatro Fótons – FPM (*Four Photon Mixing*) também é usado para a FWM como sinônimo na literatura [55], [57]-[59].

A Figura 5.1 mostra as bandas nas frequências ω_3 e ω_4 , que são frequentemente chamadas de bandas de sinal e *idler*⁶, respectivamente, onde um sinal de entrada em ω_3 é amplificado através do processo de FWM.

5.3. Teoria da Mistura de Quatro Ondas

A transferência de energia devido à FWM de uma onda de bombeamento para duas outras ondas faz com que estas ondas se apresentem com um deslocamento de frequência Ω_s , Eq. (5.8), acima e abaixo da frequência da onda de bombeamento.

⁶ Da Língua Inglesa, *idler* tem o significado de “parasita” ou “escravo”.

Quando somente a onda de bombeamento estiver incidente na fibra, a condição de casamento de fase é satisfeita e as ondas de sinal e *idler* nas frequências ω_3 e ω_4 podem ser geradas a partir de ruído [16]. Por outro lado, se um sinal fraco com frequência igual a ω_3 for também lançado na fibra junto com a onda de bombeamento, o sinal é amplificado enquanto é gerada simultaneamente uma nova onda na frequência ω_4 . O ganho responsável pela amplificação da onda de sinal é chamado de ganho paramétrico.

5.3.1. Equações Acopladas de Amplitude

Considerando novamente a equação de onda, Eq. (2.32), para o campo elétrico total $\vec{E}(\vec{r}, t)$ e com \vec{P}_{NL} dado pela Eq. (2.38), substituem-se as Eqs. (5.1) e (5.2) na equação da onda junto com uma expressão similar para a parte linear da polarização [16]. Desprezando a dependência do tempo das componentes do campo E_j ($j = 1$ a 4) admite-se condições quase-CW, ou seja, a duração do pulso óptico é muito grande fazendo-o ser uma função quase contínua no tempo tanto que sua dependência do tempo possa ser desprezada. Entretanto, sua dependência espacial é dada por:

$$E_j(\vec{r}) = F_j(x, y)A_j(z) \quad (5.9)$$

onde $F_j(x, y)$ é a distribuição espacial do modo na qual o j -ésimo campo propaga-se dentro da fibra .

Assim, a evolução da amplitude $A_j(z)$ é governada por um conjunto de quatro equações acopladas⁷ dadas por [16]:

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{jn_2'\omega_1}{c} \left[\left(f_{11}|A_1|^2 + 2\sum_{k \neq 1} f_{1k}|A_k|^2 \right) A_1 + 2f_{1234}A_2^*A_3A_4e^{j\Delta\beta z} \right] \quad (5.10)$$

⁷ Usa-se um apóstrofo (') para diferenciar o parâmetro n_2' , índice de refração não-linear definido pela Eq. (2.48), de n_2 que aparece na Eq. (5.7).

$$\frac{dA_2}{dz} = \frac{jn_2'\omega_2}{c} \left[\left(f_{22}|A_2|^2 + 2\sum_{k \neq 2} f_{2k}|A_k|^2 \right) A_2 + 2f_{2134}A_1^*A_3A_4e^{j\Delta\beta z} \right] \quad (5.11)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{jn_2'\omega_3}{c} \left[\left(f_{33}|A_3|^2 + 2\sum_{k \neq 3} f_{3k}|A_k|^2 \right) A_3 + 2f_{3412}A_1A_2A_4^*e^{-j\Delta\beta z} \right] \quad (5.12)$$

$$\frac{dA_4}{dz} = \frac{jn_2'\omega_4}{c} \left[\left(f_{44}|A_4|^2 + 2\sum_{k \neq 4} f_{4k}|A_k|^2 \right) A_4 + 2f_{4312}A_1A_2A_3^*e^{-j\Delta\beta z} \right] \quad (5.13)$$

onde o descasamento de vetor de onda $\Delta\beta$ é dado por :

$$\Delta\beta = (\tilde{n}_3\omega_3 + \tilde{n}_4\omega_4 - \tilde{n}_1\omega_1 - \tilde{n}_2\omega_2)/c \quad (5.14)$$

e a função f_{ijkl} dada por⁸:

$$f_{ijkl} = \frac{\langle F_i^* F_j^* F_k F_l \rangle}{\left[\langle |F_i|^2 \rangle \langle |F_j|^2 \rangle \langle |F_k|^2 \rangle \langle |F_l|^2 \rangle \right]^{1/2}} \quad (5.15)$$

Os índices de refração \tilde{n}_1 a \tilde{n}_4 na Eq. (5.14) representam os índices efetivos dos modos da fibra [1]. É importante notar que \tilde{n}_1 e \tilde{n}_2 podem diferir um do outro quando as ondas de bombeamento A_1 e A_2 propagam-se em diferentes modos mesmo sendo degeneradas em frequência, podendo excitar a fibra em modos diferentes [16].

5.3.2. Uma Solução aproximada

As Eqs. (5.10)-(5.13) incluem os efeitos da SPM, XPM e depleção de potência do sinal de bombeamento no processo FWM, fazendo-se necessário o uso de uma aproximação para solucioná-las de forma exata. Uma primeira aproximação é considerar que as ondas de bombeamento são muito intensas comparadas com as ondas sinal e *idler*, e dessa forma não há depleção do sinal de bombeamento durante a interação.

⁸ O símbolo $\langle \rangle$ denota integração segundo as coordenadas transversais x e y .

Para uma fibra monomodo, as funções f_{ijkl} dadas pela Eq. (5.15) podem diferir umas das outras devido à dependência da frequência da distribuição modal $F_j(x,y)$. Mas essa diferença é tão pequena que pode ser desprezada na prática [16]. Admitindo-se que todas as integrais f_{ijkl} são aproximadamente as mesmas, tem-se:

$$f_{ijkl} \approx f_{ij} \approx \frac{1}{A_{eff}} \quad (i, j = 1, 2, 3, 4) \quad (5.16)$$

onde A_{eff} é a área efetiva do núcleo introduzida na Seção 2.6. O parâmetro não-linear γ é definido como:

$$\gamma_j = \frac{n_2' \omega_j}{(cA_{eff})} \approx \gamma \quad (5.17)$$

onde γ é um valor médio ignorando-se as diferenças relativamente pequenas entre as frequências ópticas das quatro ondas, isto é, γ é adotado o mesmo para todos os campos.

Para se obter a solução da Eq. (5.10) considera-se, primeiramente, $A_1(z) = A_2(z)$. As potências incidentes para esses campos são dadas por $P_1 = |A_1(0)|^2$ e $P_2 = |A_2(0)|^2$ em $z = 0$. Estas potências incidentes são muito maiores que as potências de $A_3(z)$ e $A_4(z)$.

Na aproximação considerada na qual não há depleção das ondas $A_1(z)$ e $A_2(z)$ tem-se:

$$|A_1(z)|^2 = |A_1(0)|^2 = P_1 \quad \text{e} \quad |A_2(z)|^2 = |A_2(0)|^2 = P_2$$

Tomando-se a Eq. (5.10), observa-se que:

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{jn_2' \omega_1}{cA_{eff}} \left[(|A_1|^2 + 2|A_2|^2) A_1 \right]$$

na qual os termos que contém $A_3(z)$ e $A_4(z)$ foram desprezados devido a sua pequena magnitude perante os termos contendo $A_1(z)$ e $A_2(z)$. A área efetiva é considerada a mesma para todos os campos propagantes devido ao fato de as integrais f_{ijkl} serem as

mesmas para eles, como mencionado anteriormente. Substituindo $P_1 = |A_1(0)|^2$ e $P_2 = |A_2(0)|^2$ tem-se:

$$\frac{dA_1}{dz} = \frac{jn_2'\omega_1}{cA_{eff}} [(P_1 + 2P_2)A_1]$$

Esta equação diferencial possui uma solução como se vê a seguir. Sendo:

$$\frac{dA_1}{dz} = j\gamma[(P_1 + 2P_2)A_1]$$

onde γ é dado pela Eq. (5.17). Isolando-se a devidas variáveis de integração, pode-se escrever:

$$\int \frac{dA_1}{A_1} = \int j\gamma(P_1 + 2P_2)dz$$

Resolvendo agora a integral acima, tem-se:

$$\ln(A_1) = j\gamma(P_1 + 2P_2)z + C$$

onde C é a constante que aparece numa integração indefinida. Aplicando a função exponencial em ambos os lados da equação anterior, obtém-se:

$$A_1(z) = \exp[j\gamma(P_1 + 2P_2)z + C]$$

$$A_1(z) = C' \cdot \exp[j\gamma(P_1 + 2P_2)z]$$

onde $C' = e^C$. Para $z = 0$, tem-se $C' = A_1(0) = \sqrt{P_1}$, resultando em:

$$A_1(z) = \sqrt{P_1} \exp[j\gamma(P_1 + 2P_2)z] \quad (5.18)$$

Seguindo-se os mesmos procedimentos na obtenção da Eq. (5.18), resolve-se a Eq. (5.11) para se obter:

$$A_2(z) = \sqrt{P_2} \exp[j\gamma(P_2 + 2P_1)z] \quad (5.19)$$

Assim, as Eqs. (5.18) e (5.19) mostram que as ondas somente adquirem um deslocamento de fase que ocorre devido à SPM e à XPM.

Considerando agora a Eq. (5.12) para se obter a equação para onda de sinal, tem-se:

$$\frac{dA_3}{dz} = \frac{jn_2\omega_3}{cA_{eff}} \left[\left(|A_3|^2 + 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 2|A_4|^2 \right) A_3 + 2A_1A_2A_4^* e^{-j\Delta\beta z} \right]$$

Os termos dentro do parênteses que contém $A_3(z)$ e $A_4(z)$ são desprezados devido a sua pequena magnitude. Substituindo agora as Eqs. (5.18) e (5.19) na Eq. (5.12) e fazendo a substituição de $|A_1(z)|^2$ por P_1 e de $|A_2(z)|^2$ por P_2 , resulta em:

$$\frac{dA_3}{dz} = j2\gamma \left[(P_1 + P_2)A_3 + \sqrt{P_1} \exp[j\gamma(P_1 + 2P_2)z] \sqrt{P_2} \exp[j\gamma(P_2 + 2P_1)z] A_4^* \exp[-j\Delta\beta z] \right]$$

Organizando melhor os termos:

$$\frac{dA_3}{dz} = 2j\gamma \left[(P_1 + P_2)A_3 + \sqrt{P_1 \cdot P_2} \cdot A_4^* \cdot \exp[j[3\gamma(P_1 + P_2) - \Delta\beta]z] \right]$$

Logo:

$$\frac{dA_3}{dz} = 2j\gamma \left[(P_1 + P_2)A_3 + \sqrt{P_1 P_2} e^{-j\theta} A_4^* \right] \quad (5.20)$$

onde

$$\theta = [\Delta\beta - 3\gamma(P_1 + P_2)]z \quad (5.21)$$

Para se obter a equação da onda *idler* considera-se a Eq. (5.13) e realiza-se o mesmo procedimento feito para a obtenção da onda de sinal tendo com resultado:

$$\frac{dA_4^*}{dz} = -2j\gamma \left[(P_1 + P_2)A_4^* + \sqrt{P_1 P_2} e^{j\theta} A_3 \right] \quad (5.22)$$

Desta forma, as Eqs. (5.20) e (5.22) representam as equações acopladas lineares para os campos sinal e *idler*, respectivamente. Para solucionar estas equações introduz-se [16]:

$$B_j = A_j \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z], \quad (j = 3,4) \quad (5.23)$$

Sendo assim:

$$B_3 = A_3 \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z]$$

sua derivada é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dB_3}{dz} &= \frac{d}{dz} \{A_3 \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z]\} = \\ &= \frac{dA_3}{dz} \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z] - 2j\gamma(P_1 + P_2)A_3 \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z] \end{aligned} \quad (5.24)$$

Multiplicando ambos os lados da Eq. (5.20) por $\exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z]$, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{dA_3}{dz} \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z] &= 2j\gamma(P_1 + P_2)A_3 \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z] + \\ &+ 2j\gamma\sqrt{P_1P_2}A_4^* \exp[j[3\gamma(P_1 + P_2) - \Delta\beta]z] \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z] \end{aligned} \quad (5.25)$$

Usando a Eq. (5.25) na Eq. (5.24), fica:

$$\frac{dB_3}{dz} = 2j\gamma\sqrt{P_1P_2}A_4^* \exp[j[3\gamma(P_1 + P_2) - \Delta\beta]z] \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z]$$

Realizando a operação das exponenciais:

$$\frac{dB_3}{dz} = 2j\gamma\sqrt{P_1P_2}A_4^* \exp[2j\gamma(P_1 + P_2)z] \exp[-j[\gamma(P_1 + P_2) + \Delta\beta]z] \quad (5.26)$$

e tendo que:

$$B_4 = A_4 \exp[-2j\gamma(P_1 + P_2)z]$$

Seu conjugado será dado por:

$$B_4^* = A_4^* \exp[2j\gamma(P_1 + P_2)z]$$

Assim, substituindo a equação anterior na Eq. (5.26) tem-se:

$$\frac{dB_3}{dz} = 2j\gamma\sqrt{P_1P_2}B_4^* \exp[-j[\gamma(P_1 + P_2) + \Delta\beta]z]$$

Sendo o descasamento de fase total dado por:

$$\Delta\beta_T = \Delta\beta + \gamma(P_1 + P_2) \quad (5.27)$$

tem-se o resultado de:

$$\frac{dB_3}{dz} = 2j\gamma\sqrt{P_1P_2} \exp(-j\Delta\beta_T z)B_4^* \quad (5.28)$$

Fazendo o uso das Eqs. (5.21), (5.22) e (5.23) e seguindo os mesmos passos adotados acima, obtém-se também:

$$\frac{dB_4^*}{dz} = -2j\gamma\sqrt{P_1P_2} \exp(j\Delta\beta_T z)B_3 \quad (5.29)$$

As Eqs. (5.28) e (5.29) governam o crescimento das ondas sinal e *idler* ocorrendo como resultado da FWM. Suas soluções gerais são da forma [16]:

$$B_3(z) = (a_3 e^{gz} + b_3 e^{-gz}) \exp(-j\Delta\beta_T z/2) \quad (5.30)$$

$$B_4^*(z) = (a_4 e^{gz} + b_4 e^{-gz}) \exp(j\Delta\beta_T z/2) \quad (5.31)$$

onde a_3 , b_3 , a_4 , e b_4 são determinados a partir das condições de contorno. O coeficiente de ganho paramétrico g é definido como:

$$g = \sqrt{(\gamma P r)^2 - \left(\frac{\Delta\beta_T}{2}\right)^2} \quad (5.32)$$

Como se pode ver, g depende da potência da onda de bombeamento. Os parâmetros r e P são introduzidos como:

$$r = \frac{2(P_1P_2)^{1/2}}{P_0}, \quad P = P_1 + P_2 \quad (5.33)$$

As soluções dadas pelas Eqs. (5.30) e (5.31) só é válida quando não houver depleção da onda de bombeamento visto que a eficiência de conversão do processo FWM se dá de forma relativamente pequena. A depleção da onda de bombeamento pode ser incluída pela solução completa do conjunto das quatro equações (5.10)-(5.13) [16].

Nas Eqs. (5.20) e (5.22) foi considerado condições CW (*Continuous Wave*) ou quase-CW, ou seja, sem modulação ou quase sem modulação, de modo que a Dispersão de Velocidade de Grupo – GVD (*Group Velocity Dispersion*) pôde ser

desprezada [16]. Para se incluir ambos os efeitos da GVD e das perdas da fibra da mesma forma em que foi feito na Seção 2.6, faz-se $A_j(z)$ na Eq. (5.9) para $j = 1$ a 4 uma função que varia lentamente no tempo. Admitindo-se que todas as quatro ondas estejam polarizadas ao longo de um eixo principal da fibra, ou seja, desprezando os efeitos de polarização, a inclusão dos efeitos da GVD nas Eqs. (5.10) – (5.13) se dá trocando-se o termo [16]:

$$\frac{dA_j}{dz} \text{ por } \frac{\partial A_j}{\partial z} + \beta_{1j} \frac{\partial A_j}{\partial t} + j \frac{\beta_{2j}}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} - \frac{\beta_{3j}}{6} \frac{\partial^3 A_j}{\partial t^3} + \frac{\alpha_j}{2} A_j \quad (5.34)$$

tendo-se para todas as quatro ondas ($j = 1$ a 4) análogas à Eq. (2.68). As quatro Equações Não-Lineares de Schrödinger acopladas resultantes descrevem o fenômeno FWM de pulsos ópticos de picosegundos e incluem os efeitos da GVD, SPM e XPM. No entanto, é difícil solucionar estas equações analiticamente em condições gerais, adotando-se na prática uma solução numérica.

5.3.3. Efeito do casamento de fase

Na obtenção da equação para o ganho paramétrico considerou-se que as duas ondas de bombeamento fossem distintas. Se tais ondas forem indistinguíveis em relação à sua frequência, polarização ou modo espacial, o procedimento precedente deve ser conduzido com somente três termos na Eq. (5.1) sendo o ganho paramétrico ainda dado pela Eq. (5.32). Fazendo $P_1 = P_2 = P$ tem-se $\Delta\beta_T$ igual a:

$$\Delta\beta_T = \Delta\beta + 2\gamma P \quad (5.35)$$

A Figura 5.2, gerada através do Mathcad, mostra a variação do ganho paramétrico g em relação a $\Delta\beta$ para vários valores de γP , ou seja, variando-se a potência P varia-se γP . Pode-se ver pela Eq. (5.32) que o ganho máximo se dá em $g_{\max} = \gamma P$ o qual $\Delta\beta_T = 0$, isto é, em $\Delta\beta = -2\gamma P$. A faixa sobre a qual o ganho existe é dada por $0 > \Delta\beta > -4\gamma P$. O deslocamento do pico do ganho a partir de $\Delta\beta = 0$ é devido à contribuição dos efeitos da SPM e da XPM [16] no descasamento de fase total dado pela Eq. (5.35).

