

Análise de Desempenho de Sistemas Multiportadora em Canais com Ceifamento de Pico.

LUCIANO LEONEL MENDES

Dissertação apresentada ao Instituto Nacional de Telecomunicações, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: PROF. DR. ADONIAS COSTA DA SILVEIRA

Co-Orientador: PROF. DR. GERALDO GIL RAMUNDO GOMES

Santa Rita do Sapucaí
2003

Dissertação defendida e aprovada em 18/06/2003, pela comissão julgadora:

Prof. Dr. Adonias Costa da Silveira (Orientador) - Inatel

Prof. Dr. Renato Baldini Filho - UNICAMP

Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo - Inatel

Coordenador do Curso de Mestrado

A Deus e a todos que me
apoiaram neste desafio.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao Prof. Dr. Adonias Costa da Silveira e ao Prof. Dr. Geraldo Gil Ramundo Gomes por me orientarem pelos caminhos que culminaram neste trabalho.

É também neste pequeno espaço que venho demonstrar meu enorme agradecimento ao Prof. Dr. Sandro Adriano Fasolo e Prof. Dr. Carlos Alberto Ynoguti, não apenas pelo apoio técnico que fundaram em mim os conhecimentos necessários para o desenvolvimento de várias etapas deste trabalho, mas também pela moral e solidariedade que foram para mim exemplos de honestidade e caráter.

Agradeço também à Adriana pelo carinho, atenção, amor e compreensão dedicados a mim durante estes longos anos, e aos seus pais, José Vitor e Fátima, que me acolheram no seio de sua família e não me abandonaram em nenhum momento deste desafio.

Venho agora agradecer às pessoas mais importantes em minha vida, que não só me acompanharam nesta jornada, mas estão sempre ao meu lado desde de que neste mundo embarquei. A você, querida e amada mãe, Olívia, agradeço por sempre ser solidária e por forjar em mim a vontade de crescer a cada dia. A você, meu pai, Joaquim, agradeço pelo apoio prestado em todos os momentos de minha vida. A vocês queridos irmãos, Flávia, Fernando, Flávia e Leonardo, agradeço por sempre estarem ao meu lado, ajudando-me a crescer e sendo exemplos de fraternidade e compreensão. A você, Leonardo, agradeço novamente por ter acreditado em meu potencial e por ter investido em meu conhecimento. Sem a sua ajuda eu não produziria este fruto.

Finalmente, gostaria de agradecer a todos os professores que consolidaram os conhecimentos necessários a realização desta obra.

A todos vocês, muito obrigado.

Índice

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vii
Lista de Abreviaturas e Siglas	ix
Lista de Símbolos	xi
1 Introdução	1
1.1 Desvanecimento Seletivo	1
1.2 Sistemas de Portadora Única	4
1.3 Princípios da Técnica OFDM	6
1.4 Vantagens e Desvantagens do Sinal OFDM	9
1.5 Estrutura da Dissertação	12
2 Geração e Detecção de Sinais OFDM	14
2.1 Introdução	14
2.2 Método da Força Bruta	15
2.3 Método da IFFT/FFT	20
2.4 Estatísticas do Sinal OFDM	28
3 Modelagem de Canais com Ceifamento de Pico	32
3.1 Introdução	32
3.2 Modelagem do Ceifamento como Ruído Aditivo	34
3.3 Modelagem do Ceifamento como Ruído Impulsivo	40
4 Comparação entre a Modelagem do Ceifamento como Ruído Aditivo e Impulsivo	59
4.1 Introdução	59
4.2 Efeito do Ceifamento no Sinal OFDM	59
4.3 Comparação entre os Modelos para Canais com Ceifamento	61
5 Conclusões	64

A	Artigos publicados desta Dissertação	66
B	Programas Utilizados nas Simulações	67
	Bibliografia	71

Lista de Figuras

1.1	Ambiente com multipercurso	2
1.2	Resposta em frequência do canal com multipercurso.	3
1.3	Modulador digital genérico.	4
1.4	Espectro de um sinal digital em um canal com desvanecimento seletivo.	6
1.5	Comparação entre os espectro de sinais de portadora única, OFDM e FDM.	9
1.6	Efeito do desvanecimento seletivo nos sistemas de portadora única e multiportadora.	10
1.7	Efeito do desvanecimento plano nos sistemas de portadora única e multiportadora.	11
2.1	Diagrama em blocos do modulador OFDM	15
2.2	Geração do símbolo OFDM	16
2.3	Espectro de amplitudes do símbolo OFDM	17
2.4	Diagrama em blocos de um receptor OFDM	18
2.5	Equalização no Domínio da Frequência	20
2.6	Modulador OFDM utilizando a IDFT	23
2.7	Demodulador OFDM utilizando a DFT	26
2.8	Sistema OFDM com transmissão da parte imaginária da IDFT	26
2.9	Sistema OFDM utilizando o Método da IFFT/FFT	27
2.10	fdp de um sinal OFDM	30
2.11	Sinal OFDM no domínio do tempo	31
3.1	Ponto de operação do amplificador de potência	32
3.2	Relação entre o sinal de entrada e de saída de um amplificador de potência	33
3.3	Sinal OFDM ceifado	35
3.4	Modelo para ruído aditivo	36
3.5	Relação entre a variância do sinal e a variância do ruído de ceifamento	37
3.6	Constelação 64QAM	38
3.7	Ceifamento de pico do sinal OFDM	41

3.8	fmp da taxa de cruzamento de limiar	42
3.9	Densidade Espectral de Potência do símbolo OFDM	43
3.10	fdp da duração do ceifamento	45
3.11	Comparação entre pulso parabólico e parcela ceifada do sinal OFDM	48
3.12	Espectro do pulso de ceifamento	49
3.13	Mapeamento no plano complexo distorcido	54
4.1	Efeito do ceifamento no sinal OFDM	60
4.2	Espectro do sinal OFDM ceifado e não ceifado	60
4.3	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com mod- ulação QPSK	62
4.4	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com mod- ulação 16QAM	62
4.5	Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM modulação 64QAM	63

Lista de Tabelas

1.1	Parâmetros utilizados na geração da figura 1.4	5
2.1	Parâmetros do sinal OFDM	16
2.2	Características do padrão DVB-T	28
4.1	Características do sistema OFDM	59

Lista de Abreviaturas e Siglas

3G	Sistema Móvel Celular de Terceira Geração.
AWGN	(<i>Additive White Gaussian Noise</i>) Ruído Branco Aditivo com Distribuição Gaussiana
b/s	(<i>bits per second</i>) Bits por segundo
DAB	(<i>Digital Audio Broadcasting</i>) Radiodifusão de Áudio Digital
DFT	(<i>Discrete Fourier Transform</i>) Transformada de Fourier Discreta
DSP	(<i>Digital Signal Processor</i>) Processador de Sinais Digitais
DVB-T	(<i>Digital Video Broadcasting - Terrestrial</i>) Radiodifusão de Vídeo Digital - Terrestre
FDM	(<i>Frequency Division Multiplexing</i>) Multiplexação por Divisão em Frequência
fdc	Função densidade cumulativa
fdp	Função densidade de probabilidade
FFT	(<i>Fast Fourier Transform</i>) Transformada Rápida de Fourier
HDTV	(<i>High Definition Television</i>) Televisão de Alta Definição
HIPERLAN	(<i>High Performance Local Area Network</i>) Rede Local Sem Fio de Alto Desempenho
ICI	(<i>Intercarrier Interference</i>) Interferência Interportadoras
IDFT	(<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>) Transformada Inversa de Fourier Discreta
IFFT	(<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>) Transformada Rápida de Fourier Inversa
ISDB-T	(<i>Integrated Service of Digital Broadcasting - Terrestrial</i>) Serviços Integrados de Radiodifusão Digital - Terrestre

ISI	<i>(Intersymbol Interference)</i> Interferência Intersimbólica
OFDM	<i>(Orthogonal Frequency Division Multiplexing)</i> Multiplexação por Divisão em Frequência Ortogonal
PAPR	<i>(Peak to Average Power Ratio)</i> Relação entre Potência de Pico e Potência Média
PSK	<i>(Phase Shift Keying)</i> Modulação por deslocamento de fase.
QAM	<i>(Quadrature Amplitude Modulation)</i> Modulação de Amplitude em Quadratura
QPSK	<i>(Quadrature Phase Shift Keying)</i> Modulação em quadratura por deslocamento de fase
RF	Radiofrequência
WLAN	<i>(Wireless Local Area Network)</i> Rede Local Sem Fio