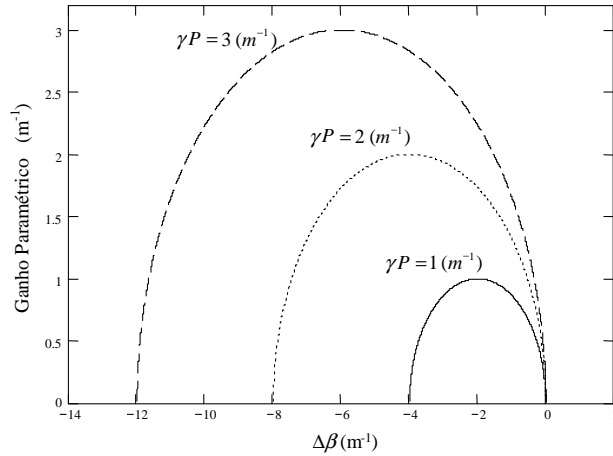


Figura 5.2: Variação do ganho paramétrico com o descasamento do vetor de onda para várias potências de bombeamento P .

5.4. A Eficiência do Processo de FWM

Sendo um sinal WDM composto por uma soma de ondas planas monocromáticas, o campo elétrico desse sinal também pode ser escrito como um somatório de N campos elétrico co-senoidais de cada canal dado por:

$$E(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N E_n \cos(\omega_n t - \beta_n z) \quad (5.36)$$

Pelo uso da Eq. (2.38) pode-se escrever a polarização não-linear como [5]:

$$\begin{aligned}
 P_{NL}(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \chi^{(3)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n E_i \cos(\omega_i t - \beta_i z) E_j \cos(\omega_j t - \beta_j z) E_k \cos(\omega_k t - \beta_k z) = \\
 &= \frac{3\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} \sum_{i=1}^n \left(E_i^2 + 2 \sum_{j \neq i} E_i E_j \right) E_i \cos(\omega_i t - \beta_i z) + \frac{\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} \sum_{i=1}^n E_i^3 \cos(3\omega_i t - 3\beta_i z) + \quad (1^\circ \text{ e } 2^\circ) \\
 &+ \frac{3\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} E_i^2 E_j \cos((2\omega_i - \omega_j)t - (2\beta_i - \beta_j)z) + \quad (3^\circ) \\
 &+ \frac{3\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} E_i^2 E_j \cos((2\omega_i + \omega_j)t - (2\beta_i + \beta_j)z) + \quad (4^\circ) \\
 &+ \frac{6\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} \sum_{i=1}^n \sum_{j > i} \sum_{k > j} E_i E_j E_k \begin{pmatrix} \cos((\omega_i + \omega_j + \omega_k)t - (\beta_i + \beta_j + \beta_k)z) \\ + \cos((\omega_i + \omega_j - \omega_k)t - (\beta_i + \beta_j - \beta_k)z) \\ + \cos((\omega_i - \omega_j + \omega_k)t - (\beta_i - \beta_j + \beta_k)z) \\ + \cos((\omega_i - \omega_j - \omega_k)t - (\beta_i - \beta_j - \beta_k)z) \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (5^\circ A) \\ (5^\circ B) \\ (5^\circ C) \\ (5^\circ D) \end{matrix}
 \end{aligned} \quad (5.37)$$

Pode-se concluir também por esta análise que a suscetibilidade não-linear $\chi^{(3)}$ gerou novas ondas nas frequências $\omega_i \pm \omega_j \pm \omega_k$ pelo processo de FWM. A combinação entre as diferentes frequências para gerar uma quarta onda pode interferir com uma onda na frequência ω_i ou ω_j ou ω_k , devido ao espaçamento entre canais ser igual.

O 1º termo da Eq. (5.37) representa o efeito da SPM e da XPM enquanto o 2º, 4º e 5º termos podem ser desprezados devido ao fato de não perfazerem uma condição eficiente de casamento de fase. O 2º termo refere-se à geração do 3º Harmônico e o 4º e 5º termos referem-se às somas de frequências. Pode-se conseguir satisfazer uma condição de casamento de fase eficiente para os termos restantes, sob determinadas condições [5].

Todos os termos restantes são da forma $\omega_i + \omega_j - \omega_k$ (em que $i, j \neq k$), e uma maneira compacta para se expressar os termos da FWM é frequentemente usada na literatura como:

$$\omega_{ijk} = \omega_i + \omega_j - \omega_k \quad (5.38)$$

onde ω_{ijk} é a quarta onda gerada pelo processo de FWM. Assim, pode-se notar que se três ondas nas frequências ω_i , ω_j e ω_k estiverem propagando dentro da fibra óptica, uma nova onda na frequência ω_{ijk} será gerada pelo processo de FWM [52], [55], [57] [60].

Pela expressão dada pela Eq. (5.37), pode-se escrever a Polarização Não-Linear na frequência ω_{ijk} referente ao 3º, 5ºB, 5ºC e 5ºD termos como:

$$P_{NL}(\vec{r}, t) = \frac{\epsilon_0 \chi^{(3)}}{4} d_{ijk} E_i E_j E_k \cos((\omega_i + \omega_j - \omega_k)t - (\beta_i + \beta_j - \beta_k)z) \quad (5.39)$$

onde o fator de degenerescência d_{ijk} é introduzido, a partir de (5.37), como [56], [61]:

$$\begin{aligned} d_{ijk} &= 3 \text{ quando } i = j \rightarrow \text{degenerado} \\ d_{ijk} &= 6 \text{ quando } i \neq j \rightarrow \text{não - degenerado} \end{aligned}$$

O componente de frequência ω_{ijk} gerado pelo processo de FWM interferirá significativamente com aquele canal cuja frequência coincide com ω_{ijk} [1], [5], [62]. O número de frequências geradas pelo processo de FWM é igual a $N(N-1)^2$, onde N é o número de canais e os índices i, j e k em ω_{ijk} variam de 1 a N [5], [51]. A Figura 5.3, gerada pelo Matlab, mostra o número de frequências geradas e o número de produtos gerados pelo processo de FWM em função do número de canais do sistema WDM. A diferença entre o número de produtos e de frequências gerados pela FWM se deve ao fato de que o número de produtos gerados leva em conta o cálculo de que, certas frequências, tais como f_{123} e f_{213} , resultam num mesmo componente de frequência. O cálculo do número de termos gerados é feito tomando-se como base $(N^3 - N^2)/2$ [5], [55], [60]. Por exemplo, para 3 canais WDM, o número de frequências geradas é 12 enquanto que o número de produtos gerados é 9.

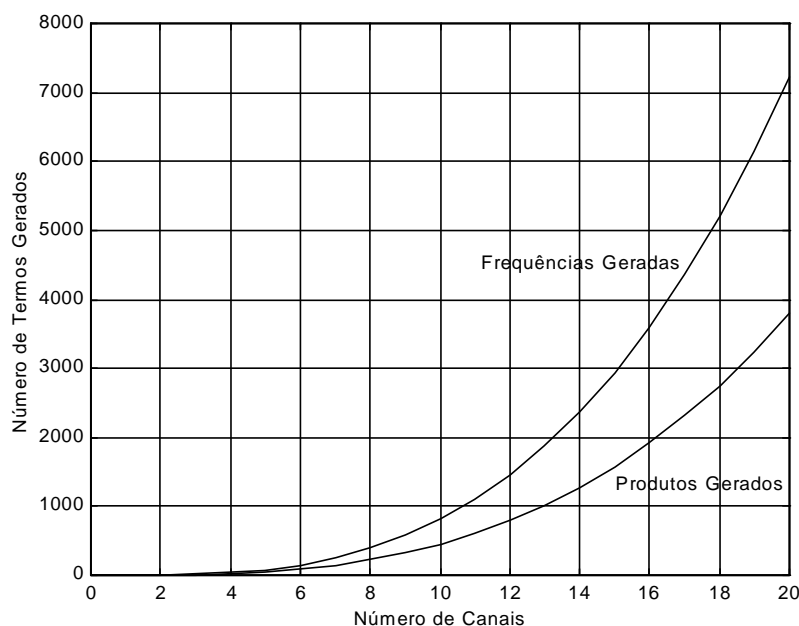


Figura 5.3: Número de frequências geradas e número de produtos gerados pelo processo de FWM em função no número de canais de um sistema WDM.

Se o sistema contiver 10 canais, centenas de novos componentes de frequência serão gerados pela FWM. Conclui-se, então, que quanto mais canais possuir o sistema WDM, maior será a influência da FWM para que ocorra interferência nos canais de transmissão. A eficiência dessa interferência depende de alguns fatores, como será visto no restante deste trabalho.

Para o exemplo de 3 canais WDM, a Figura 5.4 ilustra o resultado da geração de novos componentes de frequência para espaçamentos iguais e diferentes entre canais.

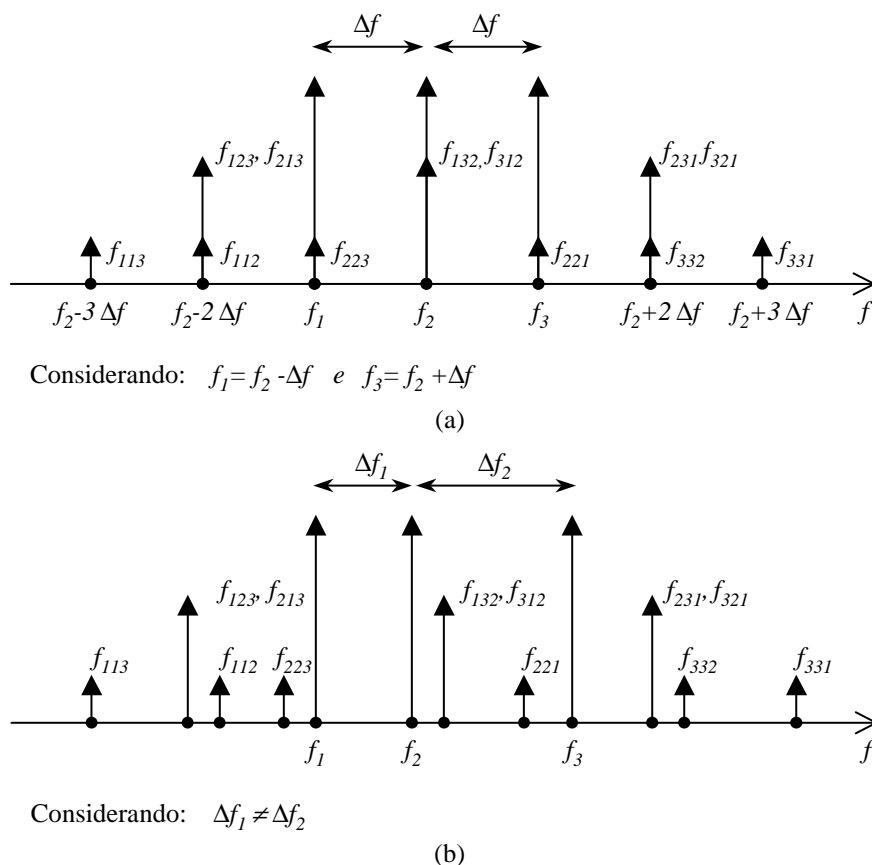


Figura 5.4: Diagrama ilustrativo para três canais WDM mostrando as frequências geradas pelo processo de FWM para (a) espaçamento igual entre canais e (b) espaçamento diferente entre canais.

Devido ao espaçamento igual entre os canais – Figura 5.4 - (a) – haverá interferência dos novos componentes gerados com os canais originais em f_1 , f_2 e f_3 , e no caso de espaçamento diferente entre canais – Figura 5.4 - (b) – não haverá mais interferência. A Figura 5.4 (a e b) mostra que os pares de componentes de frequência f_{123} e f_{213} , f_{132} e f_{312} , f_{231} e f_{321} formam um único produto de FWM cada.

Uma fórmula bem conhecida para se estimar a potência da componente gerada pela FWM foi originalmente obtida por HILL *et al.* (1978) [56] e que, mais tarde, foi reformulada incluindo-se a eficiência FWM dependente do casamento de fase por SHIBATA *et al.* (1987) [61]. Pode-se escrever a potência óptica do campo gerado em unidades eletrostáticas – esu (*electrostatics units*) como [34], [35], [55]:

$$P_{ijk}(L) = \left(\frac{1024 \pi^6}{n^4 \lambda^2 c^2} \right) (d_{ijk} \chi^{(3)})^2 \frac{P_i P_j P_k}{A_{eff}^2} e^{-\alpha L} \left(\left| \frac{\exp(j\Delta\beta - \alpha)L - 1}{j\Delta\beta - \alpha} \right| \right)^2 \quad (5.40)$$

Sendo L o comprimento do enlace, P_i , P_j e P_k as potências de entrada dos sinais nas frequências f_i , f_j e f_k , respectivamente, P_{ijk} é a potência da onda gerada pela FWM na frequência $f_{ijk} = f_i + f_j - f_k$ e no comprimento de onda λ , n é o índice de refração do núcleo, $\chi^{(3)}$ é a suscetibilidade não-linear de terceira ordem e α é o coeficiente de atenuação da fibra.

A diferença entre as constantes de propagação ou descasamento de fase entre as ondas co-propagantes, $\Delta\beta$, pode ser escrita por:

$$\Delta\beta = \beta_i(f_i) + \beta_j(f_j) - \beta_k(f_k) - \beta_{ijk}(f_{ijk}) \quad (5.41)$$

que é a mesma expressão dada pela Eq. (5.7).

Como foi visto no início desse capítulo, o processo de FWM depende da relação de fase entre os sinais que interagem entre si. No regime de propagação onde a dispersão cromática é nula, estes sinais experimentaríamos uma mesma velocidade de grupo fazendo com que o efeito da FWM seja reforçado. No caso onde há a dispersão cromática e os sinais viajam com diferentes velocidades de grupo, as diferentes ondas irão se sobrepor ora em fase, ora fora de fase, o que acaba na redução da eficiência do processo de FWM [19]. A condição para que se tenha um perfeito casamento de fase é dada então por $\Delta\beta = 0$.

Uma forma de se analisar o descasamento de fase é expressá-lo em função da dispersão da fibra, da derivada da dispersão e do espaçamento entre canais. Sendo $\beta_n = n_n \omega_n / c$ e expandindo β_n , como na Eq. (2.62), em torno da frequência f_k referente ao comprimento de onda λ_k , mantém-se até o termo cúbico dessa expansão e pode-se escrever $\Delta\beta$ da seguinte forma [61], [63]:

$$\Delta\beta = \frac{2\pi\lambda_k^2}{c} \Delta f_{ik} \Delta f_{jk} \left[D(\lambda_k) + \frac{\lambda_k^2}{2c} (\Delta f_{ik} + \Delta f_{jk}) \left(\frac{dD(\lambda_k)}{d\lambda} \right) \right] \quad (5.42)$$

onde $D(\lambda_k)$ é a dispersão cromática da fibra no comprimento de onda λ_k , $dD(\lambda_k)/d\lambda$ é a derivada da dispersão designado por S_0 e $\Delta f_{mn} = |f_m - f_n|$ ⁹ para $m, n = i, j, k$. Dependendo da região de operação do sistema WDM, para comprimentos de onda longo do comprimento de onda de dispersão zero ($\lambda_0 \approx 1,3 \mu\text{m}$ para fibras Padrão e $\lambda_0 \approx 1,55 \mu\text{m}$ para fibras DSF), S_0 pode ser desprezado. Mas no comprimento de onda de dispersão zero, onde $D = 0$, a derivada de dispersão S_0 deve ser incluída.

A Eq. (5.42) é chamada de fator de descasamento de fase linear, pois não depende da potência das ondas que interagem no processo de FWM [63].

Um tratamento geral para a formulação do descasamento de fase total, o qual inclui o descasamento de fase linear dado pela Eq. (5.42) e a dependência da potência, foi realizado por SONG *et al.* (1999) [63] o qual é dado por:

$$\Delta\beta_T = \Delta\beta - \gamma(P_i + P_j - P_k) \left\{ \frac{1 - \exp(-\alpha L_{eff})}{\alpha L_{eff}} \right\} \quad (5.43)$$

Assim, a Eq. (5.43) é usada no lugar da Eq. (5.42) para incluir a dependência do descasamento de fase devido à potência das ondas que interagem na FWM.

5.4.1. Cálculo da Eficiência FWM

A eficiência FWM é geralmente designada na literatura especializada por η e é definida pela relação entre a potência do sinal gerado com descasamento de fase e a potência do sinal gerado quando se tem um casamento de fase perfeito, $\Delta\beta = 0$, sendo dada por [61]:

$$\eta = \frac{P_{ijk}(L, \Delta\beta)}{P_{ijk}(L, \Delta\beta = 0)} \quad (5.44)$$

⁹ Para um sistema com 2 canais WDM, a separação entre canais Δf_m é a mesma dada pela Eq. (5.8), $\Omega_S = 2\pi\Delta f_m$.

Manipulando-se a expressão anterior, a partir das Eqs. (5.40) e (5.43), tem-se:

$$\eta = \left(\frac{\frac{1 - \exp(j\Delta\beta - \alpha)L}{\alpha - j\Delta\beta}}{\frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha}} \right)^2 = \left(\frac{1 - \exp(j\Delta\beta - \alpha)L}{\alpha - j\Delta\beta} \right)^2 \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

$$\eta = \left(\frac{|1 - \exp(j\Delta\beta - \alpha)L|}{\sqrt{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2}} \right)^2 \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

$$\eta = \left(\frac{|1 - e^{-\alpha L} \cos(\Delta\beta \cdot L) - j e^{-\alpha L} \sin(\Delta\beta \cdot L)|^2}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \right) \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

Sendo:

$$|1 - e^{-\alpha L} \cos(\Delta\beta \cdot L) - j e^{-\alpha L} \sin(\Delta\beta \cdot L)|^2 = [1 - e^{-\alpha L} \cos(\Delta\beta \cdot L)]^2 + [e^{-\alpha L} \sin(\Delta\beta \cdot L)]^2$$

depois de alguma manipulação matemática, chega-se a:

$$\eta = \left(\frac{1 - 2e^{-\alpha L} \cos(\Delta\beta \cdot L) + e^{-2\alpha L}}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \right) \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

Usando agora a identidade trigonométrica $\cos(2A) = 1 - 2\sin^2(A)$ [22], tem-se:

$$\eta = \left(\frac{1 - 2e^{-\alpha L} \left[1 - 2\sin^2\left(\frac{\Delta\beta \cdot L}{2}\right) \right] + e^{-2\alpha L}}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \right) \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

$$\eta = \left(\frac{1 - 2e^{-\alpha L} + e^{-2\alpha L} + 4e^{-\alpha L} \sin^2\left(\frac{\Delta\beta \cdot L}{2}\right)}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \right) \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

Sendo $(1 - e^{-\alpha L})^2 = 1 - 2e^{-\alpha L} + e^{-2\alpha L}$, obtém-se:

$$\eta = \left(\frac{(1 - e^{-\alpha L})^2 + 4e^{-\alpha L} \sin^2\left(\frac{\Delta\beta \cdot L}{2}\right)}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \right) \cdot \frac{\alpha^2}{(1 - e^{-\alpha L})^2}$$

que pode ser finalmente escrita como:

$$\eta = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (\Delta\beta)^2} \cdot \left(1 + \frac{4e^{-\alpha L} \sin^2\left(\frac{\Delta\beta \cdot L}{2}\right)}{(1 - e^{-\alpha L})^2} \right) \quad (5.45)$$

Pode-se ver pela expressão acima da eficiência FWM que ela depende do comprimento da fibra L . Há também a dependência com a separação entre os canais, com a dispersão da fibra D e com a derivada de dispersão $dD/d\lambda$, implícitos no fator de descasamento de onda $\Delta\beta$, mas não depende da taxa de bit, como já foi dito anteriormente. Para $\Delta\beta = 0$, tem-se uma eficiência FWM $\eta = 1$, indicando que nesse caso ocorrerá máxima eficiência do processo de FWM. A presença da dispersão cromática, incluída em $\Delta\beta$, reduz a eficiência do processo de FWM.