Lista de Símbolos

A	variável aleatória da amplitude do sinal OFDM
A_{in}	amplitude de entrada de um amplificador de potência
A_{max}	máxima amplitude do sinal OFDM
A_n	atenuação do n -ésimo percurso
A_{out}	amplitude de saída de um amplificador de potência
BW_c	banda de coerência do canal
BW_{mc}	largura de faixa de um sub-canal do sistema OFDM
BW_s	largura de faixa do sinal modulado em banda passante
\vec{c}	vetor de N símbolos transmitido
c_n	vetor de símbolos transmitido
c'_n	vetor de símbolos recebidos
$E[\cdot]$	valor esperado de (\cdot)
$\mathcal{F}\{\cdot\}$	transformada de Fourier
$F_A(a)$	função distribuição cumulativa
f_n	freqüência da n -ésima portadora
f_s	freqüência de amostragem
$f_X(x)$	função densidade de probabilidade de X
$f_{XY}(x, y)$	função densidade de probabilidade conjunta de X e Y
$f_{\tau_c}(\tau_c)$	função densidade de probabilidade da duração do ceifamento
$h(t)$	resposta ao impulso unitário
$h_p(t)$	resposta ao impulso de um canal com um multipercurso
$H_p(f)$	resposta em freqüência de um canal com um multipercurso

i_n	componente em fase discreta transmitida
i'_n	componente em fase discreta recebida
$i(t)$	componente em fase
$J(\cdot)$	Jacobiano de (\cdot)
k	fator de redução da banda de coerência
K	número de multipercursos
l	limiar de ceifamento
L	número de níveis permitido nos sinais em fase e quadratura
m_i	potência da i -ésima derivada do sinal OFDM
$m(t)$	informação binária
$m'(n)$	mensagem binária estimada pelo receptor
M	número de símbolos da constelação digital
n_f	espaçamento entre os nulos espectrais
N	número de subportadoras do sistema OFDM
\bar{P}	potência média do sinal OFDM
$P_b[erro]$	probabilidade de erro de bit
$P[erro]$	probabilidade de erro de símbolo
$p_\xi(\xi)$	função massa de probabilidade do número de ceifamentos
$p_\tau(t)$	forma de onda do pulso ceifado
$P_\tau(\omega)$	espectro do pulso ceifado
p'_n	forma de onda discreta do pulso ceifado
P'_k	espectro do pulso ceifado discreto
q_n	componente em quadratura discreta transmitida
q'_n	componente em quadratura discreta recebida
$q(t)$	componente em quadratura
$Q(x)$	função distribuição normal padrão complementar
r	sinal OFDM recebido
R_b	taxa de transmissão em bits por segundo
$\text{ret}(\cdot)$	pulso retangular
R_{mc}	taxa de transmissão em símbolos por segundo de um sistema OFDM

R_s	taxa de transmissão em símbolos por segundo de um sistema de portadora única
RSR	relação entre a variância do sinal OFDM e a variância do ruído equivalente ao ceifamento
S	valor da densidade espectral do sinal OFDM, entre $-\omega_{max}$ e $+\omega_{max}$
\vec{s}	vetor de N amostras do sinal OFDM no domínio do tempo
s_{OFDM}	sinal OFDM transmitido
$s(t)$	sinal transmitido
$S_x(\omega)$	densidade espectral do sinal OFDM
t_m	intervalo entre as amostras
T	tempo de símbolo OFDM
\bar{u}	número médio de vizinhos adjacentes a um símbolo, em uma constelação quadrada
$\text{Var}[\cdot]$	variância de (\cdot)
α	fator de decaimento do filtro cosseno elevado
γ	limiar espectral para introdução de erros no sinal OFDM devido ao ceifamento
$\delta(t)$	função impulso unitário
Δf	espaçamento entre as subportadoras
Δf_{min}	espaçamento mínimo entre as subportadoras ortogonais
η	influência espectral do pulso de ceifamento
θ	rotação de fase introduzida pelo ceifamento
λ	taxa de cruzamento do limiar de ceifamento
$\Phi(z)$	função distribuição cumulativa de uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância unitária
σ	desvio padrão
σ_g	desvio padrão das gaussianas em fase e quadratura
σ_R^2	potência do ruído equivalente ao ceifamento
σ_s^2	potência do sinal OFDM
τ_n	atraso do n -ésimo percurso

τ_c	duração do ceifamento
τ_m	duração média do ceifamento
ν	distância cartesiana entre um símbolo e a fronteira com outro símbolo adjacente, em uma constelação quadrada
ξ	número de ocorrências de ceifamento
ψ_N	subportadoras ortogonais
ω_{max}	máxima frequência do sinal OFDM

Resumo

O advento da Televisão Digital trouxe um novo panorama para as telecomunicações digitais, apresentando novos problemas e desafios a serem abordados de maneira eficaz. Hoje, existem três padrões diferentes em operação: o ATSC desenvolvido nos EUA, o DVB-T desenvolvido na Europa e o ISDB-T desenvolvido no Japão. Dentre esses padrões, o DVB-T e o ISDB-T utilizam uma técnica de transmissão com múltiplas portadoras denominada de OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing* - Multiplexação por Divisão em Frequências Ortogonais). Com a adoção desta técnica nos padrões de televisão digital europeu e japonês, houve um aumento significativo no interesse na implementação do OFDM. Dentre as maiores dificuldades encontradas, duas merecem destaque: a complexidade de construir vários osciladores em fase e o problema do ceifamento do sinal pelo amplificador de potência.

O primeiro problema ocorre porque este tipo de transmissão utiliza um elevado número de portadoras que necessitam estar em fase para garantir a ortogonalidade entre as mesmas. Com o desenvolvimento dos processadores digitais de sinais, foi possível resolver este problema, através do uso da IFFT para a modulação e da FFT para a demodulação.

O segundo problema apresentado ocorre porque o sinal OFDM apresenta uma alta relação entre a potência de pico e a potência média, ou seja, este sinal pode apresentar picos de amplitude elevados. Como os amplificadores de potência são projetados para operar próximo do ponto de saturação, afim de apresentar um alto rendimento, esses picos são ceifados, introduzindo uma distorção não linear no sinal.

O objetivo deste trabalho é, primeiro apresentar os métodos utilizados para geração e recepção de sinais OFDM e estudar suas características, determinando os motivos pelos quais ocorrem o ceifamento. Baseados nestas características, apresenta-se dois métodos para modelagem do ceifamento, obtendo-se a probabilidade de erro em ambos os casos. Também realiza-se uma comparação entre os resultados obtidos, definindo a modelagem mais adequada para estimar a probabilidade de erro de símbolo devida ao ceifamento.

Palavras-chave: Modulação digital, multiportadora, ceifamento, modelos de canal, desempenho.

Abstract

The advent of Digital Television brought a new scenario to the digital telecommunication systems, presenting new problems and challenges to be efficiently solved. Today, there are three different standards for Digital Television available: the ATSC developed in USA, DVB-T developed in Europe and ISDB-T developed in Japan. Two of these standards use a transmission technique with multiple carriers, called OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). With the adoption of this technique by the European and Japanese standards, the interest about the implementation problems of OFDM has increased sensibly. The most important difficulties found are the complexity in building the various oscillators in phase and the clipping of the OFDM signal by the power amplifier.

The first difficulty is the necessity of a large number of carriers in the digital television standard. All the carriers must be in phase to guarantee the orthogonality between them. This problem has been solved with the use of digital signal processors (DSP) of high capacity to implement the IFFT in the transmission and the FFT in the reception.

The second problem presented above happens because the OFDM signal has a high peak to average power ratio, which means that the signal can present high amplitude peaks. Because the power amplifiers are designed to present high efficiency, they usually operate near to the saturation point. It means that the high amplitude peaks of the OFDM signal are clipped by the power amplifier, introducing a nonlinear distortion to the signal.

The aim of this thesis is to present the methods used to generate and receive the OFDM signals and to study its characteristics, defining the causes of the clipping of this signal. Based on these characteristics, two models for the clipping are presented and the probability of error for each one is obtained. Also, the two models are compared to define which one better represents the clipping process and precisely estimates the probability of symbol error due to the clipping.

Keywords: Digital modulation, multicarrier, clipping, channel models, performance.

Capítulo 1

Introdução

Nos últimos anos, houve um grande crescimento na demanda de serviços que necessitam de altas taxas de transmissão de dados. O advento da telefonia móvel de terceira geração (3G) [1] e da televisão digital de alta definição (HDTV - *High Definition Television*) [2] causou um grande interesse nas técnicas de transmissão digital de faixa larga, bem como nas soluções dos principais problemas que limitam a taxa de transmissão de dados nestes sistemas [3]. Um dos fenômenos que causam limitação na taxa de transmissão em um canal de comunicação é o desvanecimento seletivo [4]. A próxima sessão apresenta uma rápida abordagem sobre canais com esta característica.

1.1 Desvanecimento Seletivo

O desvanecimento seletivo é um fenômeno que ocorre em canais de comunicação que apresentam mais de um percurso entre a antena transmissora e a antena receptora cujo atraso entre os percursos é da ordem de grandeza do tempo de sinalização do sistema. Isso significa que o desvanecimento seletivo representa um desafio para a transmissão a altas taxas, pois este fenômeno é muito comum nas comunicações terrestres devido ao grande número de obstáculos presentes entre as antenas. A figura 1.1 apresenta este cenário.

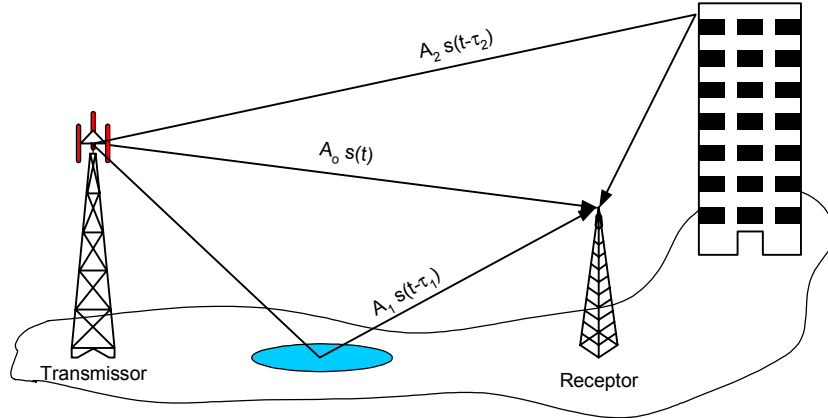


Figura 1.1: Ambiente com multipercursos

Nesta figura, K versões atrasadas do sinal transmitido, $s(t)$, chegam na antena de recepção por diferentes percursos, de modo que a resposta ao impulso deste canal é expressa por

$$h(t) = A_0 \cdot \delta(t) + \sum_{n=1}^K A_n \cdot \delta(t - \tau_n) \quad (1.1)$$

onde A_0 é a atenuação do percurso em visada direta e A_n e τ_n são, respectivamente, a atenuação e o atraso do n -ésimo percurso do canal e $\delta(t)$ é a função impulso unitário.