De acordo com a Eq. (5.44), $P_{ijk}(L, \Delta\beta) = \eta P_{ijk}(L, \Delta\beta=0)$, chega-se a:

$$P_{ijk}(L) = \eta \left(\frac{1024\pi^6}{n^4 \lambda^2 c^2} \right) (d_{ijk} \mathcal{X}^{(3)})^2 \frac{P_i P_j P_k}{A_{eff}^2} e^{-\alpha L} \left(\frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha} \right)^2 \quad (5.46)$$

ou em termos do comprimento efetivo $L_{eff} = (1 - e^{-\alpha L}) / \alpha$:

$$P_{ijk}(L) = \eta \left(\frac{1024\pi^6}{n^4 \lambda^2 c^2} \right) (d_{ijk} \mathcal{X}^{(3)})^2 \frac{P_i P_j P_k}{A_{eff}^2} e^{-\alpha L} L_{eff}^2 \quad (5.47)$$

a qual está expressa em unidades esu. Para se calcular a potência da onda gerada pela FWM em unidades MKS, em sistemas WDM, é feita a conversão de unidades da Eq. (5.47), resultando em [51], [63]:

$$P_{ijk}(L) = \eta \left(\frac{d_{ijk} \mathcal{Y}}{3} \right)^2 P_i P_j P_k e^{-\alpha L} L_{eff}^2 \quad (5.48)$$

5.4.2. Comprimento de Coerência

Pode-se observar pela Eq. (5.40), que a potência da onda gerada pela FWM depende da potência das ondas que interagem entre si no processo e também do descasamento dos vetores de onda. Considerando-se o termo referente ao descasamento dos vetores de onda, tomando-se porém $\Delta\beta_T$ ao invés de $\Delta\beta$, e desprezando-se a perda na fibra, tem-se:

$$\begin{aligned} \left(\left| \frac{1 - \exp j\Delta\beta_T L}{-j\Delta\beta_T} \right| \right)^2 &= \left(\left| \frac{j(\exp j\Delta\beta_T L - 1)}{\Delta\beta_T} \right| \right)^2 = \left(\left| \frac{j - j[\cos(\Delta\beta_T L) + j\sin(\Delta\beta_T L)]}{\Delta\beta_T} \right| \right)^2 = \\ &= \left(\left| \frac{\sin(\Delta\beta_T L) + j[1 + \cos(\Delta\beta_T L)]}{\Delta\beta_T} \right| \right)^2 = \frac{\sin^2(\Delta\beta_T L) + [1 + \cos(\Delta\beta_T L)]^2}{\Delta\beta_T^2} = \\ &= \frac{2 \left[1 - \cos \left(2 \frac{\Delta\beta_T L}{2} \right) \right]}{\Delta\beta_T^2} = \frac{4 \sin^2 \left(\frac{\Delta\beta_T L}{2} \right)}{\Delta\beta_T^2} = L^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{\Delta\beta_T L}{2} \right)}{\left(\frac{\Delta\beta_T L}{2} \right)^2} \end{aligned}$$

o que resulta em:

$$\left(\left| \frac{1 - \exp j\Delta\beta_T L}{-j\Delta\beta_T} \right| \right)^2 = L^2 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\Delta\beta_T L}{2} \right) \quad (5.49)$$

Retornando com esse resultado à Eq. (5.40), conclui-se que a potência da onda gerada pela FWM varia com um termo oscilatório de acordo com a função $\operatorname{sinc}^2(x)$, onde x é o argumento. A Figura 5.5 ilustra este comportamento oscilatório.

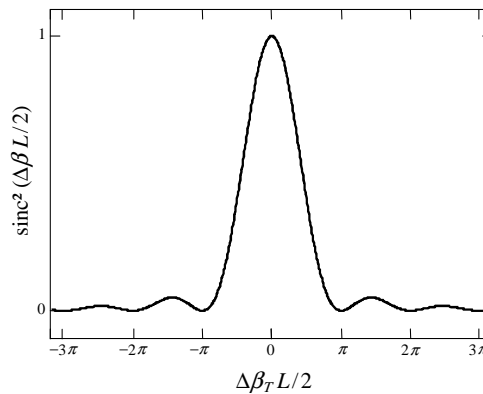


Figura 5.5: Efeito do descasamento de fase na eficiência do processo de FWM.

Nota-se que, quando o argumento da função $\text{sinc}^2(x)$ for igual a π , 2π , 3π e assim por diante, a eficiência do processo de FWM será igual a zero. Num determinado regime de operação para o qual tem-se $\Delta\beta$ bem definido, o processo de FWM deixará de ser significativo quando $\Delta\beta_T L / 2 = \pi$.

Assim, pode-se definir uma escala de comprimento, conhecida como comprimento de coerência L_{coh} , que é a distância que o campo eletromagnético na frequência f_{ijk} deve propagar na fibra antes que fique fora de fase por 180° com a polarização não-linear que o gerou [19], [56], [58]:

$$L_{coh} = \frac{2\pi}{\Delta\beta_T} \quad (5.50)$$

Desta forma, uma significativa FWM ocorrerá se $L < L_{coh}$. Para uma situação ideal no qual $\Delta\beta_T = 0$, tem-se o resultado de $L_{coh} = \infty$, indicando que um eficiente um eficiente processo de FWM ocorre para todo L .

5.5. Condições de casamento de fase

A Figura 5.2 mostra que o ganho paramétrico chega ao seu valor máximo quando o descasamento de fase total $\Delta\beta_T$ for igual a zero. Nessa seção abordam-se as condições de casamento de fase para que o processo de FWM venha a ocorrer, analisando-se os mecanismos físicos envolvidos bem como das técnicas de casamento de fase em fibras monomodo.

5.5.1. Mecanismos físicos em uma fibra monomodo

A condição de casamento de fase total $\Delta\beta_T = 0$ pode ser decomposta em três termos que se devem à dispersão de material $\Delta\beta_M$, à dispersão do guia de onda $\Delta\beta_W$ e aos efeitos não-lineares $\Delta\beta_{NL}$, isto é:

$$\Delta\beta_T = \Delta\beta_M + \Delta\beta_W + \Delta\beta_{NL} = 0 \quad (5.51)$$

As contribuições de $\Delta\beta_M$ e $\Delta\beta_W$ podem ser obtidas a partir da Eq. (5.14) escrevendo-se os índices efetivos da forma:

$$\tilde{n}_j = n_j + \Delta n_j \quad (5.52)$$

onde n_j é o índice de Sellmeier devido ao material da fibra dado pela Eq. (3.13), e Δn_j é a contribuição devido ao guia de onda a qual depende do projeto de construção de cada fibra.

Para o caso parcialmente degenerado onde se tem $\omega_1 = \omega_2$ analisado na Seção (5.3.2), as três contribuições na Eq. (5.51) são dadas por:

$$\Delta\beta_M = [n_3\omega_3 + n_4\omega_4 - 2n_1\omega_1] / c \quad (5.53)$$

$$\Delta\beta_W = [\Delta n_3\omega_3 + \Delta n_4\omega_4 - (\Delta n_1 + \Delta n_2)\omega_1] / c \quad (5.54)$$

$$\Delta\beta_{NL} = \gamma(P_1 + P_2) \quad (5.55)$$

Como o valor de $\Delta\beta_T$ dado pela Eq. (5.51) é resultado da soma de três elementos, a obtenção do casamento de fase se dará desde que ao menos um destes elementos seja negativo, do contrário não se obtém $\Delta\beta_T = 0$. Observa-se também que $\Delta\beta_{NL}$ é sempre positivo.

Considerando-se a Eq. (5.51), para o caso de fibras monomodo, a contribuição para o descasamento de fase total, dado pela Eq. (5.51), devido à dispersão do guia de onda $\Delta\beta_W$ é muito pequena comparada com a contribuição devido à dispersão de material $\Delta\beta_M$, exceto se o comprimento de onda de operação estiver próximo do comprimento de onda de dispersão zero λ_0 , onde então as duas contribuições tornam-se comparáveis [16].

A contribuição do material $\Delta\beta_M$ pode ser expressa em termos da separação entre canais e do coeficiente de GVD β_2 . Isto pode ser obtido a partir da Eq. (5.42) na qual é desprezado a contribuição devido à derivada da dispersão:

$$\Delta\beta_M \approx \frac{2\pi\lambda^2}{c} \Delta f^2 D(\lambda)$$

Usando a Eq. (3.11), tem-se:

$$\Delta\beta_M \approx 4\pi^2 \Delta f^2 \beta_2 \approx \Omega_s^2 \beta_2 \quad (5.56)$$

A Eq. (5.56) somente é válida se o comprimento de onda de bombeamento ($\lambda_1 = 2\pi c/\omega_1$) estiver longe do comprimento de onda de dispersão zero λ_0 da fibra. Caso contrário, haverá necessidade de se incluir o termo que representa a dispersão de 2ª Ordem $dD(\lambda)/d\lambda$ presente na Eq. (5.42), pois este aproximará da ordem de grandeza do termo referente à dispersão de 1ª Ordem. Em fibras monomodo tipo Padrão, se $\lambda_1 < \lambda_0$ tem-se $\beta_2 > 0$ (regime de dispersão normal) e se $\lambda_1 > \lambda_0$ tem-se $\beta_2 < 0$ (regime de dispersão anômalo).

Três possibilidades para se aproximar de um casamento de fase consistem em:

- reduzir $\Delta\beta_M$ e $\Delta\beta_{NL}$ utilizando-se pequena separação entre canais e baixa potência;
- operar próximo do comprimento de onda de dispersão zero de forma que $\Delta\beta_M$ aproximadamente cancele $\Delta\beta_W + \Delta\beta_{NL}$;
- trabalhar no regime de GVD anômala de maneira que $\Delta\beta_M$ seja negativa e possa ser cancelada por $\Delta\beta_{NL} + \Delta\beta_W$.

Nesse trabalho são consideradas as duas últimas possibilidades citadas acima.

5.5.1.1. FWM com casamento de fase na região do comprimento de onda de dispersão zero

A contribuição do material $\Delta\beta_M$ para o descasamento do vetor de onda torna-se bem pequena próxima do comprimento de onda de dispersão zero da fibra e a con-

tribuição do guia de onda $\Delta\beta_W$, dependente do projeto da fibra, é geralmente positiva próxima do comprimento de onda de dispersão zero λ_0 [16]. Numa faixa limitada de comprimentos de onda, $\Delta\beta_M$ pode cancelar $\Delta\beta_W + \Delta\beta_{NL}$ para valores específicos de deslocamentos de frequência Δf_S .

Utilizando o mesmo procedimento adotado para obtenção da Eq. (5.42), porém considerando como ponto central da expansão da Série de Taylor, Eq. (2.61), uma frequência genérica $f = f_0$, onde f_0 corresponde à frequência no comprimento de onda de dispersão zero λ_0 , o descasamento de fase linear passa então a ser dado agora por [64]:

$$\Delta\beta = -\frac{\lambda^4 \pi}{c^2} \frac{dD}{d\lambda} (f_i - f_k)(f_j - f_k) \cdot \{(f_i - f_0) + (f_j - f_0)\} \quad (5.57)$$

Quando $f_i = f_j$, a Eq. (5.57) resulta em:

$$\Delta\beta = -\frac{2\lambda^4 \pi}{c^2} \frac{dD}{d\lambda} (f_i - f_k)^2 (f_i - f_0) \quad (5.58)$$

Pode-se ver que quando f_i tiver o mesmo valor de f_0 , o descasamento de fase linear será igual a zero, levando a uma máxima eficiência FWM dada pela Eq. (5.45). A eficiência FWM é máxima dessa forma quando f_i se situa no comprimento de onda de dispersão zero e seu valor decresce rapidamente quando f_i se afasta de f_0 . Mesmo com canais espaçados em centenas de gigahertz, pode-se ter um eficiente processo de FWM ocorrendo na fibra óptica. A Figura 5.6, gerada a partir das Equações (5.45) e (5.58) com o auxílio do Mathcad, mostra o comportamento da eficiência FWM para diferentes espaçamentos entre canais, ou seja, $\lambda_i - \lambda_k = 7 \text{ nm}$ ($\approx 875 \text{ GHz}$) e $\lambda_i - \lambda_k = 15 \text{ nm}$ ($\approx 1875 \text{ GHz}$), $\lambda = 1550 \text{ nm}$, $dD(\lambda)/d\lambda = 0,07 \text{ ps/nm}^2\text{km}$, $L = 2,5 \text{ km}$ e $\alpha = 0,21 \text{ dB/km}$ [64].

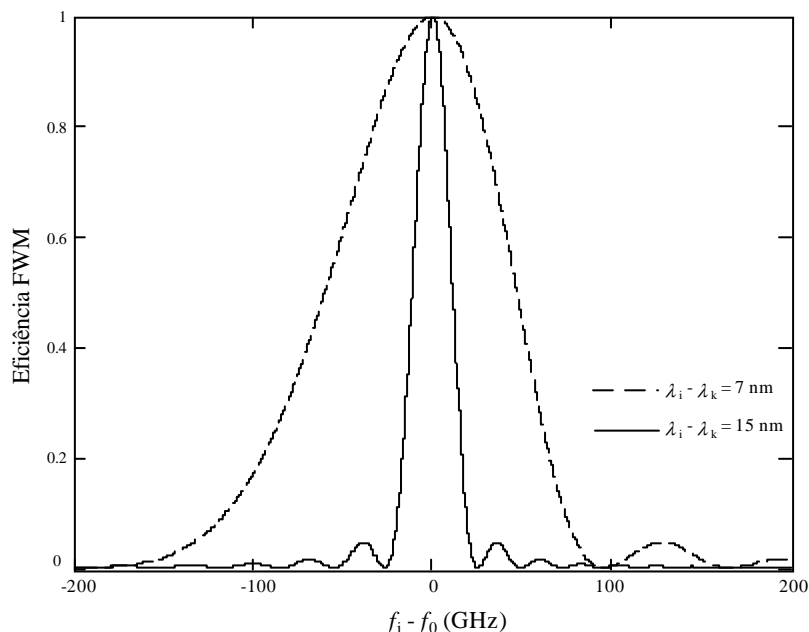


Figura 5.6: Eficiência FWM em função da variação de f_i em torno de f_0 para o caso parcialmente degenerado ($f_i = f_j$), com $dD/d\lambda = 0,07$ ps/nm²km, $L = 2,5$ km, $\alpha = 0,21$ dB/km e espaçamento entre canais igual a 7 nm (curva tracejada) e 15 nm (curva sólida).

Quando o espaçamento entre canais é aumentado de 7 nm para 15 nm, pode-se ver pela Figura 5.6 que um eficiente processo de FWM ocorrerá dentro de uma pequena faixa de valores para a variação de f_i em relação a f_0 , isto é, para que o processo de FWM ocorra eficientemente, a frequência do canal f_i terá que se situar bem próxima do comprimento de onda de dispersão zero da fibra. Ao aumentar-se o espaçamento entre canais para 15 nm, a curva de eficiência FWM decai de forma mais acentuada do que aquela observada para a separação entre canais de 7 nm. A assimetria presente nas curvas pode ser claramente entendida pela posição de f_i em relação a f_k . Observando a curva tracejada na Figura 5.6 e considerando uma mesma diferença entre f_i e f_0 , por exemplo $|f_i - f_0| = 100$ GHz ($\approx 0,8$ nm), ter-se-á uma maior eficiência FWM quando $f_i - f_0$ for igual a -100 GHz. Isso é porque neste ponto, a diferença entre as frequências, ou espaçamento entre canais ($f_i - f_k$), terá um valor menor indicando conseqüentemente um maior casamento de fase de acordo com a Eq. (5.58) e portanto uma maior eficiência FWM. Para o caso de $f_i - f_0$ igual a $+100$ GHz, pode-se notar uma menor eficiência FWM, pois embora a diferença em valor absoluto de $f_i - f_0$ seja a mesma, haverá uma maior separação entre os canais uma vez que a diferença $f_i - f_k$ não possui um valor fixo já que f_i varia em torno de f_0 .

A Figura 5.7, também gerada pelo Mathcad, apresenta a eficiência FWM em relação à diferença $f_i - f_0$ para uma distância maior, isto é, $L = 5$ km e para um espaçamento entre os canais igual 7 nm. Os outros dados são considerados os mesmo da Figura 5.6.