Essas versões atrasadas do sinal transmitido introduzem distorções no sinal recebido, degradando a qualidade do sistema. Para determinar qual é a influência dos multipercursos na recepção do sinal digital, considere um canal que apresente um percurso principal e um percurso secundário. Canais com esta característica são encontrados em enlaces de rádio digital [3] [5] com visada direta e apresentam a seguinte resposta ao impulso

$$h_p(t) = A_0 \cdot \delta(t) + A_1 \cdot \delta(t - \tau_1) \quad (1.2)$$

onde $h_p(t)$ é a resposta impulsiva de um canal com apenas um múltiplo percurso. A resposta em frequência deste canal pode ser obtida a partir da transformada

de Fourier da equação (1.2), conforme apresentado a seguir

$$\begin{aligned} H_p(f) &= \mathcal{F}\{h_p(t)\} \\ H_p(f) &= \mathcal{F}\{A_0 \cdot \delta(t) + A_1 \cdot \delta(t - \tau_1)\} \\ H_p(f) &= A_0 + A_1 \cdot e^{-j2\pi f \tau_1} \end{aligned} \quad (1.3)$$

A figura 1.2 mostra a resposta em frequência obtida na equação (1.3), para $A_0 = A_1 = 1$ e $\tau_1 = 1s$.

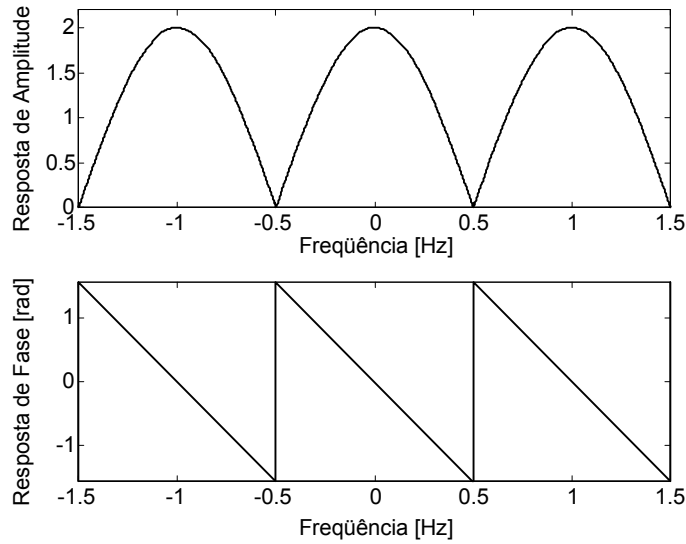


Figura 1.2: Resposta em frequência do canal com multipercursos.

Pode-se observar que este canal apresenta nulos espectrais, cujo espaçamento depende do atraso entre os percursos. Na figura 1.2, o espaçamento entre os nulos espectrais é de 1Hz. De uma maneira geral, este parâmetro pode ser obtido através da expressão abaixo

$$n_f = \frac{1}{\tau_1} \quad (1.4)$$

onde n_f é o espaçamento entre os nulos espectrais adjacentes.

Deste modo, quanto maior for o atraso entre os percursos de um canal, menor será a separação entre os nulos espectrais e maior será a interferência introduzida no sinal recebido. A banda de coerência de um canal (BW_c) [4] é um parâmetro utilizado para determinar a ocorrência ou não do desvanecimento seletivo, pois determina a largura de faixa na qual o canal pode ser considerado plano, ou seja,

livre de nulos espectrais. Este parâmetro pode ser determinado por [4]

$$BW_c = \frac{1}{k \cdot \tau_1} \quad (1.5)$$

onde k é um fator de redução cujos valores típicos são 5 (para coerência de 50%) e 50 (para coerência de 90%).

Caso a largura de faixa do sinal transmitido seja maior do que a banda de coerência do canal, então o desvanecimento fica caracterizado como seletivo. Se a largura de faixa do sinal for menor do que a banda de coerência, então o desvanecimento fica caracterizado como plano (não seletivo).

As distorções inseridas pelo desvanecimento seletivo são, normalmente, muito severas e elevam a taxa de erro de bit na recepção a valores que inviabilizam a recepção de dados, caso nenhuma contra-medida seja tomada. Por este motivo, é extremamente desejável que os efeitos deste fenômeno sejam minimizados.

1.2 Sistemas de Portadora Única

Os sistemas de portadora única [5] vêm sendo largamente utilizados para a transmissão de dados, tanto em enlaces terrestres quanto em enlaces via satélite. Nestes sistemas, uma única portadora é utilizada para transportar as informações pelo canal de comunicação. Para a transmissão em canais com limitação de largura de faixa, as modulações mais comumente utilizadas são M-PSK (*Phase Shift Keying*) ou M-QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*)[3][5].

A figura 1.3 mostra o esquema básico de um modulador digital genérico de portadora única.

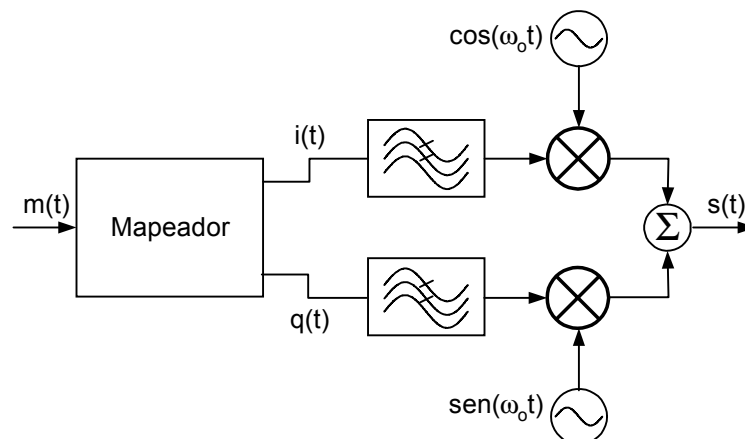


Figura 1.3: Modulador digital genérico.

A informação binária, $m(t)$, é mapeada em dois sinais distintos que representam a componente em fase, $i(t)$, e a componente em quadratura, $q(t)$, formando o espaço de sinais da modulação digital. O número de níveis permitidos nos sinais $i(t)$ e $q(t)$ dependem da ordem da modulação e, para constelações quadradas, é definido como

$$L = \sqrt{M} \quad (1.6)$$

onde M é o número de símbolos da constelação.

Os sinais $i(t)$ e $q(t)$ passam por um filtro de Nyquist [3] para limitar a largura de faixa ocupada no canal. Normalmente utiliza-se o filtro cosseno elevado [5], cujo valor do fator de decaimento, α , varia entre 0 e 1. O sinal em fase modula uma portadora cossenoidal de frequência angular ω_0 , enquanto que o sinal em quadratura modula um sinal senoidal de mesma frequência. Como as funções cosseno e seno são ortogonais, é possível transmitir os dois sinais pelo mesmo canal de comunicação, sem que haja interferência entre eles.

A largura de faixa de um sinal modulado em banda passante utilizando esta técnica é definida por [3][5]

$$BW_s = \frac{R_b}{\log_2(M)} \cdot (1 + \alpha) \quad (1.7)$$

onde R_b é a taxa de transmissão em bits por segundo.

A taxa de sinalização de um sistema M-PSK ou M-QAM é obtida através da seguinte expressão

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2(M)} \quad (1.8)$$

Com o aumento da taxa de transmissão, há um aumento na largura de faixa ocupada pelo sinal transmitido, o que aumenta a probabilidade de ocorrência do desvanecimento seletivo. A figura 1.4 apresenta o espectro de um sinal digital com as seguintes características:

Tabela 1.1: *Parâmetros utilizados na geração da figura 1.4*

Modulação	QPSK
Taxa de bits	4Mb/s
Número de Percursos	2
α	0,99
Atenuação dos percursos	0 dB
Atraso entre os percursos	0,5 μ s

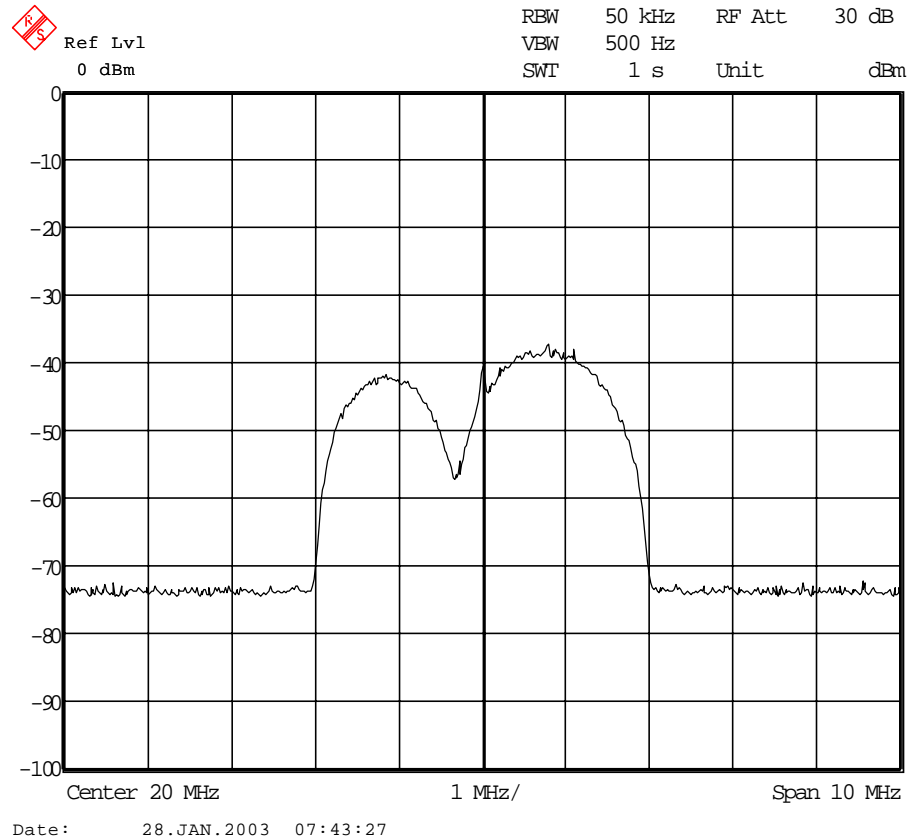


Figura 1.4: *Espectro de um sinal digital em um canal com desvanecimento seletivo.*

Durante a ocorrência do desvanecimento seletivo, se nenhuma contra-medida é tomada, ocorrem erros em rajada na recepção, que normalmente não podem ser recuperados com o uso de códigos corretores de erros. Na sessão a seguir, será apresentada uma técnica de transmissão com múltiplas portadoras que permite minimizar os efeitos introduzidos pelos multipercursos presentes no canal.

1.3 Princípios da Técnica OFDM

Para evitar que um sinal transmitido em um canal com multipercursos sofra desvanecimento seletivo, a largura de faixa do sinal deve ser menor do que a banda de coerência do canal. Segundo (1.7), para reduzir a largura de faixa do sinal modulado com a técnica de portadora única, é necessário reduzir a taxa de transmissão ou aumentar a ordem da constelação da modulação digital. Em geral, não existe liberdade para reduzir-se a taxa de transmissão, em função das características e dos tipos de serviços, como por exemplo, as transmissões em tempo real, tal qual a telefonia móvel e os sistemas digitais de rádio e televisão. O aumento na ordem da modulação digital implica em um aumento proibitivo da

potência de transmissão, para que a taxa de erro de bit causada pelo ruído branco aditivo de distribuição gaussiana (AWGN - *Additive White Gaussian Noise*) do canal seja mantida, o que dificulta a aplicação desta solução.

A solução mais empregada para minimizar os efeitos dos multipercursos em sistemas de portadora única é o uso de equalizadores adaptativos [5], pois estes determinam a amplitude e o atraso dos diversos percursos do canal, cancelando-os na recepção. Embora o uso destes dispositivos melhore o desempenho do sistema em canais com desvanecimento seletivo, estes dispositivos podem se tornar extremamente complexos com o aumento do número de percursos do canal, o que muitas vezes dificulta sua implementação prática.

Uma outra maneira de evitar a ocorrência do desvanecimento seletivo em sistemas com altas taxas de bits é utilizar a transmissão com múltiplas portadoras [6]. Nesta técnica, a seqüência de dados a ser transmitida é dividida em N feixes paralelos, com taxa de sinalização expressa por

$$R_{mc} = \frac{R_s}{N} \quad (1.9)$$

Cada um dos feixes paralelos modula uma portadora, de tal forma que a largura de faixa ocupada em cada sub-canal, desprezando a faixa de guarda, é dada por

$$BW_{mc} = \frac{BW_s}{N} \quad (1.10)$$

A escolha das frequências das N portadoras deve ser criteriosa para minimizar a largura de faixa total ocupada pelo sistema. Limitando a largura de faixa de cada sub-canal entre os pontos de nulos, o espaçamento entre as frequências das subportadoras, Δf , deve atender o seguinte critério, para que não ocorra sobreposição espectral

$$\Delta f \geq 2 \cdot R_{mc} \quad (1.11)$$

Essa técnica foi muito utilizada para transmissão de sinais telefônicos analógicos e é conhecida como FDM (*Frequency Division Multiplexing*)[7]. A principal desvantagem da aplicação desta técnica para a transmissão de sinais digitais é a sua baixa eficiência espectral, o que impede sua utilização em transmissões terrestres sem fio, uma vez que o espectro de frequências está se tornando um recurso cada vez mais escasso.

Para melhorar a eficiência espectral desta técnica e possibilitar a sua utilização para transmissão digital, é necessário permitir que ocorra a sobreposição espectral dos sub-canais, sem que isto introduza interferências entre as portadoras. Para isto, é necessário que as portadoras sejam ortogonais entre si, ou seja, a seguinte

condição deve ser satisfeita [5]

$$\int_0^T \psi_i \cdot \psi_j dt = 0 \quad \text{para } 0 \leq i, j \leq N - 1 \text{ e } i \neq j \quad (1.12)$$

onde ψ_i são as subportadoras do sistema e T é o tempo de sinalização de cada feixe paralelo.

Existem diversos valores de espaçamentos que permitem a ortogonalidade entre as portadoras. Como o objetivo é minimizar a largura de faixa ocupada pelo sinal transmitido, normalmente utiliza-se a menor separação entre as portadoras que garante a ortogonalidade, utilizando-se múltiplos inteiros do tempo de sinalização. Este valor é obtido a partir da seguinte expressão

$$\Delta f_{min} = R_{mc} = \frac{1}{T} \quad (1.13)$$

A técnica OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) [6] [8] utiliza este princípio para viabilizar a transmissão digital com altas taxas, utilizando múltiplas portadoras. Na Europa, o OFDM foi adotado como interface aérea nos padrões DAB (*Digital Audio Broadcasting*) [9] e DVB-T (*Digital Video Broadcasting - Terrestrial*) [10]. O Japão utiliza o OFDM para realizar a radiodifusão do seu sistema de televisão digital, o ISDB-T (*Integrated Service of Digital Broadcasting - Terrestrial*) [11]. A figura 1.5 apresenta uma comparação entre os espectros de sinais transmitidos utilizando as técnicas apresentadas nesta sessão. Maiores detalhes sobre a geração e recepção de sinais OFDM serão apresentados no capítulo a seguir.

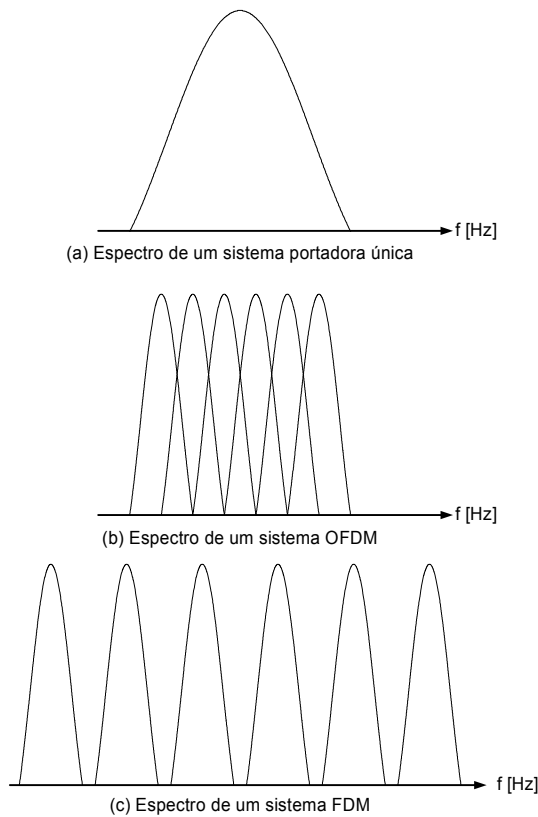


Figura 1.5: Comparação entre os espectro de sinais de portadora única, OFDM e FDM.

1.4 Vantagens e Desvantagens do Sinal OFDM

O uso do sistema multiportadora permite a redução da taxa de sinalização no canal. A largura de faixa ocupada por cada subportadora é N vezes menor do que a largura de faixa ocupada pelo sinal transmitido utilizando uma única portadora. O sistema OFDM pode ser visto como N sub-sistemas independentes devido ao uso de portadoras ortogonais, cujas larguras de faixa são expressas por (1.10).

Assim, se o número de subportadoras for suficientemente elevado, o canal que apresenta desvanecimento seletivo em um sistema de portadora única passa a se comportar como um canal com desvanecimento plano para a subportadora afetada no sistema OFDM. A figura 1.6 mostra a influência do desvanecimento em um sistema de portadora única e multiportadora.