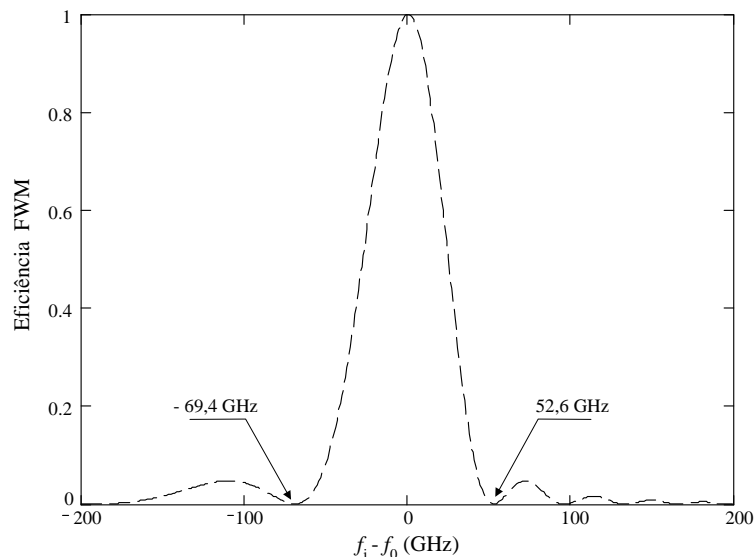


Figura 5.7: Eficiência FWM em função da variação de f_i em torno de f_0 para $L = 5$ km, $f_i = f_p$, espaçamento entre canais igual a 7 nm, $dD/d\lambda = 0,07$ ps/nm²km e $\alpha = 0,21$ dB/km.

Uma comparação entre a Figura 5.6 (curva tracejada) e a Figura 5.7 mostra que a eficiência do processo FWM diminui quando se aumenta o comprimento da fibra. Ao aumentar-se o comprimento da fibra, para um mesmo espaçamento entre canais e uma mesma posição de f_i em relação a f_0 , a curva de eficiência FWM decai de forma mais acentuada. Os valores indicados em destaque na Figura 5.7 mostram que o valor da eficiência FWM é zero. Pode-se calcular o comprimento de coerência dado pela Eq. (5.50), considerando-se previamente o descasamento de fase dado pela Eq. (5.58). Para os parâmetros da Figura 5.7, L_{coh} vale aproximadamente 5 km para ambos os pontos destacados.

A Figura 5.8, obtida pelo Mathcad, mostra o comportamento da eficiência FWM em relação ao aumento do comprimento da fibra para os mesmos dois valores da posição de f_i em relação a f_0 considerados na Figura 5.7, ou seja, $f_i - f_0$ igual a $-69,4$ GHz e $+52,6$ GHz resultando $f_i' = 193,479$ THz e $f_i'' = 193,601$ THz, respectivamente.

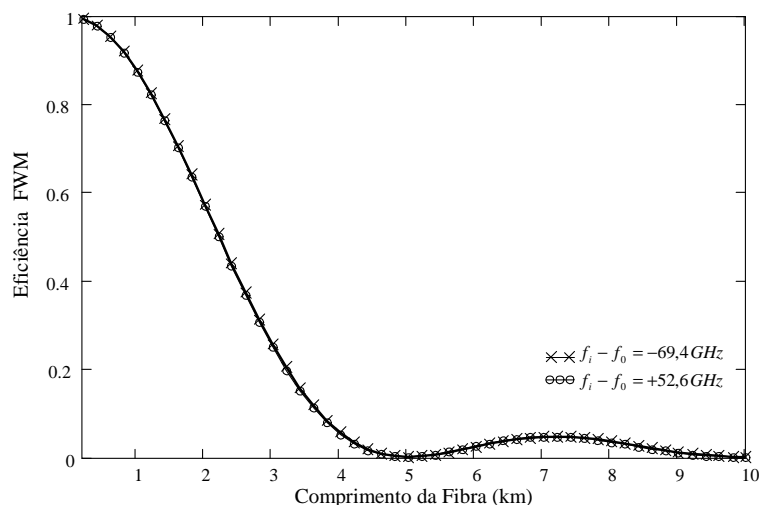


Figura 5.8: Eficiência FWM em função do comprimento da fibra para dois valores específicos de $f_i - f_0$ ($-69,4 \text{ GHz}$ – cruces e $+52,6 \text{ GHz}$ – círculos). Considerando $f_i = f_j$, espaçamento entre canais igual a 7 nm , $dD/d\lambda = 0,07 \text{ ps/nm}^2 \text{ km}$ e $\alpha = 0,21 \text{ dB/km}$.

Pode ser constatado pela Figura 5.8 que a eficiência FWM é zero quando o comprimento da fibra for igual a aproximadamente 5 km para os dois casos. Isso confirma que este é, de fato, o comprimento de coerência.

5.5.1.2. FWM com casamento de fase pela SPM

Em sistemas operando em regiões da fibra óptica na qual a dispersão cromática é alta, a diferença entre as velocidades de grupo dos sinais que se interagem no processo de FWM é acentuada. Essa diferença se torna maior ainda quando os canais que contém estes sinais se situarem em frequências mais afastadas uma das outras [5].

Quando o comprimento de onda de bombeamento situa-se no regime de GVD anômala e desvia consideravelmente de λ_0 , $\Delta\beta_M$ excede significativamente $\Delta\beta_W$ e torna-se difícil a obtenção do casamento de fase [16]. Desta forma, a condição de casamento de fase pode ser satisfeita pela parte negativa $\Delta\beta_M + \Delta\beta_W$ que cancela a parte positiva $\Delta\beta_{NL}$ na Eq. (5.51). Considerando-se a Eq. (5.35) com $\Delta\beta = \Delta\beta_M + \Delta\beta_W \approx \Delta\beta_M$ e usando-se a Eq. (5.56), a condição de casamento de fase ($\Delta\beta_T = 0$) ocorre quando:

$$\Omega_S = \sqrt{\frac{2\gamma P}{|\beta_2|}} \quad (5.59)$$

Desta forma, o deslocamento de frequência Ω_S depende da potência de bombeamento de entrada P . A onda de bombeamento propagando no regime de dispersão anômalo desenvolve bandas laterais localizadas em $\omega_1 \pm \Omega_S$ como resultado da FWM.

É interessante observar que a Eq. (5.59) é a mesma expressão apresentada pela Eq. (4.25). Como dito antes, a Instabilidade Modulacional pode ser interpretada, no domínio da frequência, como um processo de FWM que possui casamento de fase gerado pela SPM.

Assim, nesse caso, o processo de casamento de fase do fenômeno de FWM no qual há a transferência de energia da onda do sinal de bombeamento para duas bandas laterais, não depende apenas da dispersão da fibra, β_2 , mas também da potência do sinal de bombeamento P . Se as ondas estiverem deslocadas do sinal de bombeamento com um deslocamento de frequência dado pela Eq. (5.59), haverá máxima transferência de energia devido ao fenômeno de Instabilidade Modulacional, resultando num processo de casamento de fase para o fenômeno de FWM devido à SPM. Quando o espaçamento entre canais possuir um valor aproximadamente igual ao valor da frequência $\Omega_{MI\text{máx}}$, a depleção do canal devido à FWM será mais acentuada tornando-se assim a principal fonte de degradação de desempenho do sistema [43].

A Figura 5.9 a seguir ilustra o processo de Instabilidade Modulacional como um processo FWM gerado pela SPM.

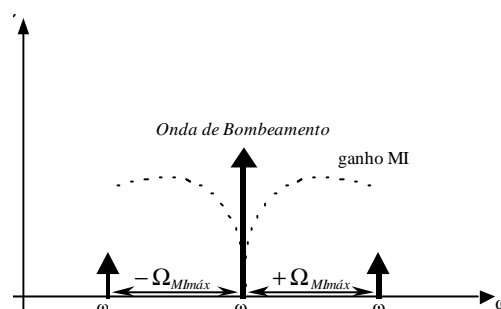


Figura 5.9: Diagrama esquemático da Instabilidade Modulacional como um processo de FWM assistido pela SPM.

Capítulo 6. MISTURA DE QUATRO ONDAS: SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

6.1. Introdução

Com o advento de sistemas de Multiplexação por Divisão de Comprimento de Onda – WDM (*Wavelength Division Multiplexing*) uma maior capacidade de transmissão pôde ser estabelecida e, com o uso de amplificadores ópticos, tornou-se possível aumentar o alcance dos enlaces de comunicação ópticos sem a necessidade de se realizar regeneração eletrônica do sinal transmitido. Apesar de todo esse desenvolvimento, a degradação desses sistemas devido à ação de efeitos não-lineares tornou-se um fator limitante para o seu desempenho.

Como visto no Capítulo 5, a FWM é um efeito não-linear ocasionado pela suscetibilidade não-linear de 3ª ordem e sua eficiência se torna significativa quanto melhor for satisfeita a condição de casamento de fase entre os campos ópticos co-propagantes. Essa condição é função da separação espectral entre canais do sistema WDM, do valor da dispersão cromática na região de operação do sistema, do valor da potência dos canais WDM e do comprimento do enlace.

O objetivo deste capítulo é confirmar através de simulações, a dependência do processo de FWM com os parâmetros mencionados anteriormente. Sendo assim, realizou-se simulações usando a ferramenta VPI – *Virtual Photonics Inc.* Esse *software* baseia-se no método numérico *Split-Step Fourier* (Anexo A) para solucionar a equação Não-Linear de Schrödinger obtida no Capítulo 2.

Este capítulo é organizado pela Seção 6.2 que trata da influência da potência dos canais originais na potência das componentes geradas pela FWM; a seguir a Seção 6.3 mostra a dependência da FWM com o comprimento da fibra. A Seção 6.4 trata da influência da separação espectral entre os canais do sistema WDM mostrando a influência do espaçamento e da posição dos canais originais. Finalmente, a Seção 6.5 se refere à influência da dispersão no processo de FWM mostrando uma comparação do valor da potência de uma onda gerada pelo processo de FWM usando-se uma fibra DSF [30] e uma fibra NZDSF [27]. Também é mostrado o valor da potência de uma componente gerada pela FWM no regime anômalo e no regime normal de dispersão de uma fibra DSF.

6.2. Influência da Potência dos Canais

Como o que acontece em outros fenômenos não-lineares, ao se diminuir a potência do canal de transmissão, diminui-se a eficácia do processo não-linear. Assim, a potência da onda gerada pelo processo de FWM cresce com o aumento da potência dos canais originais, como pode ser visto pela Eq. (5.48).

Para confirmar este fato, simulou-se a propagação de dois canais sem modulação – CW, um fixo em 1558 nm ($f_1 = 192,55$ THz) e outro fixo em 1558,8 nm ($f_2 = 192,46$ THz), em uma fibra DSF com 20 km de comprimento. A Tabela 6.1 mostra os dados da fibra utilizada na simulação.

Tabela 6.1 – Parâmetros da fibra utilizada na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à Potência de entrada dos canais

Fibra DSF			
A_{eff}	52 μm^2	S_0	0,075 ps/nm ² km
Atenuação	0,24 dB/km	D	$(\lambda - \lambda_0)S_0$
λ_0	1550 nm	L	20 km

A potência de entrada do canal 1 (P_1) foi considerada igual à do canal 2 (P_2), ambas variando de 1 até 12 mW. A Figura 6.1 mostra o comportamento da potência

das duas componentes geradas pelo processo de FWM usando-se a designação de P_{112} para a potência gerada para a primeira componente $f_{112} = 2f_1 - f_2$ (=192,64 THz) e P_{221} a potência gerada para a segunda componente $f_{221} = 2f_2 - f_1$ (=192,37 THz). Estes resultados evidenciam o mesmo comportamento observado por FREITAS *et al.* (2001) [65].

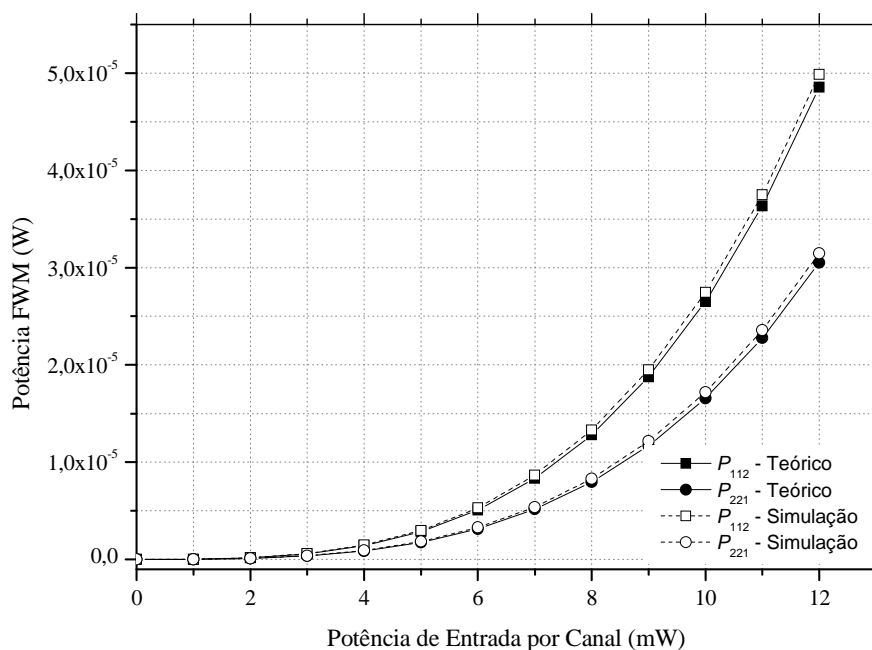


Figura 6.1: Potência gerada pelo processo FWM em função da potência de entrada dos canais originais. Figura gerada pelo software Mathcad (teórica) e pelo VPI (simulação).

Conforme se esperava, com o aumento da potência dos canais, aumentou-se a potência das bandas laterais geradas f_{112} e f_{221} . Isso era esperado analiticamente conforme a Eq. (5.48). A simulação confirmou estes resultados.

Pode-se observar que P_{112} é maior que P_{221} devido ao fato de que a componente gerada pela FWM em $f_{112} = 1557,3$ nm se encontra mais perto do comprimento de onda de dispersão zero, experimentando assim um menor valor de dispersão. Isso proporciona um melhor casamento de fase, visto que quanto menor for o valor da dispersão das ondas que estiverem interagindo no processo, maior será a eficiência do mesmo [16], [5], [19], [20], [61], [65].

A Figura 6.2 apresenta os espectros observados na saída da fibra óptica utilizada na simulação para alguns dos valores de potência de entrada dos canais.

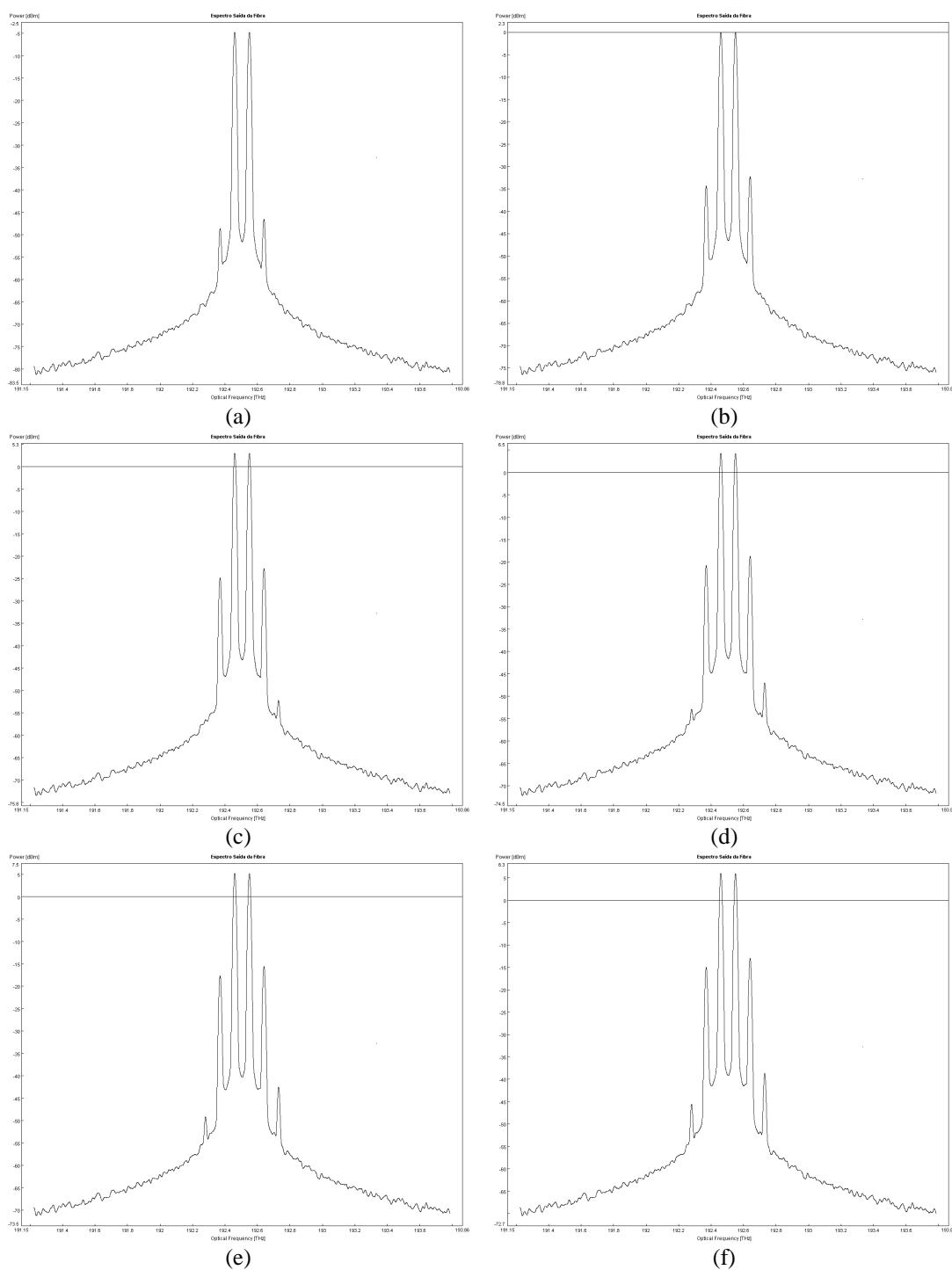


Figura 6.2: Espectro óptico observado na saída da fibra óptica, mostrando o crescimento da FWM em função do aumento da potência de entrada dos canais para 1 mW (a), 3 mW (b), 6 mW (c), 8 mW (d), 10 mW (e) e 12 mW (f).

Como esperado, observa-se que a potência das componentes geradas pela FWM aumenta com o aumento da potência incidente na fibra óptica. Um outro fato importante a ser ressaltado é que há a geração de novas componentes de frequência,

as quais são observadas em 192,28 THz ($\approx 1560,23$ nm) e 192,73 THz ($\approx 1556,58$ nm). Isto se deve ao fato de as duas componentes geradas anteriormente f_{112} e f_{221} estarem agora participando do processo de geração de outras componentes de frequência juntamente com os sinais originais em f_1 e f_2 . As novas ondas geradas são as combinações $f' = f_1 + f_{221} - f_{112} = 192,28$ THz e $f'' = f_1 + f_{112} - f_2 = 192,73$ THz.

6.3. Influência do Comprimento da Fibra

A potência gerada pela FWM dada pela Eq. (5.40) possui um termo da forma $\text{sinc}^2(x)$ conforme mostra a Eq. (5.49). Com isso, a eficiência FWM definida pela Eq. (5.44) apresenta o comportamento mostrado na Figura 5.5, o qual caracteriza a dependência da potência gerada com o comprimento da fibra, considerando-se uma específica condição de casamento de fase.

A análise potência da onda gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra pode ser feita considerando-se a propagação dos mesmos dois canais se modulação – CW ($f_1 = 192,55$ THz e $f_2 = 192,46$ THz) utilizados na seção anterior. Variando-se o comprimento da fibra, observa-se a variação da potência das ondas geradas. A Figura 6.3 confirma o comportamento citado através do VPI.

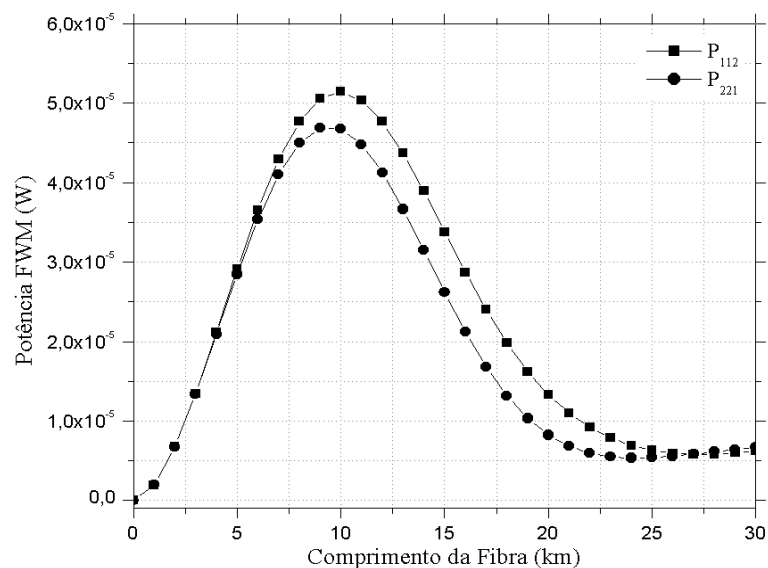


Figura 6.3: Potência FWM como função do comprimento da fibra para as duas componentes de frequência P_{112} e P_{221} .

Usando-se a Eq. (5.50), pode-se calcular que $L_{\text{coh}112} \approx 26$ km para P_{112} e $L_{\text{coh}221} \approx 24$ km para P_{221} . Esses resultados também foram confirmados através da simulação de acordo com a Figura 6.3.

Para complementar essa análise considerou-se uma fibra Padrão operando na região de 1550 nm [29] e avaliou-se o comportamento da eficiência FWM em relação ao comprimento da fibra [66]. Para isso, utilizou-se a Eq. (5.42) juntamente com a Eq. (5.45) para valores de espaçamento entre canais variando de 1 a 3 nm. A Figura 6.4, gerada pelo Mathcad, mostra os resultados obtidos.

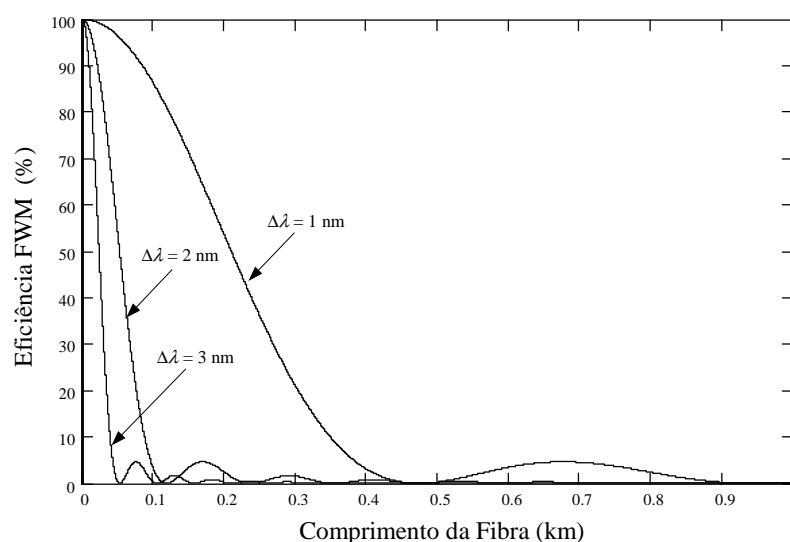


Figura 6.4: Eficiência FWM como função do comprimento da fibras para separação entre canais de 1 nm, 2 nm e 3 nm, considerando uma fibra Padrão.

Essa figura mostra que para grandes espaçamentos entre canais, o processo de FWM somente será eficiente nos comprimentos iniciais da fibra mostrando quanto maior o espaçamento entre canais menor será o comprimento de coerência L_{coh} .

Uma segunda análise pode ser feita considerando espaçamentos entre canais menores que 1 nm como pode ser observado pela Figura 6.5 e pela Figura 6.6 geradas pelo Mathcad. Pode-se ver que, com a diminuição do espaçamento entre canais o processo de FWM torna-se mais eficiente para um dado comprimento da fibra.

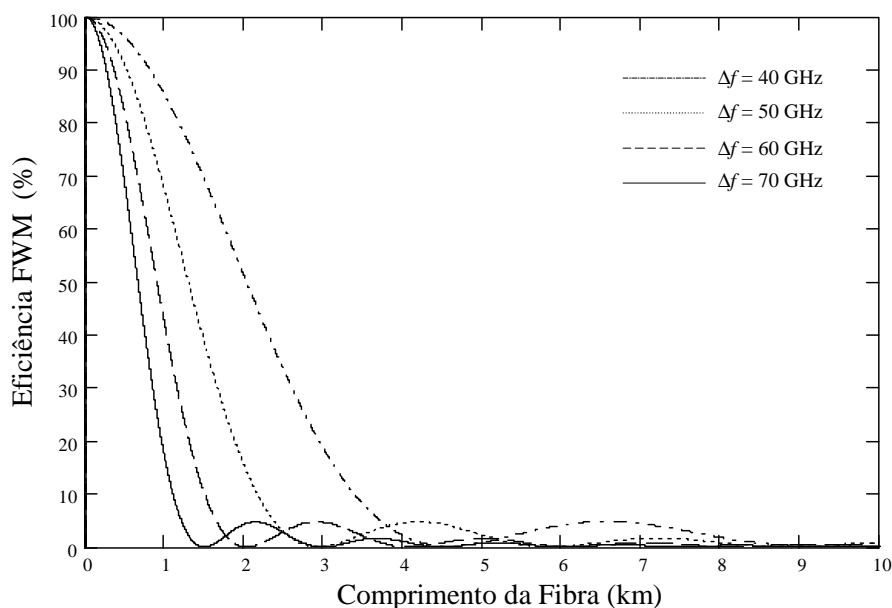


Figura 6.5: Eficiência FWM como função do comprimento da fibras para separação entre canais de 40, 50 60, 70 GHz considerando uma fibra Padrão.

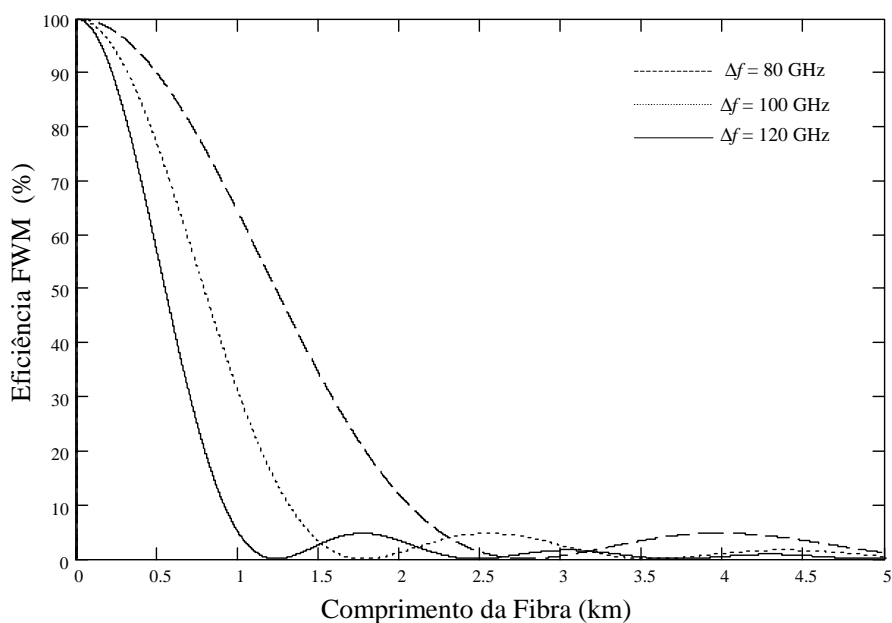


Figura 6.6: Eficiência FWM como função do comprimento da para separação entre canais de 80, 100 e 120 GHz considerando uma fibra Padrão.

Essa análise feita para o comportamento da eficiência FWM com o comprimento da fibra utilizando uma fibra Padrão operando em 1550 nm, mostrou que tal fibra se faz uma boa opção para se evitar a geração da FWM em longos comprimentos da fibra. Isto se deve ao fato desse tipo de fibra apresentar altos valores de dispersão nessa região de operação impedindo dessa forma que o processo de FWM ocorra

de maneira eficiente. Posteriormente, na Seção 6.5, será visto que fibras DSF e NZDSF, por apresentarem menor valor de dispersão na janela de 1550 nm, alteram a eficácia do processo de FWM. O esclarecimento desses aspectos têm sido de fundamental importância no projeto e análise de desempenho das atuais redes ópticas baseadas na tecnologia de Multiplexação Densa por Divisão de Comprimento de Onda – DWDM (*Dense Wavelength Division Multiplexing*). A Figura 6.5 e a Figura 6.6 mostram dessa forma, que a eficiência FWM será considerável em um comprimento de fibra maior quanto menor for o espaçamento entre os canais presente na fibra.

6.4. Influência da Separação Espectral entre Canais

Esta seção está organizada pela Seção 6.4.1 que trata da influência do aumento do espaçamento entre os canais originais na eficiência do processo de FWM. A Seção 6.4.2 se refere à variação da posição espectral dos canais originais no processo de FWM considerando-se espaçamento igual entre eles e posteriormente espaçamento diferente.

6.4.1. Espaçamento entre Canais

Nessa subseção foi estudada a influência do valor absoluto do espaçamento entre canais para um sistema com dois canais operando no regime anômalo de dispersão de uma fibra DSF, e para isso, usou-se o VPI para realizar a simulação. A potência da onda gerada pela FWM é analisada em relação ao comprimento da fibra para dois valores de separação entre canais $\Delta f_1 = 100$ GHz e $\Delta f_2 = 200$ GHz, considerando $\lambda_0 = 1550$ nm. Para Δf_1 mediu-se a potência da onda gerada em $f_{112} = 193,4$ GHz. Já para Δf_2 mediu-se a potência da onda gerada em $f_{112} = 193,5$ GHz. A Tabela 6.2 apresenta os dados dos canais usados na simulação e a Figura 6.7 mostra os resultados obtidos.

Tabela 6.2 – Parâmetros utilizados na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra para diferentes valores de separação entre canais.

Fibra DSF [30] ($\lambda_0 = 1550$ nm)			
Espaçamento	Canais		f_{FWM}
Δf_1	$\lambda_1 = 1552$ nm	$f_1 = 193,3$ THz	f_{112}
	$\lambda_2 = 1552,8$ nm	$f_2 = 193,2$ THz	193,4 GHz
Δf_2	$\lambda_1' = 1552$ nm	$f_1' = 193,3$ THz	f_{112}'
	$\lambda_2' = 1553,6$ nm	$f_2' = 193,1$ THz	193,5 GHz

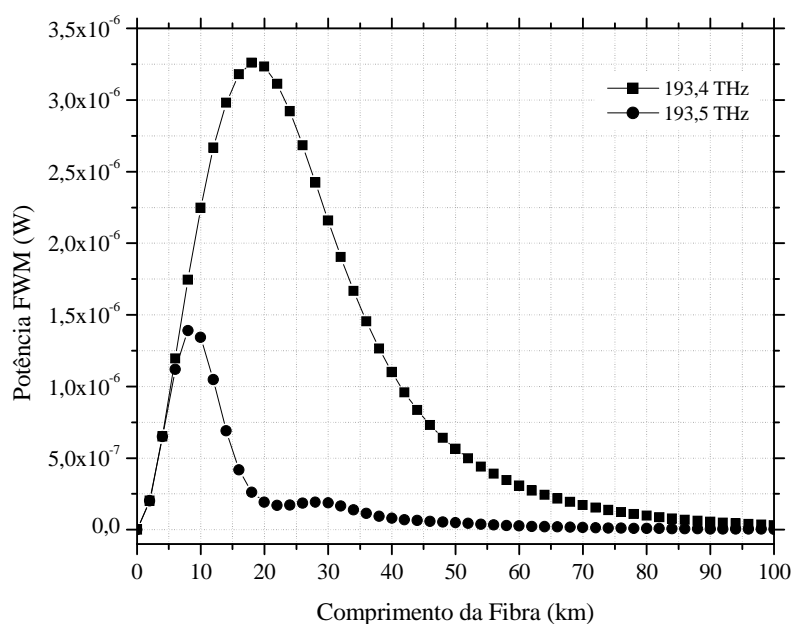


Figura 6.7: Comparação de potência da onda gerada pela FWM para $f_{112} = 193,4$ GHz e $f_{112}' = 193,5$ GHz, considerando espaçamento entre canais de 100 GHz e 200 GHz respectivamente, para uma fibra DSF operando no regime de propagação Anômalo

Pode-se constatar que, devido a um maior espaçamento entre canais e consequentemente o maior descasamento de fase, conforme teoria da Seção 5.4, a componente de frequência gerada pela FWM apresenta menor potência do que a onda gerada pela FWM com um espaçamento menor. Observa-se que a componente de frequência gerada em $f_{112}' = 193,5$ GHz ($\Delta f_2 = 200$ GHz) possui uma eficiência baixa já nos primeiros quilômetros da fibra enquanto que a componente em $f_{112} = 193,4$ GHz ($\Delta f_1 = 100$ GHz) mantém-se com alta eficiência mesmo em comprimentos maiores da fibra. Isso pode ser entendido observando-se a Eq. (5.50) que define o comprimento de coerência.

6.4.2. Posição dos Canais

Nessa subseção foram simuladas duas situações através do VPI para se constatar a interferência entre componentes espectrais geradas e os canais originais. A Figura 6.8 e a Figura 6.9 mostram, respectivamente, um sistema com 3 canais com igual espaçamento ($f_1 = 193,05$ THz, $f_2 = 193,1$ THz, $f_3 = 193,15$ THz) e com espaçamento diferente ($f_1 = 193,02$ THz, $f_2 = 193,1$ THz, $f_3 = 193,15$ THz). Na simulação utilizou-se uma fibra DSF [30] com 50 km na região de 1550 nm, considerando $\lambda_0 = 1550$ nm, e canais com potências iguais a 4 mW.

De acordo com o que foi visto na Seção 5.4, ocorrerá uma interferência entre canais se os mesmo forem escolhidos tal que o espaçamento entre eles seja igual. Ao contrário, se as posições dos canais forem escolhidas cuidadosamente, tanto que não se tenha igual espaçamento, as novas frequências geradas não irão se sobrepor com os canais originais. Em alguns casos, isso pode ser possível quando se tem um número pequeno de canais, necessitando-se assim, de um cálculo cuidadoso das posições dos canais WDM para que nenhuma das componentes geradas pela FWM se situe na mesma posição de qualquer um dos canais WDM.

Para se constatar este fato, utilizou-se a Eq. (5.38) para se calcular a posição das componentes de frequência geradas pela FWM mostrando-se na Figura 6.8 (a) o caso de espaçamento entre canais igual e na Figura 6.9 (a) o caso de espaçamento diferente. A Figura 6.8 (b) e a Figura 6.9 (b) confirmam o posicionamento indicado pelas Figura 6.8 (a) pela Figura 6.9 (a) respectivamente através de simulação realizada no VPI. Com a utilização de espaçamento igual entre os canais originais, pode-se observar que haverá a geração de novas componentes de frequência as quais irão se sobrepor com as frequências dos canais originais. A simulação confirma as posições das componentes espectrais geradas, isto é, há uma perfeita concordância entre a Figura 6.8 (a), teórica, e a Figura 6.8 (b), simulada. A Figura 6.9 mostra que com a utilização de espaçamento diferente entre canais, pode-se observar que não mais haverá a geração de novas componentes de frequência que se situem na mesma frequência dos canais originais.