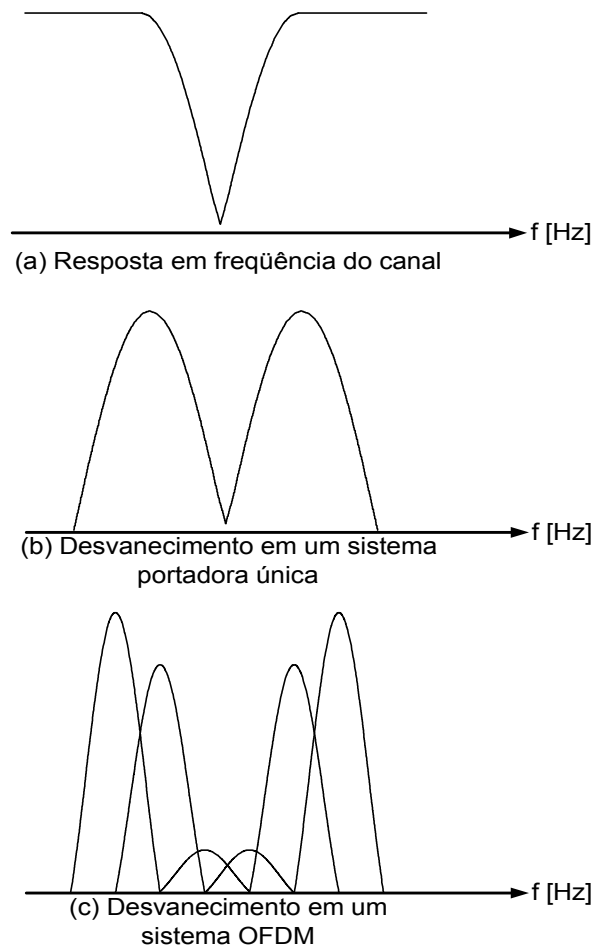


Figura 1.6: Efeito do desvanecimento seletivo nos sistemas de portadora única e multiportadora.

No sistema de portadora única, todos os símbolos transmitidos durante a ocorrência do desvanecimento são afetados, o que acarreta erros em rajadas na recepção [3]. Já no sistema multiportadora, apenas os símbolos transmitidos nas portadoras afetadas pelo desvanecimento são perdidos. Para evitar a ocorrência de erros em rajadas no sistema multiportadora, os símbolos transmitidos sofrem um processo de “entrelaçamento” antes de serem separados nos N feixes de dados. Neste processo, as portadoras adjacentes não transportam símbolos adjacentes, de tal modo que se o desvanecimento afetar um grupo de portadoras, não ocorrerão erros em rajadas na recepção, permitindo assim que o código corretor de erro [12] corrija os erros introduzidos.

A análise do sistema OFDM no domínio do tempo apresenta ainda outras vantagens com relação ao sistema de portadora única. Como o tempo de duração de um símbolo OFDM é N vezes maior do que a duração do símbolo de entrada, o sinal OFDM se torna mais robusto ao efeito do desvanecimento plano [4][6][8].

O desvanecimento plano é caracterizado por uma redução na potência do sinal recebido durante um certo intervalo de tempo. Em um sistema de portadora única, como o tempo de símbolo é pequeno devido a alta taxa de transmissão, durante a ocorrência do desvanecimento vários símbolos são perdidos. No sistema multiportadora, como os símbolos são transmitidos em paralelo, a ocorrência do desvanecimento plano afeta os N símbolos transmitidos, mas se o número de portadoras for suficientemente grande, então o tempo de símbolo será muito maior do que a duração do desvanecimento, de modo que a interferência introduzida não acarretará na perda dos símbolos transmitidos. A figura 1.7 exemplifica o efeito do desvanecimento plano no sistema de portadora única e multiportadora.

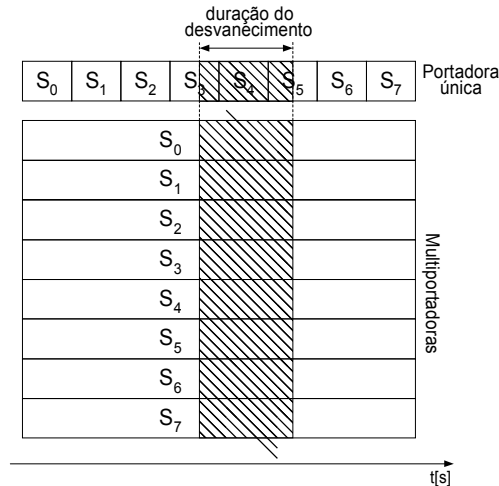


Figura 1.7: Efeito do desvanecimento plano nos sistemas de portadora única e multiportadora.

Na figura 1.7, os símbolos S_3 , S_4 e S_5 do sistema portadora única são afetados pelo desvanecimento plano, gerando erros em rajada na recepção. Os demais símbolos não são afetados pelo desvanecimento. No sistema multiportadora, todos os símbolos são afetados pelo desvanecimento plano, mas como o tempo de sinalização é muito maior do que a duração do desvanecimento, então a distorção introduzida não causa a perda de informação na recepção.

O fato do tempo do símbolo OFDM ser N vezes maior do que o tempo de símbolo na transmissão serial traz outra grande vantagem ao sistema multiportadora. A dispersão temporal do canal [4] causa a sobreposição dos símbolos transmitidos, introduzindo uma distorção denominada de Interferência Intersimbólica (ISI - *Intersymbol Interference*)[3][5]. Em sistemas de transmissão de portadora única de alta taxa, a ISI reduz significativamente o desempenho em termos de taxa de erro de bit quando a duração da dispersão do canal é da ordem de grandeza do tempo de símbolo. No sistema OFDM, o tempo de símbolo se torna muito maior

do que a dispersão temporal do canal, o que minimiza a distorção introduzida. Por este motivo, os sistemas multiportadoras são robustos aos efeitos da ISI. Esta robustez pode ser melhorada ao utilizar um tempo de guarda entre os símbolos transmitidos.

Embora as vantagens do sistema OFDM sejam evidentes, há alguns problemas inerentes a esta técnica que vêm limitando o seu uso nos novos padrões de transmissão digital, onde dois vêm sendo o alvo de pesquisa em diversas instituições. O primeiro é a complexidade na geração e detecção dos símbolos OFDM, ainda mais quando o número de subportadoras é elevado, devido ao sincronismo necessário entre as mesmas [6]. Outro grande problema é a amplificação do sinal OFDM para sua transmissão, pois, devido a sua natureza e concepção, ele possui uma alta relação entre a potência de pico e a potência média do sinal (PAPR - *Peak to Average Power Ratio*). Isto significa que a potência de pico do sinal OFDM é muito maior do que sua potência média. Com isso, o amplificador de potência deve possuir uma região linear extensa, ou seja, o ponto de operação do amplificador deve estar muito abaixo do ponto de saturação [13], o que eleva o seu custo. Para minimizar o custo de implementação do sistema, os amplificadores de potência são projetados para alta eficiência de modo que o ponto de operação fique próximo do ponto de saturação. Desta forma, é inevitável que os amplificadores ceifem os picos do sinal OFDM antes de sua transmissão, introduzindo uma distorção não linear que degrada a qualidade do sistema [14][15]. No capítulo a seguir serão apresentadas as causas deste problema, através de uma abordagem mais detalhada sobre a geração do sinal OFDM.

1.5 Estrutura da Dissertação

O objetivo deste trabalho é apresentar as premissas da transmissão digital utilizando o OFDM e analisar os efeitos do ceifamento neste sistema, que é um dos principais limitadores no uso desta tecnologia.

O capítulo 2 apresenta duas técnicas de geração e recepção do sinal OFDM, conhecidos como Método da Força Bruta e Método da IFFT/FFT [6][8] e também apresenta algumas características estatísticas deste sinal, como a função densidade de probabilidade (fdp), média e variância, determinando as causas da alta relação entre a potência de pico e a potência média do sinal.

O capítulo 3 apresenta dois modelos para análise matemática do ceifamento. O primeiro modelo é uma abordagem clássica onde a parcela ceifada do sinal é considerada como ruído aditivo que interfere no sinal transmitido. O segundo modelo trata o ceifamento como um ruído impulsivo que introduz distorção não linear e interfere na relação de ortogonalidade entre as portadoras. A probabili-

dade de erro de símbolo em função do nível de ceifamento é obtida para ambos os modelos, baseando-se em [14] e [15].

No capítulo 4, os resultados obtidos no capítulo 3 são comparados, estimando o modelo que melhor se ajusta na análise do ceifamento do sinal OFDM.

O capítulo 5 traz as conclusões gerais e as propostas para novos trabalhos.

Capítulo 2

Geração e Detecção de Sinais OFDM

2.1 Introdução

As primeiras publicações sugerindo o uso do OFDM para a transmissão de dados datam da década de 60 [16], mas foi somente com o advento dos processadores digitais de sinais (DSP - *Digital Signal Processors*) [17] que esta técnica começou a ser mais amplamente utilizada.

Na década de 90, quando as taxas de transmissão necessárias para atender a demanda exigida começaram a ficar elevadas, houve um grande interesse pelo uso comercial do sistema OFDM, principalmente na Europa. Durante esta década, o OFDM foi adotado como interface aérea em importantes padrões, como o DAB e o DVB-T na Europa e o ISDB-T no Japão. Devido a sua robustez aos ambientes com multipercursos, o OFDM também foi adotado em padrões de redes locais sem fio (WLAN - *Wireless Local Area Network*)[1], sendo o HYPERLAN (*High Performance European Radio Local Area Network*)[18] o mais expressivo.

A dificuldade de implementação e a alta relação entre a potência de pico e a potência média (PAPR) são fatores que limitam o uso do OFDM em novos padrões de transmissão digital. Este capítulo apresenta primeiramente o método de implementação proposto no início da concepção do sistema OFDM, denominado de Método da Força Bruta. Em seguida, apresenta-se o método empregado atualmente na implementação dos sistemas OFDM, conhecido como método da IFFT/FFT [6]. A fim de determinar a causa da alta PAPR, realiza-se um estudo estocástico das amplitudes do sinal OFDM, determinando sua média e a variância.

2.2 Método da Força Bruta

A proposta inicial do OFDM é diminuir a taxa de sinalização no canal de comunicação, sem causar redução na taxa de transmissão ou aumentar a ordem da modulação digital empregada, com o intuito de aumentar a robustez do sinal em canais com multipercursos. Para isto, utiliza-se a transmissão paralela dos dados, onde cada feixe modula uma subportadora. Com isto, a taxa de sinalização no canal é reduzida em função do número de portadoras adotado. A figura 2.1 apresenta um diagrama em blocos básico para a geração do sinal OFDM [6][8][19].