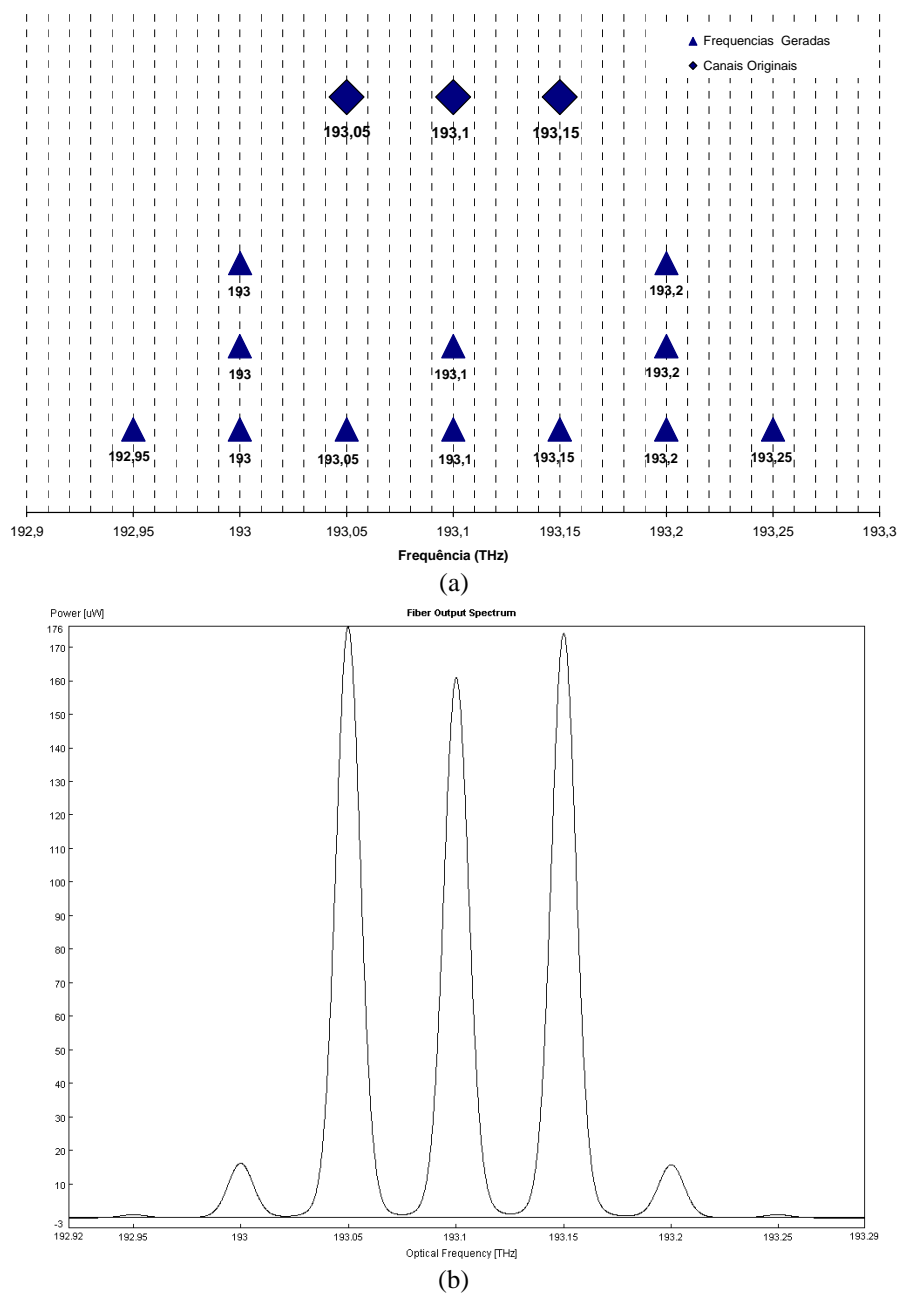
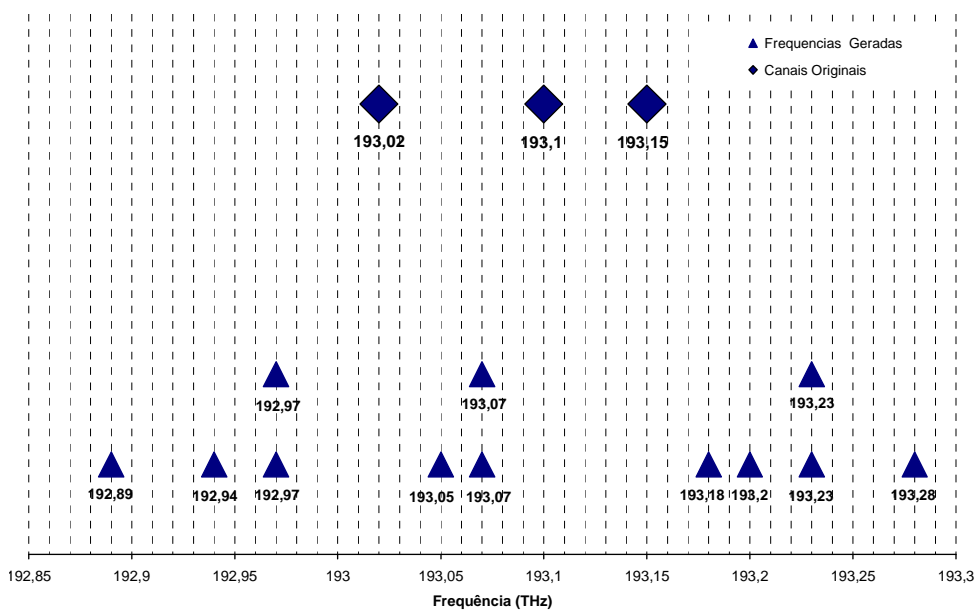
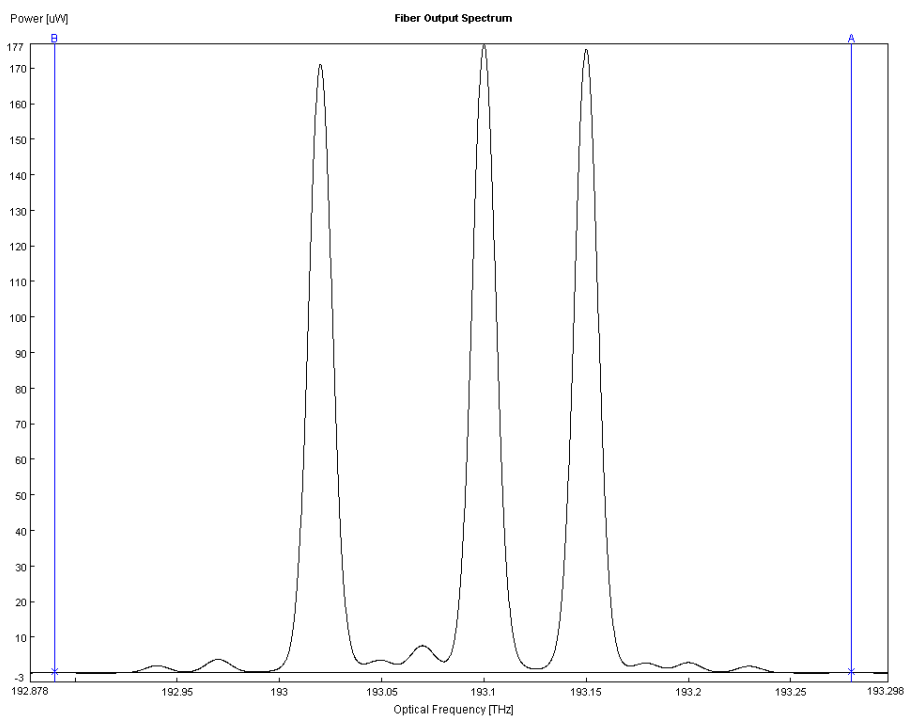


Figura 6.8: Posição dos produtos gerados pela FWM com espaçamento entre canais igual, resultando em interferência nos canais originais. Figura 6.8 (a) gerada pelo software Excel e Figura 6.8 (b) gerada por simulação através do VPI.

Na Figura 6.8 e na Figura 6.9 o nível de potência dos canais originais é influenciado não só pelo processo de FWM mas também por outros efeitos não-lineares, como SPM e XPM, e também pela perda presente na fibra. Os marcadores gráficos laterais indicam a posição das componentes de frequência geradas com A em $f_{113} = 192,28$ THz e com B em $f_{113} = 193,89$ THz.



(a)



(b)

Figura 6.9: Posição dos produtos gerados pela com espaçamento entre canais diferente. Não há interferência nos canais originais. Figura 6.9 (a) gerada pelo software Excel e Figura 6.9 (b) gerada por simulação através do VPI.

Nesse trabalho não se ateu à análise e ao cálculo desses níveis de potência. Certamente, esse é um dos aspectos que deverá ser considerado em trabalhos futuros. Nessa seção complementa-se a análise sobre a interferência causada nos canais originais através da Figura 6.10. Mostra-se o diagrama de olho dos canais originais para o

caso dos mesmos terem igual espaçamento entre si, coluna da esquerda, e o diagrama de olho dos canais com espaçamento diferente entre si, coluna da direita.

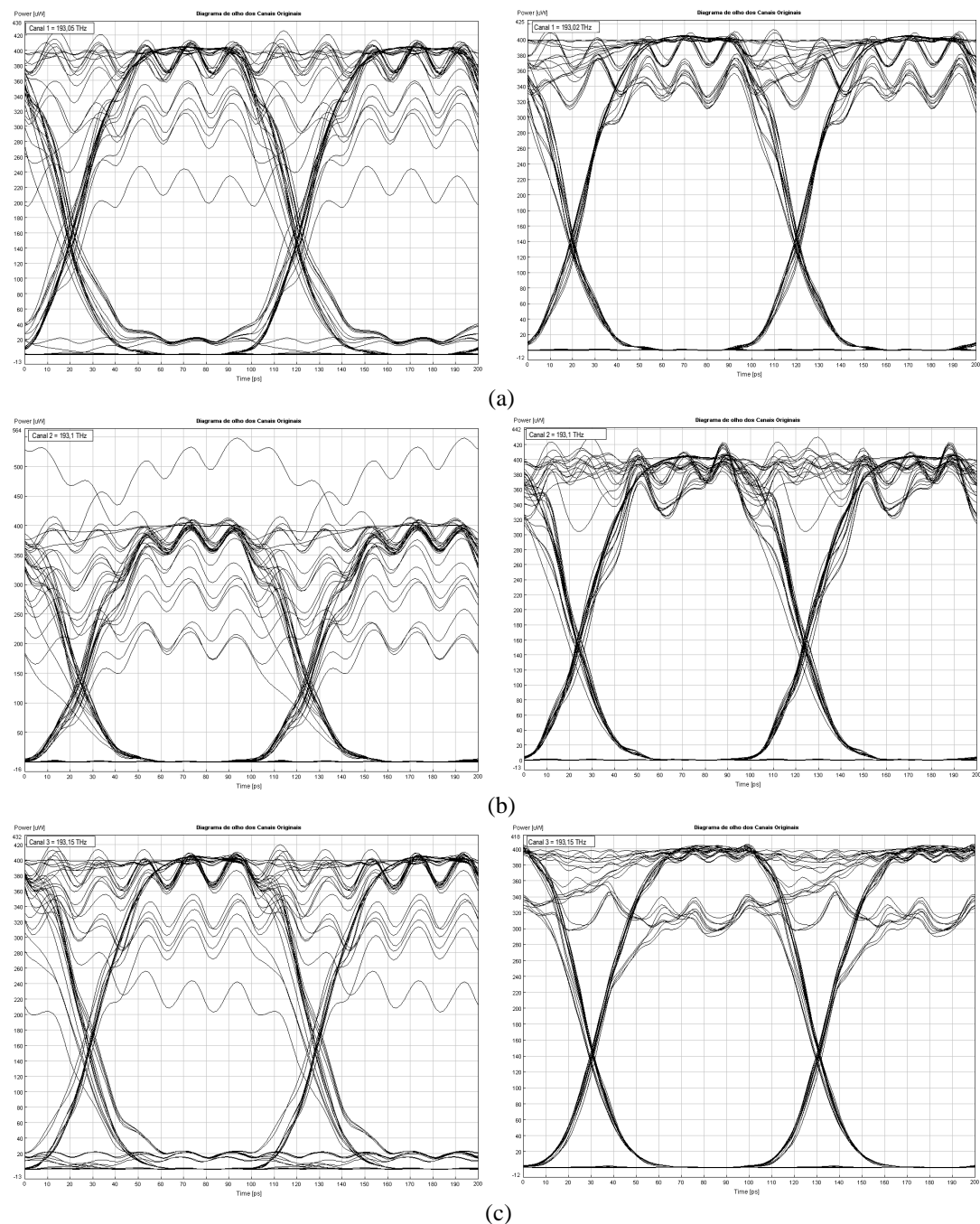


Figura 6.10: Diagramas de olho dos canais originais para espaçamento igual entre canais (coluna da esquerda) e para espaçamento diferente entre canais (coluna da direita). Distância propagada de 50 km em uma fibra DSF. Figuras geradas por simulação através do VPI.

Como se esperava, a abertura do diagrama de olho para o sistema com espaçamento diferente entre canais é maior do que para o sistema com espaçamento i-

qual. Isto se deve, como já mencionado, à interferência nos canais originais causada pelas componentes geradas pela FWM, resultando no fechamento do diagrama de olho. Observa-se que a duração temporal dos bits da coluna da esquerda e da direita não apresenta diferença entre si. Isto se deve ao fato de que ambos os casos a dispersão considerada é a mesma. Ressalta-se, aqui, que foi usado um filtro óptico de largura de faixa de 80 GHz

É importante salientar que de acordo com os resultados obtidos até aqui, observa-se que, aumentando-se o espaçamento entre canais, aumenta-se o descasamento de fase, fazendo com que se tenha uma menor eficiência FWM. Em termos de enlaces de telecomunicações, isso tem o inconveniente de aumentar a largura de banda total do sistema, exigindo que os amplificadores ópticos possuam ganho plano sobre uma largura de banda mais ampla [5].

6.5. Influência da dispersão

Mesmo em fibras DSF uma significativa quantidade de dispersão estará presente em comprimentos de onda de operação além de 1560 nm, reduzindo assim o efeito da FWM. Contudo, o problema é a falta de bons amplificadores nessa banda de operação. O ganho de um EDFA atual diminui bruscamente quando se opera com comprimentos de onda além de 1560 nm [5].

Algumas pesquisas têm sido realizadas para estender a largura de banda do ganho dos EDFA's para que se possibilite a transmissão em longas distâncias em comprimentos de onda de operação além de 1560 nm e também para se projetar amplificadores ópticos baseados no processo Raman [1], [6], como comentado anteriormente no Capítulo 4.

Nessa seção, analisa-se a eficiência FWM quanto à variação da dispersão, considerando a influência do espaçamento entre canais e o comprimento da fibra. Para essa análise, toma-se a região de operação do sistema afastada do comprimento de onda de dispersão zero da fibra, tanto que a derivada da dispersão seja desprezada.

Na Figura 6.11 a seguir, tem-se o comportamento da eficiência FWM para uma fibra DSF, uma fibra Padrão e uma fibra NZDSF todas operando na janela de 1550 nm. Esta figura foi obtida a partir da Eq. (5.45) fazendo $\Delta\beta_T = \Delta\beta$ e com o auxílio do Mathcad.

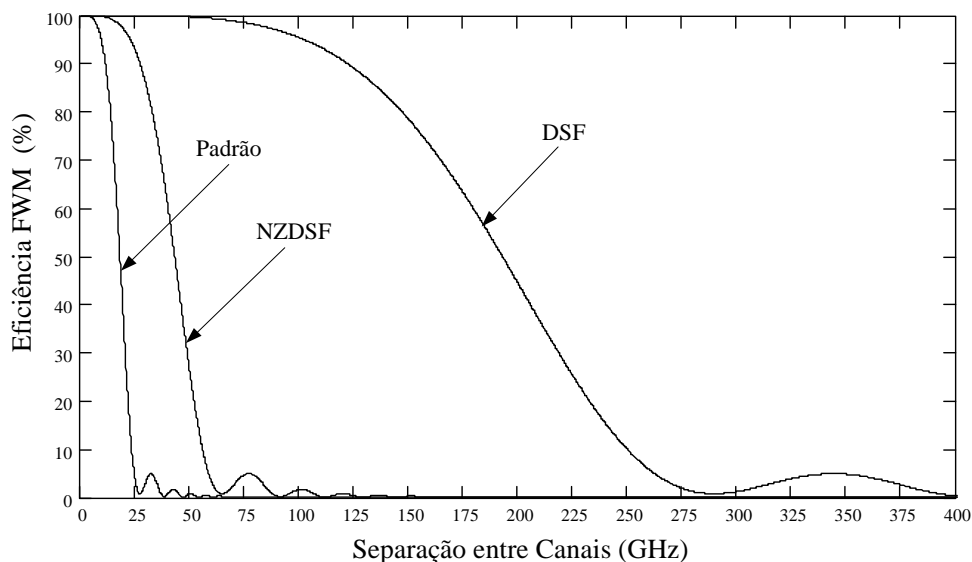


Figura 6.11: Comparação da eficiência FWM entre uma fibra Padrão, uma fibra DSF e uma fibra NZDSF, com $\lambda = 1552$ nm, $\alpha = 0,25$ dB/km e $L = 10$ km.

Pode ser observado que a influência da dispersão na eficiência FWM é caracterizada diferentemente para ambas as fibras. Isto se deve ao fato de que quanto maior for a dispersão, mais difícil será de se conseguir um perfeito casamento de fase, visto que com a presença da dispersão, as ondas co-propagantes terão menor probabilidade de se interferirem construtivamente para um significativo processo de FWM [19]. Como a fibra NZDSF possui um valor de dispersão baixo em relação à fibra Padrão e alto em relação à fibra DSF, a eficiência dessa fibra na geração de produtos FWM é intermediária entre as fibras Padrão e DSF. Isto é, para um mesmo comprimento da fibra, 10 km, e para uma mesma separação espectral entre os canais originais, a eficiência FWM para a fibra NZDSF é maior do que para a fibra Padrão, porém menor do que para a fibra DSF na janela de 1550 nm.

Para verificar o comportamento da FWM sob diferentes valores de dispersão, foi realizada uma simulação pelo VPI mostrando a evolução de uma banda lateral gerada pela FWM para uma fibra DSF e uma fibra NZDSF. Os parâmetros das fibras

foram escolhidos de forma a atender a condição de casamento de fase gerada pela SPM, estudada na Seção 5.5.1.2. A potência de entrada dos canais $P=20$ mW foi escolhida tal que resultasse em $\Omega_S \approx \Omega_{Mmáx}$, Equações (5.59) e (4.25), para dois canais co-propagantes em $\lambda_1 = 1552$ nm (= 193,3 THz) e $\lambda_2 = 1552,8$ nm (= 193,2 THz). A Tabela 6.3 mostra os parâmetros utilizados na simulação e em seguida a Figura 6.12 mostra os resultados obtidos.

Tabela 6.3 – Parâmetros utilizados na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra para diferentes tipos de fibras.