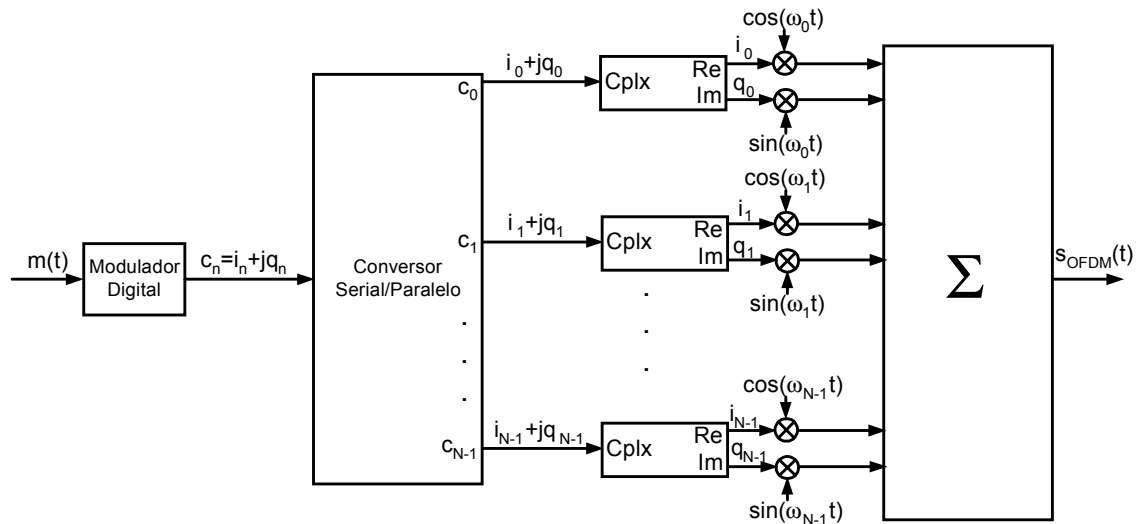


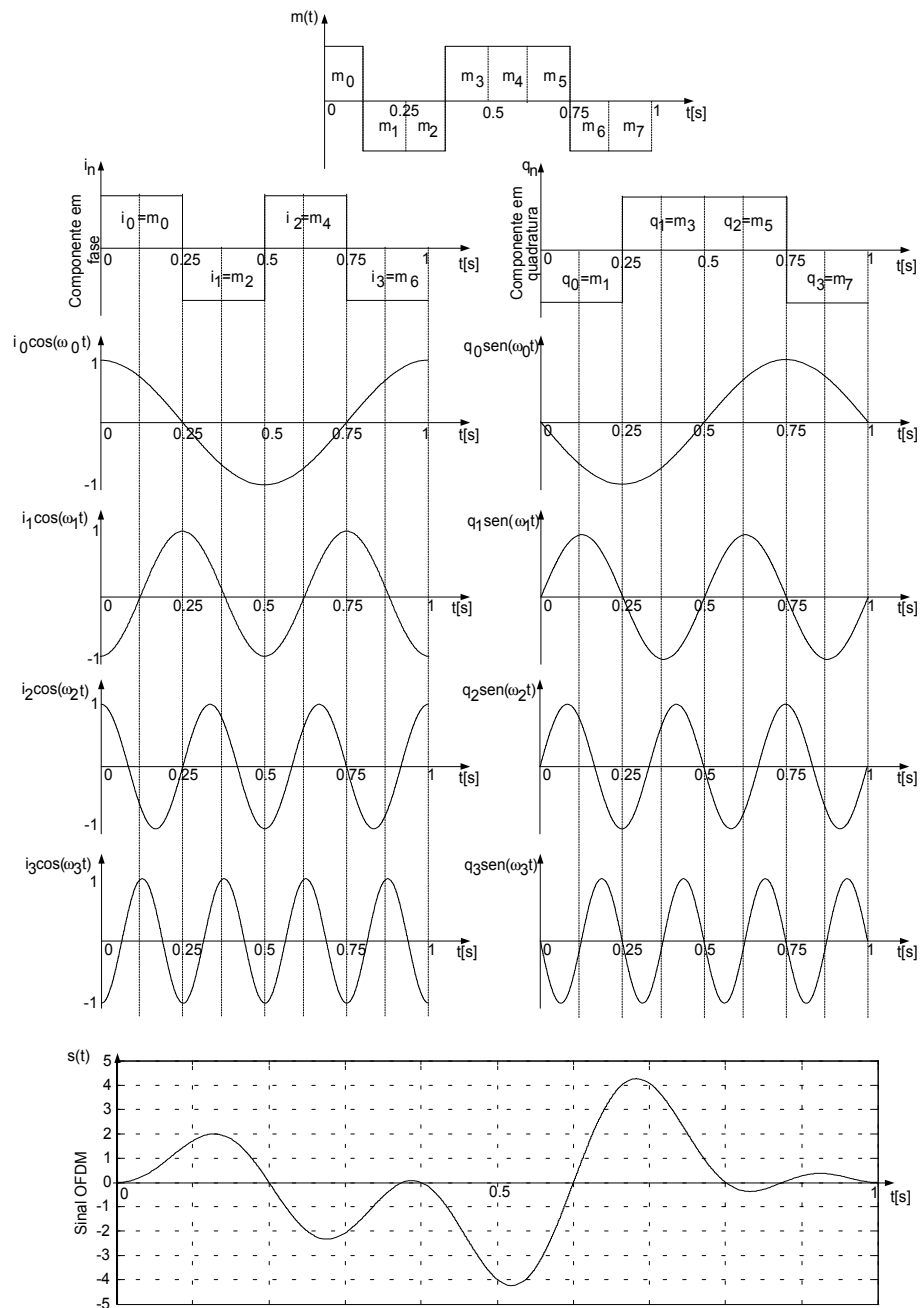
Figura 2.1: Diagrama em blocos do modulador OFDM

A informação binária a ser transmitida, $m(t)$, é mapeada nos sinais em fase, i_n , e quadratura, q_n , formando o sinal complexo, c_n . Este sinal é aplicado a um conversor série/paralelo, dando origem a N feixes de símbolos complexos paralelos que modulam as portadoras complexas, ou seja, a parte real do símbolo de entrada modula a função cosseno de frequência angular ω_n , enquanto que a parte imaginária modula a função seno de mesma frequência.

As N portadoras são ortogonais entre si, de modo que o espaçamento entre as portadoras adjacentes é igual ao inverso do tempo de símbolo OFDM. Finalmente, o sinal OFDM é obtido através da soma de todas as portadoras complexas moduladas. A figura 2.2 ilustra a geração de um símbolo OFDM, com as características apresentadas na tabela 2.1.

Tabela 2.1: *Parâmetros do sinal OFDM*

Modulação	QPSK
R_b	8 b/s
N	4
f_0	1 Hz

**Figura 2.2:** *Geração do símbolo OFDM*

Pode-se observar na figura 2.2 que os valores das N componentes c_n determinam a amplitude das N portadoras complexas. O valor da amplitude de cada portadora é atualizado a cada T segundos, que é o tempo de símbolo OFDM. A figura 2.3 mostra o espectro do símbolo gerado na figura 2.2.

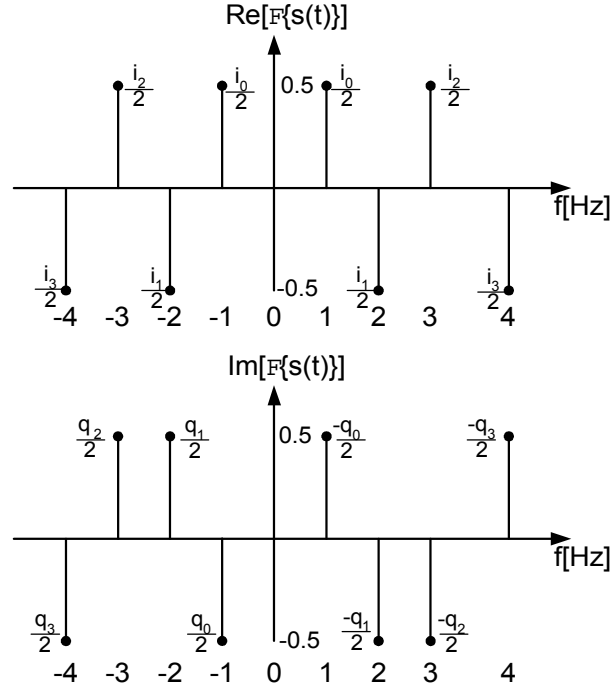


Figura 2.3: Espectro de amplitudes do símbolo OFDM

A partir do diagrama em blocos apresentado na figura 2.1, pode-se equacionar a geração do símbolo OFDM conforme mostrado abaixo

$$\begin{aligned}
 s_{OFDM}(t) &= \sum_{n=0}^{N-1} \Re \{ c_n \cdot e^{-j\omega_n t} \} \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \Re \{ (i_n + jq_n) \cdot [\cos(\omega_n t) - j \cdot \text{sen}(\omega_n t)] \} \\
 &= \sum_{n=0}^{N-1} \Re \{ i_n \cos(\omega_n t) - ji_n \text{sen}(\omega_n t) + jq_n \cos(\omega_n t) + q_n \text{sen}(\omega_n t) \}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $\Re(\cdot)$ é a parte real de (\cdot) .