Dispersão (ps/nmkm)	Canais		f_{FWM}
$D_{DSF} = 0,15$ [30]	$\lambda_1 = 1552$ nm	$f_1 = 193,3$ THz	f_{112}
$D_{NZDSF} = 3$ [27]	$\lambda_2 = 1552,8$ nm	$f_2 = 193,2$ THz	193,4 GHz

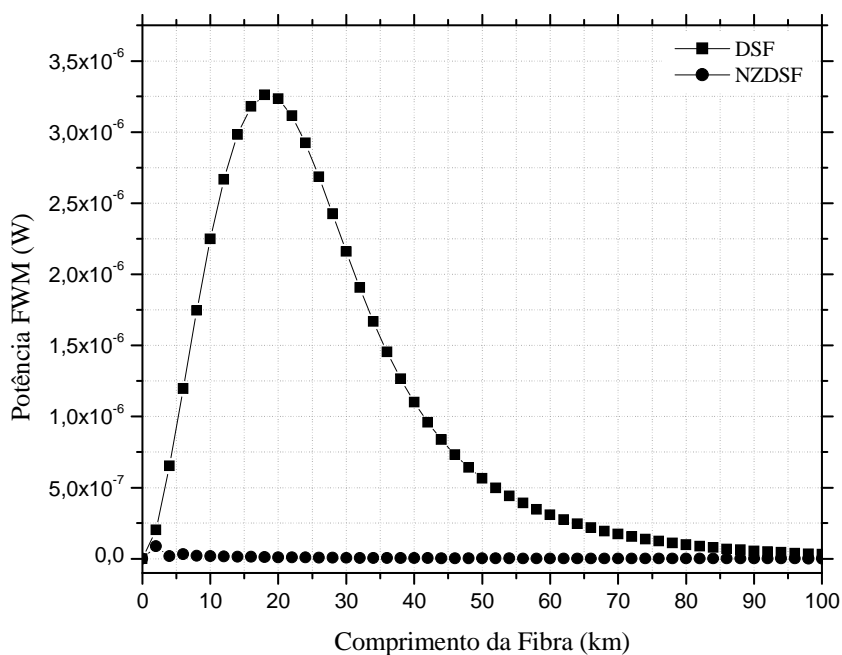


Figura 6.12: Comparação de potência da onda gerada pela FWM para uma fibra DSF e uma fibra NZDSF para dois canais com espaçamento próximo a $\Omega_{Mmáx}$.

Para a fibra NZDSF não ocorre o casamento de fase gerado pela SPM, fazendo com que a onda gerada pelo processo de FWM tenha potência praticamente nula em comparação com a fibra DSF, para a qual a condição $\Omega_S \approx \Omega_{Mmáx}$ foi satisfeita. As fibras NZDSF tornam o efeito de FWM menos eficiente, mas mantêm os níveis de dispersão controlados dentro da região de operação de 1550 nm. Essas fibras a-

presentam na região de 1550 nm um valor de dispersão da ordem de 2 – 6 ps/nmkm, o que significa um valor intermediário entre o valor apresentado pela fibra Padrão (≈ 18 ps/nmkm) e pela fibra DSF ($\approx 0,2$ ps/nmkm).

Para complementar o estudo do efeito do casamento de fase gerado pela SPM, simulou-se através do VPI a propagação de dois canais usando-se uma fibra DSF[30] com espaçamento próximo a $\Omega_{MI\acute{m}ax}$ com $P=20$ mW e considerando-se o regime de propagação Anômalo o regime de propagação Normal. A Tabela 6.4 apresenta os parâmetros utilizados na simulação

Tabela 6.4 – Parâmetros utilizados na simulação da Potência gerada pela FWM em relação à variação do comprimento da fibra considerando diferentes regimes de propagação.

Reg. de Propagação	Canais		f_{FWM}
<i>Normal</i> $D = 0,15$ ps/nmkm	$\lambda_1 = 1552$ nm	$f_1 = 193,3$ THz	f_{112} 193,4 GHz
	$\lambda_2 = 1552,8$ nm	$f_2 = 193,2$ THz	
<i>Anômalo</i> $D = -0,15$ ps/nmkm	$\lambda_1 = 1548$ nm	$f_1 = 193,8$ THz	f_{221} 193,7 GHz
	$\lambda_2 = 1547,2$ nm	$f_2 = 193,9$ THz	

A Figura 6.13 apresenta a potência da onda gerada em $f_{112} = 193,4$ THz para λ_1 e λ_2 em $D_{An\acute{o}m.}$ e a potência da onda gerada em $f_{221} = 193,7$ THz para λ_1' e λ_2' em $D_{Norm.}$ Usou-se um espaçamento entre canais de 100 GHz.

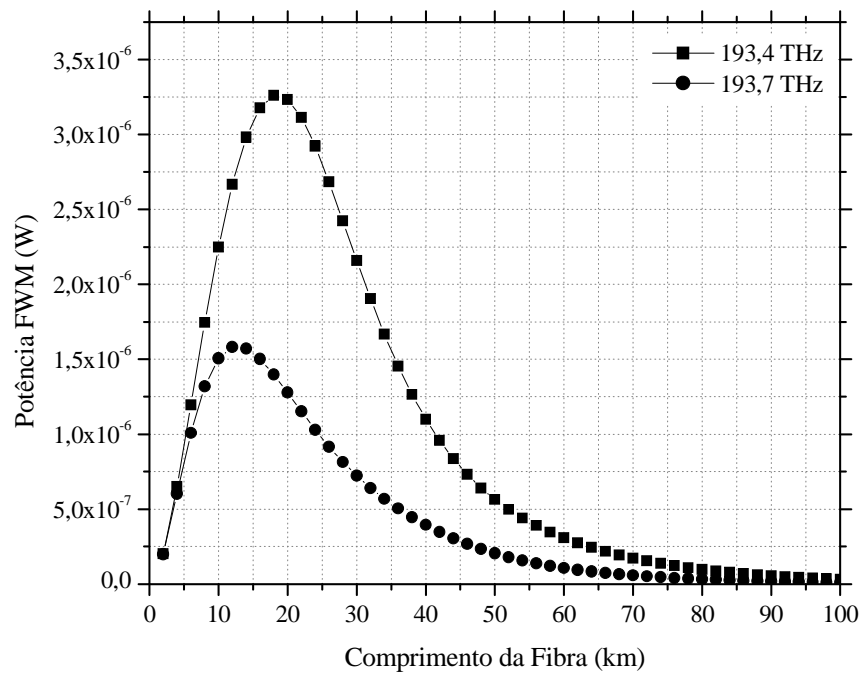


Figura 6.13: Comparação de potência da onda gerada pela FWM para uma fibra DSF operando no regime de propagação Normal e no regime de propagação Anômalo da fibra.

Como se pode observar, o regime de propagação anômalo provê uma melhor condição de casamento de fase do que o regime de propagação normal, usando-se o espaçamento entre canais próximo a $\Omega_{MI\acute{m}ax}$. A componente de frequência gerada pela propagação dos canais no regime anômalo apresenta uma maior eficiência de geração devido à condição de casamento de fase proporcionada pela SPM nesse regime de propagação.

Assim, para um enlace sem gerenciamento de dispersão, a escolha de fibras com $D < 0$ (Dispersão Normal) se faz mais conveniente do que com fibras que possuam $D > 0$ (Regime Anômalo) [67].

Capítulo 7. CONCLUSÕES

7.1. Introdução

Nesse trabalho analisou-se efeitos lineares e alguns efeitos não-lineares em fibras ópticas. Os Capítulos 3 e 4 serviram como base para se estudar com uma maior ênfase as características e os aspectos teóricos do fenômeno não-linear Mistura de Quatro Ondas presente numa fibra óptica. A equação NLS obtida no Capítulo 2, foi solucionada numericamente através de uma ferramenta computacional, o VPI – *Virtual Photonics Inc. – Transmission Module* proporcionando observar as características desses fenômenos através das simulações.

Estudou-se, teoricamente no Capítulo 5, o processo de Mistura de Quatro Ondas, abordando sua origem, eficiência de geração e condições necessárias para se obter um casamento de fase necessário a esse fenômeno. Posteriormente, o Capítulo 6 apresentou alguns dos resultados sobre a característica do processo de FWM através de cálculos e simulações numéricas.

7.2. Conclusões

A partir dos estudos realizados e das simulações apresentadas, constatou-se que o processo de FWM depende de diversas variáveis tais como potência dos canais WDM, separação entre eles, comprimento do enlace de fibra utilizado e nível de dispersão apresentado pela fibra na região de operação do sistema.

A seguir, relacionam-se os principais resultados obtidos nesse trabalho.

A Figura 6.1 constatou o aumento da potência da onda gerada pela FWM ao aumentar-se a potência dos canais de transmissão, como esperado num fenômeno não-linear que depende da potência injetada na fibra óptica. Aumentando-se a potência dos canais, aumentou-se a potência das bandas laterais geradas. Isso era esperado pela verificação do crescimento da potência da onda gerada pela FWM com a potência incidente como visto no modelo teórico da Seção 5.4.1. Pela Figura 6.2, observou-se o surgimento de novas componentes de frequência as quais se devem à participação das duas componentes geradas anteriormente (f_{112} e f_{221}) no processo de FWM, resultando na geração de outras componentes de frequência juntamente com os sinais originais utilizando a Eq. (5.38).

Em seguida, na Seção 6.3 observou-se o comportamento da eficiência FWM com a variação do comprimento da fibra. A Figura 6.3 mostrou essa dependência para um sistema de dois canais. Nela observou-se que no comprimento de coerência, o processo de FWM atinge o mínimo de eficiência. Houve uma concordância entre o valor do comprimento de coerência calculado e aquele obtido pela simulação. Da Figura 6.4 à Figura 6.6, pôde-se observar que para grandes espaçamentos entre canais, a onda gerada pelo processo de FWM terá eficiência apenas nos comprimentos iniciais da fibra. Isso evidencia que, ocorrerá o descasamento de fase entre as ondas co-propagantes já no início da fibra. Diminuindo o espaçamento entre canais, o descasamento ocorre para um comprimento da fibra maior, de acordo com a teoria de comprimento de coerência.

Usando-se uma fibra do tipo DSF, pôde-se analisar a influência da separação entre dois canais co-propagantes no regime anômalo de dispersão. Como era esperado, se ocorrer um maior espaçamento entre canais, a componente de frequência gerada pela FWM terá sua potência menor, se comparada com a potência da onda gerada pela FWM com um espaçamento menor. Isto pode ser observado pela Figura 6.7. A escolha das posições dos canais em um sistema WDM pode influenciar no desempenho do sistema, de acordo com o que foi estudado na Seção 5.4. Constatou-se que para um espaçamento igual entre canais haverá sobreposição das componentes de

frequência geradas pelo processo de FWM com a frequência dos canais originais, conforme mostra a Figura 6.8. Quando se diferencia o espaçamento entre canais, observa-se que não ocorrerá mais sobreposição das frequências de FWM com as frequências dos canais originais, como mostrado na Figura 6.9. Para evidenciar a ocorrência ou não de tal interferência causada pela sobreposição das frequências FWM com a frequência dos canais, mostrou-se a abertura do diagrama de olho dos canais originais, para os casos de igual e diferente espaçamento entre canais. Verificou-se que, de fato, a abertura do diagrama de olho é menor para o caso no qual o sistema WDM é composto por canais que possuem igual espaçamento entre si, indicando uma maior interferência entre canais.

Na Seção 6.5 estudou-se a influência da dispersão nas características do processo de FWM. O nível de dispersão apresentado pela fibra na região de operação do sistema influenciará significativamente nas condições do casamento de fase para que o processo de FWM ocorra. A Figura 6.11 mostrou, para três tipos de fibras, comercialmente disponíveis, a comparação da eficiência FWM em função da separação entre canais. Como era esperado, fibras com maior valor de dispersão apresentam uma menor eficiência de geração do processo de FWM. A fibra NZDSF apresenta um valor de dispersão baixo em relação ao da fibra Padrão e alto em relação ao da fibra DSF, tanto que a eficiência de geração de novas componentes de frequência pelo processo de FWM, para esse tipo de fibra, torna-se intermediária entre as fibras DSF e Padrão, considerando um mesmo comprimento da fibra e dada separação entre canais. Também nessa seção, verificou-se o comportamento da FWM em diferentes tipos de fibras, analisando-se a evolução de uma banda lateral gerada pela FWM para uma fibra DSF e para uma fibra NZDSF. Constatou-se pela Figura 6.12 que o maior valor de dispersão da fibra NZDSF em relação ao da fibra DSF, alterou as condições de casamento de fase, resultando numa onda gerada pelo processo de FWM com potência praticamente nula em comparação com a fibra DSF. Assim, o uso desse tipo de fibra minimiza a potência gerada pela FWM que pode causar interferência nos canais do sistema prejudicando seu desempenho.

Ainda na Seção 6.5, foi feita a análise do casamento de fase a partir da SPM pela simulação de dois canais propagando em uma fibra DSF com espaçamento pró-

ximo a $\Omega_{MImáx}$ para os dois regimes de dispersão, normal e anômalo. Pela Figura 6.13 pôde-se observar que a potência da onda gerada pela FWM no regime anômalo é maior que a potência gerada no regime normal, considerando o mesmo espaçamento entre canais. Isto se deve ao fato de que no regime anômalo, há melhores condições para se obter um casamento de fase para que o processo de FWM ocorra, conforme visto na teoria do Capítulo 5.

O estudo realizado neste trabalho sobre os efeitos lineares e não-lineares presentes em fibras ópticas serviu para verificar as características de tais fenômenos na propagação de pulsos ópticos. A análise teórica da FWM foi confirmada com algumas simulações realizadas no Capítulo 6. Elas mostraram a eficiência de geração de potência FWM com diversas variáveis relacionadas à parâmetros da fibra e de pulsos incidentes.

Certamente, todos os resultados aqui obtidos servem como base para avaliação do desempenho de redes ópticas de telecomunicações.

7.3. Trabalhos futuros

Estudos futuros podem se feitos a partir do presente trabalho. Considerando-se a teoria sobre efeitos lineares e não-lineares nos Capítulos 3, 4 e 5 e analisando-se os resultados obtidos no Capítulo 6, pode-se realizar um estudo das interações do fenômeno FWM em um sistema WDM com um número maior de canais. O estudo deverá contemplar a influência da potência gerada pelo processo de FWM em termos de penalidade causada ao enlace, incluindo o cálculo de importantes parâmetros tais como: penalidade de potência, nível de interferência entre canais, cálculo da Relação Sinal/Ruído, Taxa de Erro de Bit – BER (*Bit Error Rate*) [1], [5].

As interações do processo de FWM com o ruído oriundo de amplificadores ópticos é também uma opção para futuros trabalhos visto que pode-se obter condições propícias para o casamento de fase do sinal e do ruído [68].

Aspectos teóricos sobre conversores de comprimento de onda [1], [69], [70] e sobre amplificadores paramétricos [16] também são opção de trabalhos futuros, pois permitem estudar assuntos os quais se fazem atuais nos modernos sistemas de comunicações ópticos tendo como prerrogativa a aplicação do processo de FWM como um benefício para tais sistemas.

Anexo A - O MÉTODO NUMÉRICO SPLIT-STEP FOURIER

Para se obter a solução da Equação Não-Linear de Schrödinger – NLSE, é necessário uma aproximação numérica para que se tenha um entendimento dos efeitos não-lineares nas fibras ópticas, uma vez que tal equação é uma equação diferencial parcial não-linear que geralmente não apresenta soluções analíticas, a não ser em certos casos particulares [6], [16].

Um método bastante usado para resolver o problema de propagação de pulsos em meios dispersivos e não-lineares é o Método Split-Step Fourier. Esse método SSF (Split-Step Fourier) baseia-se no algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fourier Fast Transform*).

Escrevendo a equação de propagação na forma:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A \quad (\text{A - I})$$

onde \hat{D} é um operador que leva em conta os efeitos lineares – dispersão e perda igual a:

$$\hat{D} = -j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3}{\partial T^3} - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{A - II})$$

e \hat{N} é um operador que leva em conta os efeitos não-lineares dado por:

$$\hat{N} = j\gamma|A|^2 \quad (\text{A - III})$$

Embora a dispersão e a não-linearidade estejam agindo juntas ao longo da fibra óptica, a solução aproximada do método SSF admite que o campo óptico propaga por uma pequena distância h , ou seja, a propagação de z a $z + h$ é realizada em dois passos, o primeiro passo faz $\hat{D} = 0$ e somente a não-linearidade estará presente na Eq. (A - I) e o segundo passo faz $\hat{N} = 0$ e apenas a dispersão estará agindo na Eq. (A - I). Matematicamente tem-se:

$$A(z + h, T) \approx \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})A(z, T) \quad (\text{A - IV})$$

onde o operador exponencial pode ser calculado no domínio de Fourier usando-se:

$$\exp(h\hat{D})B(z, T) = \mathfrak{F}_T^{-1} \exp[h\hat{D}(j\omega)] \mathfrak{F}_T B(z, T) \quad (\text{A - V})$$

\mathfrak{F}_T representa a operação de Transformada de Fourier, ω é a frequência no domínio de Fourier e $\hat{D}(j\omega)$ é obtido a partir da Eq. (A - II) pela troca do operador diferencial $\partial/\partial T$ por $j\omega$. O uso do algoritmo FFT faz o cálculo numérico da Eq. (A - V) ser bem rápido, tornando assim o método SSF mais rápido que a maioria dos métodos.

Na prática, h é normalmente escolhido de modo a não permitir que a fase não-linear acumulada no intervalo, isto é $\phi_{NL} = \gamma|A|^2h$, seja maior que alguns miliradianos. Porém, para se ter certeza de que os resultados da simulação não dependem do passo h escolhido, ϕ_{NL} deve ser repetida para vários valores diferentes de h e os resultados posteriormente comparados [68].

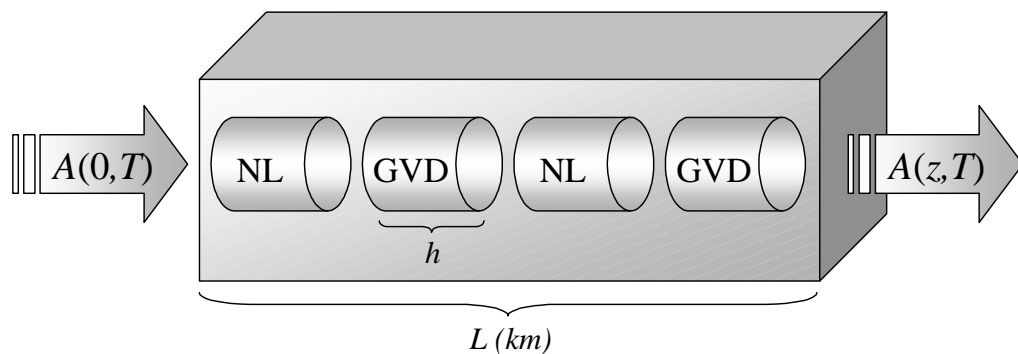


Figura A - I: Representação esquemática do Método Split-Step Fourier usado para simulações numéricas.