Finalmente, tem-se a expressão do sinal OFDM apresentada abaixo

$$s_{OFDM}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) + q_n \sin(\omega_n t)] \quad (2.2)$$

Observando a figura 2.2 e a equação (2.2), pode-se concluir que é necessário que todos os N osciladores complexos estejam em fase. Para um número elevado de portadoras, o sincronismo entre os osciladores torna-se difícil de ser obtido. Isto implica em uma complexidade de implementação que muitas vezes inviabiliza o uso desta técnica. A recepção do sinal OFDM é realizada através de um banco de correladores, conforme apresentado na figura 2.4.

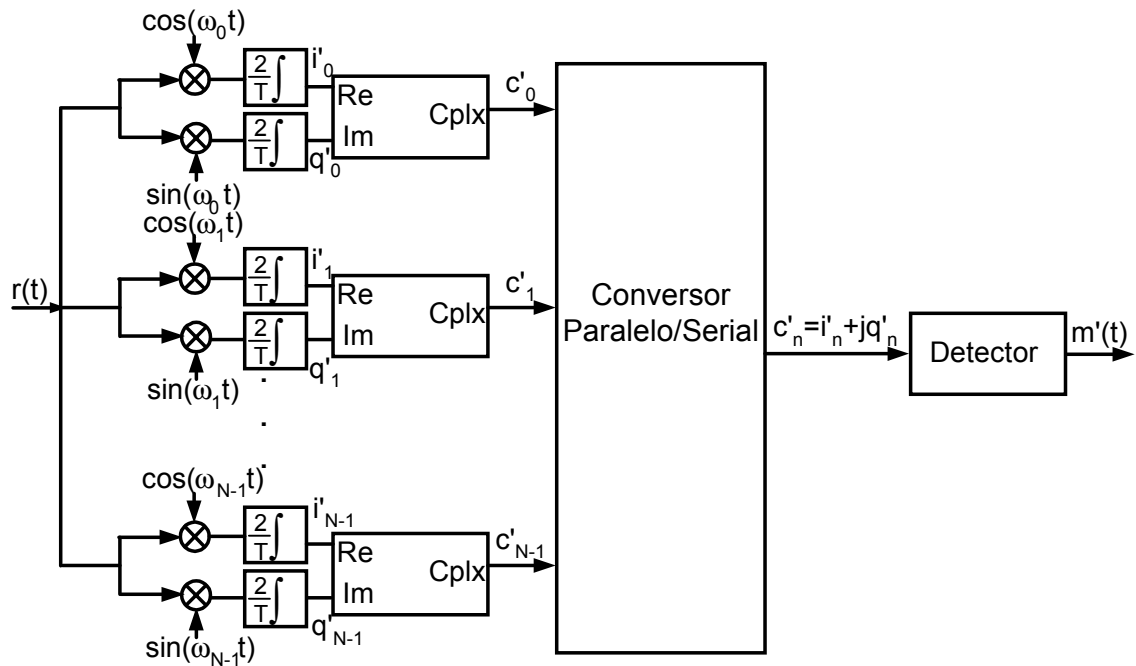


Figura 2.4: Diagrama em blocos de um receptor OFDM

Como todas as portadoras são ortogonais entre si, não há interferências entre os N subcanais recebidos, o que permite realizar a detecção sem erros para um canal sem distorção e sem ruído, conforme pode ser observado abaixo, no exemplo de recepção da componente i'_0 .

$$i'_0 = \frac{2}{T} \int_0^T r(t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt$$

Para canal sem ruído e sem distorções tem-se $r(t) = s_{OFDM}(t)$. Portanto

$$\begin{aligned}
 i'_0 &= \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) + q_n \text{sen}(\omega_n t)] \cdot \cos(\omega_0 t) dt \\
 &= \frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} i_n \cos(\omega_n t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt + \underbrace{\frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=0}^{N-1} q_n \text{sen}(\omega_n t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt}_0 \\
 &= \frac{2}{T} \int_0^T i_0 \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt + \underbrace{\frac{2}{T} \int_0^T \sum_{n=1}^{N-1} i_n \cos(\omega_n t) \cdot \cos(\omega_0 t) dt}_0 \\
 &= \frac{2i_0}{T} \int_0^T \cos^2(\omega_0 t) dt = i_0
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

O procedimento acima é o mesmo para todas as componentes do sinal $r(t)$, uma vez que todas as portadoras possuem um número inteiro de ciclos no intervalo de T segundos. Através da figura 2.4, pode-se perceber que há a necessidade de sincronismo entre as frequências geradas na transmissão e as geradas na recepção. Diferenças de frequências entre os osciladores de transmissão e recepção violam a ortogonalidade das portadoras, degradando sensivelmente a qualidade do sistema OFDM. Assim como no transmissor, os osciladores complexos do receptor precisam estar em fase, para evitar interferências entre as componentes cossenoidais e senoidais. Também é necessário sincronizar o tempo de símbolo, para que os correladores operem corretamente. No entanto, o sincronismo de tempo de símbolo não é tão crítico quanto o sincronismo de frequência e de fase das portadoras, uma vez que, devido ao longo tempo do símbolo OFDM, pequenas interferências entre símbolos adjacentes são toleradas.

Existem várias técnicas para obter o sincronismo entre os osciladores de transmissão e recepção. Uma das técnicas mais simples utiliza portadoras piloto para gerar um sinal de referência para o receptor. Estas portadoras piloto não carregam informação, ou seja, não são moduladas e permitem ao receptor sincronizar a frequência e a fase dos osciladores. Outra aplicação importante das portadoras piloto é oferecer uma referência para o receptor realizar a estimativa do canal. O fato das portadoras piloto não serem moduladas permite que o receptor utilize a amplitude das mesmas para determinar a atenuação oferecida pelo canal em suas respectivas frequências. Assim, através da interpolação entre as amplitudes das portadoras piloto recebidas, é possível estimar a resposta em frequência do canal. A figura 2.5 mostra como este procedimento é realizado.

Uma vez realizada a estimativa da resposta em frequência do canal, o receptor

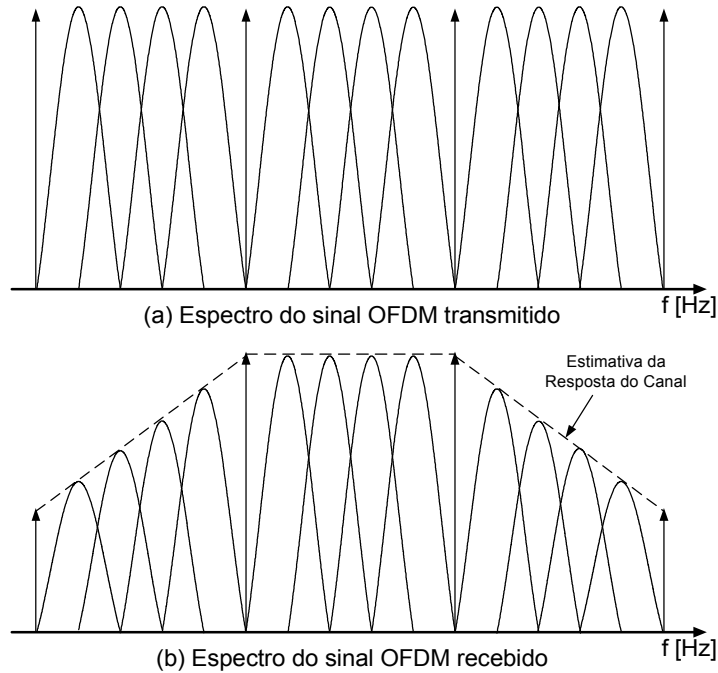


Figura 2.5: *Equalização no Domínio da Freqüência*

é capaz de equalizar o sinal recebido. Este procedimento simples de equalização é conhecido como Equalização no Domínio da Freqüência [8].

2.3 Método da IFFT/FFT

O método apresentado na sessão anterior utiliza osciladores complexos para gerar e receber o sinal OFDM. Com o aumento do número de portadoras, a implementação do Método da Força Bruta se torna inviável, devido à complexidade de construção dos osciladores.

Com os avanços da tecnologia digital, foi possível implementar o sistema OFDM utilizando um método que simplifica a construção do transmissor e do receptor. Observando a equação (2.2), reescrita a seguir, é possível concluir que as componentes i_n e q_n representam os coeficientes das bases ortogonais $\cos(\omega_n t)$ e $\sin(\omega_n t)$, respectivamente.

$$s_{OFDM}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\omega_n t) + q_n \sin(\omega_n t)]$$

Desta forma, o sinal OFDM pode ser visto como sendo uma Série de Fourier [20] de N elementos, onde as variáveis i_n e q_n são os coeficientes desta série.

Para utilizar DSP's na geração e recepção do sinal OFDM, é necessário realizar uma análise discreta do sistema, ou seja, este sinal deve ser amostrado para que possa ser processado digitalmente. A equação (2.2) pode ser analisada no domínio discreto, adotando uma taxa de amostragem expressa por

$$f_s = \frac{1}{t_s} = R_s \quad (2.4)$$

onde f_s é a frequência de amostragem.