A Figura A – I mostra que, na implementação do método SSF, tem-se a divisão do comprimento total da fibra em um grande número de segmentos os quais não necessitam ser igualmente espaçados. O pulso óptico é propagado de segmento em segmento usando a Eq. (A - IV) e o campo óptico $A(z+h,T)$ é obtido pela inclusão ora dos efeitos da dispersão na fibra ora pela inclusão dos efeitos não-lineares usando o algoritmo FFT e a Eq. (A - V). A escolha do tamanho dos passos depende de quão complexo é o problema e às vezes, é necessário repetir os cálculos reduzindo-se o tamanho do passo para assegurar boa precisão da simulação numérica.

Vários programas de simulações são usados para prover a solução numérica da Equação NLS, dentre eles, o VPI – *Virtual Photonics Inc.* – com seu módulo *Transmission Maker*, o qual proporcionou realizar várias simulações com o objetivo de enriquecer o presente trabalho. Dentre suas características, pode-se citar:

- A criação de esquemáticos de sistemas baseados numa biblioteca de ícones gráficos e uma interface de usuário gráfica, fazendo com que cada ícone represente um componente do sistema (fibras ópticas, filtros, etc.) e componentes de simulação (fontes de dados, medidores de potência, analisadores de espectro, etc.);
- Interação do usuário com o programa durante a simulação, possibilitando-o quando quiser, a modificação de um parâmetro ou de alguma condição de operação a fim de avaliar o seu efeito;
- Ampla faixa de ferramentas de visualização e processamento de sinais, incluindo formas de onda, espectros ópticos e elétricos, diagramas de olho, entre outras.

Sendo assim, o VPI *Transmission Maker*, que faz o uso do método numérico Split Step Fourier para a solução da equação de propagação do pulso, propicia uma análise numérica de efeitos dispersivos e não-lineares em fibras ópticas, como mencionado anteriormente.

Anexo B - UNIDADES DO ÍNDICE DE REFRAÇÃO NÃO-LINEAR

A parte não-linear presente no índice de refração expressa por $\delta n_{\text{NL}} = n_2 |E|^2$ [16], governa um grande número de efeitos não-lineares em fibras ópticas necessitando, dessa forma, de medidas precisas de sua magnitude. Entretanto, antes é preciso discutir e verificar em que unidades sua magnitude será expressa [34], [35].

No Sistema Internacional de Unidades (SI) o campo elétrico é expresso em V/m. Como δn_{NL} é adimensional, as unidades de n_2 são m^2/V^2 . Na prática, a forma mais conveniente de se expressar a contribuição não-linear é por $\delta n_{\text{NL}} = n_2^I I$, onde I é a intensidade do campo óptico e se relaciona a E por:

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n |E|^2 \quad (\text{B - I})$$

onde ϵ_0 é a permissividade no vácuo ($\epsilon_0 = 8,8542 \times 10^{-12}$ F/m), c é a velocidade da luz no vácuo ($c = 3 \times 10^8$ m/s) e n é a parte linear do índice de refração ($n \approx 1,45$ para fibras de sílica). O parâmetro n_2^I tem unidades de m^2/W e é relacionado a n_2 por:

$$n_2^I = \frac{2 n_2}{\epsilon_0 c n} \quad (\text{B - II})$$

Nos primeiros experimentos, às vezes era comum usar n_2 em unidades eletrostáticas – esu (*electrostatic units*). Assim, utiliza-se aqui, a seguinte notação:

$$n_2^I \text{ em unidades SI (m}^2/\text{W) e } n_2^{\text{esu}} \text{ em unidades eletrostáticas (esu)}$$

Pode-se converter unidades esu para unidades SI usando-se a seguinte relação [16], [34], usando-se $n = 1,45$ para fibras de sílica:

$$n_2^I = \left(\frac{80\pi}{cn} \right) n_2^{esu} \approx 5,78 \times 10^{-7} n_2^{esu} \quad (\text{B - III})$$

O valor usado neste trabalho foi $n_2^I = n_2 = 2,6 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$ (em unidades SI).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] – AGRAWAL, Govind. P. *Fiber Optics Communication Systems*. 3rd Ed., New York – USA: Wiley-Interscience, 2002.

[2] – RIBEIRO, J. A. Justino. *Fundamentos de Comunicações Ópticas*. 2^a Ed., Santa Rita do Sapucaí – BR: Instituto Nacional de Telecomunicações, 1999.

[3] – HIGGINS, Thomas V. In just Two Decades, Fiberoptic Transmission Technology has revolutionized Telecommunications and Cable-TV Networks. *Laser Focus World*, August 1995. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: julho 2002.

[4] – ALEXANDER, Stephen B. Wavelength Division. *Lightwave*, June 1997. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: julho 2002.

[5] – RAMASWAMI, Rajiv; SIVARAJAN, Kumar N. *Optical Networks: A Practical Perspective*. 2nd Ed., San Diego – USA: Academic Press, 2002.

[6] – KEISER, Gerd. *Optical Fibers Communications*. 3rd Ed., USA: McGraw-Hill, 2000.

[7] – BERGANO, Neal S.; DAVIDSON, C. R. Wavelength Division Multiplexing in Long-Haul Transmission Systems. *J. Lightwave Technology*, vol. 14, Nº 06, p. 1299-1308, June 1996.

[8] – GIRARD, André. “Handling Special Effects: Nonlinearity, Chromatic Dispersion, Soliton Waves. *Lightwave*, July 2000. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: junho 2002.

- [9] – MARCINIAK, Marian. IP/Optical Networks: The Impact of Optical Transparency. *LFNM'2001*, Kharkiv – Ukraine, 22-24 May, 2001.
- [10] – MITRA, Partha P.; STARK, Jason B. Nonlinear Limits to the Information Capacity of Optical Fibre Communications. *Nature*, vol. 411, June 2001.
- [11] – TOWER, Christopher.; DOWDELL, E. Alan. Advanced Optical Fiber for Long Distance Telecommunications Networks. *Corning Incorporated*. (Apresentado no AMTC 2000). Disponível em: <<http://www.corning.com>>. Acesso em: março 2003.
- [12] – ZOU, X. Y. et al. Limitations in 10 Gb/s WDM Optical-Fiber transmission when using a variety of Fiber Types to Manage Dispersion and Nonlinearities. *J. Lightwave Technology*, vol. 14, Nº 06, p. 1144-1152, June 1996.
- [13] – MCMAHON, Robert. Nonzero-Dispersion-Shifted Fiber: The Choice for DWDM. *WDM Solutions*, January 2001. Disponível em: <<http://fw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: julho 2002.
- [14] – ALONSO, Marcelo; FINN, Edward J. *Física: Um Curso Universitário Vol. II – Campos e Ondas*. 1ª Ed. Tradução: Ivan C. Nascimento e Curt E. Hennies, São Paulo – BR: Edgard Blücher Ltda, 1972. Título original: *Fundamental University Physics*.
- [15] – JACKSON, J. David. *Classical Electrodynamics*. 3rd Ed., California – USA: John Wiley & Sons, 1975.
- [16] – AGRAWAL, Govind. P. *Nonlinear Fiber Optics*. 3rd Ed., San Diego – USA: Academic Press, 2001.
- [17] – FRANKEN, P. A.; WARD, J. F. Optical Harmonics and Nonlinear Phenomena. *Reviews of Modern Physics*, vol. 35, Nº 01, p. 23-39, January 1963.
- [18] – YARIV, Amnon. *Optical Electronics in Modern Communications*. 5th Ed., New York – USA: Oxford University Press, 1997.
-

- [19] – HIGGINS, Thomas V. Nonlinear Optical Effects are Revolutionizing Electrooptics. *Laser Focus World*, August 1994. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: dezembro 2002.
- [20] – WAARTS, Robert G. et al. Nonlinear Effects in Coherent Multichannel Transmission through Optical Fibers. *Proceedings of the IEEE*, vol. 78, Nº 08, p. 1344-1368, August 1990.
- [21] – HAUS, Hermann. A. *Waves and Fields in Optoelectronics*. 1st Ed., New Jersey – USA: Prentice-Hall, 1984.
- [22] – SPIEGEL, M. R. *Manual de Fórmulas, Métodos e Tabelas de Matemática: 2^a Ed.* Tradução: J. M. L Silva, São Paulo – BR: Makron Books, 2000. Título original: Shcaum's Outline Series: Mathematical Handbook of Formulas and Tables.
- [23] – MARCUSE, Dietrich. *Light Transmission Optics*. 2^a Ed., New Jersey – USA: Robert E. Krieger Publishing Company, 1989.
- [24] – MARCUSE, Dietrich. *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. 2nd Ed., San Diego – USA: Academic Press, 1991.
- [25] – MIYA, T. et al. Ultimate Low-Loss Single-Mode Fibre at 1,55 μm . *Electronics Letters*, vol. 15, p. 106-108, February 1979.
- [26] – LUCENT TECHNOLOGIES. *Fibra Óptica Monomodo – AllWave*. 1998. Disponível em: <<http://www.lucent.com>>. Acesso em: dezembro 2002.
- [27] – LUCENT TECHNOLOGIES. *Fibra Óptica de Dispersão Deslocada Não Nula – TrueWave RS*. 1998. Disponível em: <<http://www.lucent.com>>. Acesso em: dezembro 2002.
- [28] – LIU, Yongqian. Challenging the Limits of Chromatic Dispersion. *Lightwave*, May 2001. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: julho 2002.
-

- [29] – LUCENT TECHNOLOGIES. *Fibra Óptica de Perfil Monomodo – Matched Cladding*. 2000. Disponível em: <<http://www.lucent.com.br>>. Acesso em: abril 2002.
- [30] – CORNING INCORPORATED. *Corning SMF/DS CPC6 Single Mode Dispersion-Shifted Optical Fiber*. 1996.
- [31] – CAPUTO, M. Regina C.; GOUVÊA, M. Elizabeth. Dispersion Slope Effects of the Compensation Dispersion Fiber for Broadband Dispersion Compensation in the Presence of Self-Phase Modulation. *Optics Communications*, Nº 178, p. 323-331, March 2000.
- [32] – JUNGJOHANN, James et al. Will Dispersion Kill Next-Generation 40-Gbit/sec Systems? *Lightwave*, October 2001. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: julho 2002.
- [33] – HECCHT, Jeff. Mitigating Nonlinear Effects is Essencial to Long-Haul Transmission Systems. *Laser Focus World*, May 2002. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: julho 2002.
- [34] – BUTCHER, P. N.; COTTER, D. *The Elements of Nonlinear Optics*. 1st Ed., Cambridge – UK: Cambridge University Press, 1990.
- [35] – BOYD, Robert W. *Nonlinear Optics*. 1st Ed., San Diego – USA: Academic Press, 1992.
- [36] – HAUSS, Hermann A. Molding Light into Solitons. *IEEE Spectrum*, p. 48-53, March 1993.
- [37] – HAUSS, Hermann A. Optical Fiber Solitons, their Properties and Uses. *Proceedings of the IEEE*, vol. 81, Nº 07, p. 970-982, July 1993.
- [38] – CAPUTO, M. Regina C.; GOUVÊA, M. Elizabeth. Sóliton em Fibra Óptica: Obtenção e Solução da Equação que Governa o Fenômeno. *Revista Telebrás*, p. 62-69, dezembro de 1994.
-

- [39] – POTASEK, M. J.; AGRAWAL, G. P. Self-Amplitude-Modulation of Optical Pulses in Nonlinear Dispersive Fibers. *Physical Review A*, vol. 36, N° 08, p. 3862-3867, October 1987.
- [40] – TAI, K.; HASEGAWA, A.; TOMITA, A. Observation of Modulation Instability in Optical Fibers. *Physical Review Letters*, vol. 56, N° 02, p. 135-138, January 1986.
- [41] – GROSZ, Diego F.; FRAGNITO, Hugo L. Power Modulation due to Modulation Instability Effects in WDM Optical Communication Systems. *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 18, N° 04, p. 275-278, July 1998.
- [42] – GROSZ, Diego F.; FRAGNITO, Hugo L. Pulse Distortion and Induced Penalties due to Modulation in WDM Systems. *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 19, N° 02, p. 149-152, October 1998.
- [43] – GROSZ, Diego F. et al. Modulation Instability Induced Resonant Four-Wave Mixing in WDM Systems. *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, N° 03, March 1999.
- [44] – AGRAWAL, Govind P. Modulation Instability Induced by Cross-Phase Modulation. *Physical Review Letters*, vol. 59, N° 08, p. 880-883, August 1987.
- [45] – AGRAWAL, Govind P.; BALDECK, P. L.; ALFANO, R. R. Temporal end Spectral Effects of Cross-Phase Modulation on Copropagating Ultrashort-Pulses in Optical Fibers. *Physical Review*, vol. 40, N° 09, p. 5063-5072, November 1989.
- [46] – FULLER, Meghan. Raman amplifiers combine with EDFAs to tackle system-distance limitations. *Lightwave*, December 2000. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: dezembro 2002.
- [47] – EVANS, Alan; RAHMAN, Ashiqur. Raman amplification key to solving capacity, system-reach demands. *Lightwave*, August 2000. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: dezembro 2002.
-

[48] – SCHAFER, Rick; JUNGJOHANN, Jim. Raman amplification: longer, wider, faster, cheaper. *Lightwave*, March 2001. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: dezembro 2002.

[49] – LIN, Sharlene. Opening the S-band, and more, with Raman amplification. *Lightwave*, March 2001. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: janeiro 2003.

[50] – CORVIS, Bertrand Clesca. Optical amplification techniques tussle for metro dominance. *Lightwave Europe*, May 2002. Disponível em: <<http://lfw.pennnet.com/Articles>>. Acesso em: janeiro 2003.

[51] – KAMINOW, Ivan P.; KOCH, Thomas L. *Optical Fiber Telecommunications IIIA*. 1st Ed., San Diego – USA: Academic Press, 1997.

[52] – MAEDA, Mari W. et al. The Effect of Four-Wave Mixing in Fibers on Optical Frequency-Division Multiplexed Systems. *J. Lightwave Technology*, vol. 08, Nº 09, p. 1402-1408, September 1990.

[53] – CORNING INCORPORATED. *Corning LEAF Optical Fiber – Product Information*. 2002. Disponível em: <<http://www.corning.com>>. Acesso em: janeiro 2003.

[54] – LUCERO, A. J. et al. 320 Gbit/s WDM Transmission over 450 km of LEAF Optical Fiber. *Corning Incorporated*. 2002. Disponível em: <<http://www.corning.com>>. Acesso em: janeiro 2003.

[55] – TKACH, R. W. et al. Four-Photon Mixing and High-Speed WDM Systems. *J. Lightwave Technology*, vol. 13, Nº 05, p. 841-849, May 1995.

[56] – HILL, K. O. et al. CW three-wave mixing in single-mode optical fibers. *J. Applied Physics*, vol. 49, Nº 10, p. 5098-5106, October 1978.

[57] – CHRAPLYVY, Andrew R. Limitations on Lightwave Communications Imposed by Optical-Fiber Nonlinearities. *J. Lightwave Technology*, vol. 08, Nº 10, p. 1548-1557, October 1990.

- [58] – STOLEN, Roger H.; BJORKHOLM, John E. Parametric Amplification and Frequency Conversion in Optical Fibers. *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-18, N° 07, p. 1062-1072, July 1982.
- [59] – MORGAN, Patrick N.; LIU, Jia Ming. Parametric Four-Photon Mixing Followed by Stimulated Raman Scattering with Optical Pulses in Birefringent Optical Fibers. *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 27, N° 04, p. 1011-1021, April 1991.
- [60] – AGRAWAL, Govind P. *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. 1st Ed., San Diego – USA: Academic Press, 2001.
- [61] – SHIBATA, Nori; BRAUN, Ralf P.; WAARTS, Robert G. Phase-Mismatch Dependence of Efficiency of Wave Generation Through Four-Wave Mixing in a Single-Mode Optical Fiber. *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. QE-23, N° 07, p. 1205-1210, July 1987.
- [62] – INOUE, Kyo; TOBA, Hiromu. Error-Rate Degradation due to Fiber Four-Wave Mixing in Four-Channel FSK Direct-Detection Transmission. *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 03, N° 01, p. 77-79, January 1991.
- [63] – SONG, Shuxian et al. Intensity-Dependent Phase-Matching Effects on Four-Wave Mixing in Optical Fibers. *J. Lightwave Technology*, vol. 17, N° 11, p. 2285-2290, November 1999.
- [64] – INOUE, Kyo. Four-Wave Mixing in an Optical Fiber in the Zero-dispersion Wavelength Region. *J. Lightwave Technology*, vol. 10, N° 11, p. 1553-1561, November 1992.
- [65] – FREITAS, Márcio; CALMON, Luiz de Calazans; ALMEIDA, Renato Tannure R. Mistura de Quatro Ondas em Sistema WDM Utilizando Fibras DS. *Anais do 19º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Fortaleza/CE, setembro de 2001.
- [66] – FREIRE, Mário M. et al. Limitações Impostas à Transmissão Óptica a 1550 nm por Efeitos não-lineares em Fibras Monomodais Padrão. *2º Encontro Nacional do Colégio de Engenharia Electrotécnica – Ordem dos Engenheiros*, Lisboa p. 477-484, 14 a 15 de dezembro de 1995.
-

[67] – GROSZ, Diego F.; FRAGNITO, Hugo L. Spectral Evolution of a Two-Channel WDM System in the presence of Modulation Instability. *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 20, N° 06, p. 389-393, March 1999.

[68] – GROSZ, Diego F. *Efeitos Não-lineares em Sistemas de Comunicação Óptica de Longas Distâncias e Altas Taxas*. 1998. Tese de Doutorado – Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade de Campinas, São Paulo.

[69] – INOUE, Kyo; TOBA, Hiromu. Wavelength Conversion Experiment using Fiber Four-Wave Mixing. *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 04, N° 01, p. 69-72, January 1992.

[70] – YAMAMOTO, Takashi; NAKAZAWA, Masataka. Highly Efficient Four-Wave Mixing in an Optical Fiber with Intensity Dependent Phase Matching. *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 09, N° 03, p. 327-329, March 1997.