Desta forma, a equação (2.2) pode ser reescrita como

$$s_{OFDM}(m) = \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(\Omega_n t_s m) + q_n \text{sen}(\Omega_n t_s m)] \quad (2.5)$$

$$m = 0, 1, 2, 3, \dots, N - 1$$

onde Ω_n é a frequência angular digital da portadora amostrada e é expressa por

$$\Omega_n = 2\pi f_n \quad (2.6)$$

Para um sinal OFDM em banda básica, a frequência da primeira portadora é nula ($f_0 = 0$ Hz). Desta forma, as frequências das portadoras, f_n , podem ser expressas por

$$f_n = \frac{n}{T} \quad (2.7)$$

O intervalo no qual as amostras do sinal OFDM são tomadas, t_m , é expresso por

$$t_m = m \cdot t_s \quad (2.8)$$

Conforme já mencionado anteriormente, o tempo de símbolo OFDM é N vezes maior do que o tempo de símbolo de entrada, t_s , ou seja

$$T = N \cdot t_s \quad (2.9)$$

Utilizando-se as definições apresentadas acima, pode-se representar o sinal

OFDM amostrado em banda básica como

$$\begin{aligned}
s_{OFDM}(m) &= \sum_{n=0}^{N-1} [i_n \cos(2\pi f_n t_s m) + q_n \sen(2\pi f_n t_s m)] \\
&= \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cos\left(2\pi \frac{n}{T} t_s m\right) + q_n \sen\left(2\pi \frac{n}{T} t_s m\right) \right] \\
&= \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cos\left(\frac{2\pi n t_s}{N t_s} m\right) + q_n \sen\left(\frac{2\pi n t_s}{N t_s} m\right) \right] \\
&= \Re \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{-j \frac{2\pi n}{N} m} \right\}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

O resultado obtido na equação (2.10) mostra que o sinal OFDM pode ser obtido através da Transformada Discreta de Fourier Inversa (IDFT - *Inverse Discrete Fourier Transform*) [17] do vetor de N símbolos complexos, c_n . Há algumas considerações importantes com relação a esse resultado. Uma vez que a IDFT gera um sinal no domínio do tempo a partir do espectro de frequência do sinal, pode-se considerar o vetor c_n como o espectro de frequência do símbolo OFDM.

Sabe-se que o espectro de um sinal real é simétrico com relação a frequência nula. No caso de um sinal discreto real, seu espectro é simétrico com relação a $N/2$ [21], no entanto, para o sinal OFDM, essa simetria não existe uma vez que cada componente do vetor c_n é um símbolo de dados a ser transmitido, independente dos demais símbolos. Por este motivo, o resultado da IDFT(c_n) gera um sinal complexo, onde a informação transmitida está contida tanto na parte real quanto na parte imaginária, conforme pode ser observado na equação (2.1), reescrita abaixo.

$$s_{OFDM}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \Re \{ i_n \cos(\omega_n t) - j i_n \sen(\omega_n t) + j q_n \cos(\omega_n t) + q_n \sen(\omega_n t) \}$$

Assim, apenas a parte real da IDFT(c_n) é transmitida, como apresentado na equação (2.10).

Outra consideração importante é quanto ao número de pontos presentes no sinal gerado a partir de IDFT. Como o comprimento do vetor c_n é de N amostras, este sinal também possui N amostras complexas e para transmiti-lo deve-se realizar a interpolação da parte real das amostras geradas pela IDFT, afim de se obter um sinal de tempo contínuo. A figura 2.6 apresenta o diagrama em blocos de um modulador OFDM utilizando a IDFT.

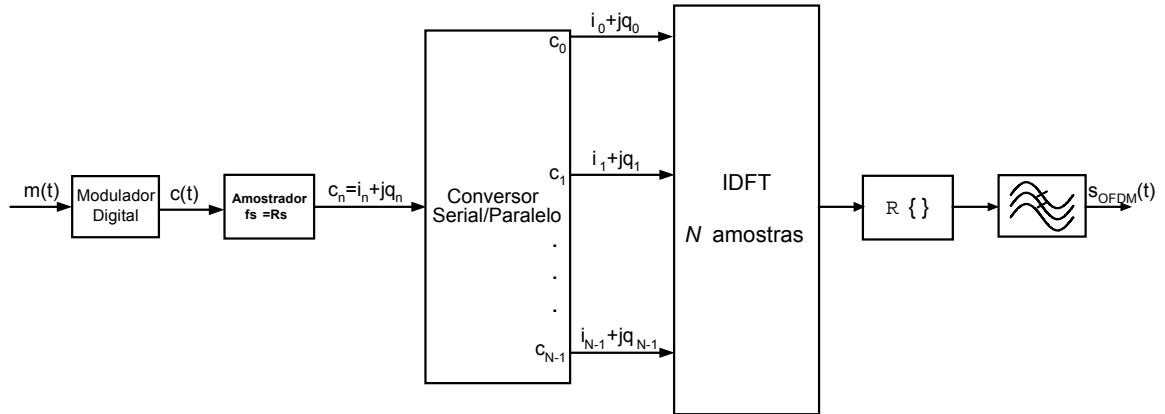


Figura 2.6: Modulador OFDM utilizando a IDFT

A recepção do sinal OFDM é feita utilizando-se a Transformada Discreta de Fourier (DFT - *Discrete Fourier Transform*) [17]. Como apenas a parte real do símbolo OFDM é transmitida, é necessário realizar a amostragem do sinal OFDM recebido, $r(t)$, com uma taxa duas vezes maior do que a utilizada na transmissão, resultando no sinal discreto apresentado abaixo

$$r(m) = r\left(\frac{t_m}{2}\right) = r\left(\frac{t_s}{2} m\right) \quad (2.11)$$

Assim, o sinal recebido amostrado, $r(m)$, possui $2N$ amostras e pode ser expresso pela equação abaixo, assumindo que o canal de transmissão não apresenta ruídos e distorções, ou seja, $r(t) = s_{OFDM}(t)$.

$$r(m) = \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cos\left(\frac{2\pi n}{2N} m\right) + q_n \sin\left(\frac{2\pi n}{2N} m\right) \right] \quad (2.12)$$

Aplicando a DFT no sinal obtido na equação (2.12), tem-se

$$\begin{aligned}
c'_l &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \left[r(m) \cdot e^{j \frac{2\pi l}{2N} m} \right] \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, 2N-1 \\
&= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cos \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) + q_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \right] \cdot e^{j \frac{2\pi l}{2N} m} \right\} \\
&= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \left[i_n \cos \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) + q_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \right] \cdot \left[\cos \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) + j \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) \right] \right\} \\
&= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ i_n \cos \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) + j q_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) + \right. \\
&\quad \left. + j i_n \cos \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) + q_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) \right\} \\
&= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{i_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n-l)m \right] + \frac{i_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n+l)m \right] \right\} + \\
&\quad + \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ j \frac{q_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n-l)m \right] - j \frac{q_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n+l)m \right] \right\} + \\
&\quad + \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \underbrace{\sum_{m=0}^{2N-1} \left\{ j i_n \cos \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \cdot \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) + q_n \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi n}{2N} m \right) \cdot \cos \left(\frac{2\pi l}{2N} m \right) \right\}}_A
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Observa-se na expressão acima que $A = 0$ devido à ortogonalidade entre as funções senos e cossenos, permitindo simplificar a equação (2.13) tal como abaixo

$$\begin{aligned}
c'_l &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{i_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n-l)m \right] + \frac{i_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n+l)m \right] \right\} + \\
&\quad + \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ j \frac{q_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n-l)m \right] - j \frac{q_n}{2} \cos \left[\frac{2\pi}{2N} (n+l)m \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Observando a equação (2.14), pode-se concluir que existem duas condições distintas. A primeira ocorre para $l \neq n$, que leva à seguinte simplificação, devido à ortogonalidade entre as portadoras

$$\sum_{m=0}^{2N-1} \cos \left[\frac{\pi}{N} (n-l)m \right] = \sum_{m=0}^{2N-1} \cos \left[\frac{\pi}{N} (n+l)m \right] = 0 \tag{2.15}$$

O resultado apresentado na equação (2.15) indica que $c'_l=0$ para $l \neq n$. A outra

situação ocorre para $l = n$. Neste caso, tem-se

$$c'_l = \frac{1}{N} \sum_{l=n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} \left[\frac{i_n}{2} \cos(0) + \frac{i_n}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N} m\right) + j \frac{q_n}{2} \cos(0) - j \frac{q_n}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N} m\right) \right] \quad (2.16)$$

Analisando apenas o termo da equação (2.16), onde $l = n = 0$, tem-se

$$\begin{aligned} c'_0 &= \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{2N-1} \left[\frac{i_0}{2} + \frac{i_0}{2} + j \frac{q_0}{2} - j \frac{q_0}{2} \right] \\ &= \frac{1}{N} \cdot 2N i_0 = 2i_0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Para $l = n$ e $(n, l) \geq 1$, tem-se

$$\begin{aligned} c'_l &= \frac{1}{N} \sum_{l=n=1}^{N-1} \sum_{m=0}^{2N-1} \left[\frac{i_n}{2} + \frac{i_n}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N} m\right) + j \frac{q_n}{2} - j \frac{q_n}{2} \cos\left(\frac{2\pi n}{N} m\right) \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{l=n=1}^{N-1} \left[\frac{i_n}{2} \cdot 2N + j \frac{q_n}{2} \cdot 2N \right] \\ &= \sum_{l=n=1}^{N-1} [i_n + j q_n] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Agrupando os resultados obtidos nas equações (2.17) e (2.18), finalmente, tem-se [22]

$$c'_l = \begin{cases} 2i_0 & l = 0 \\ i_l + j q_l & 1 \leq l \leq N - 1 \\ \text{irrelevante} & N \leq l \leq 2N - 1 \end{cases} \quad (2.19)$$

É importante observar que o vetor c'_l possui um comprimento duas vezes maior do que o vetor c_n , mas apenas as N primeiras amostras referem-se à informação útil. Outro ponto importante é que a parte imaginária do coeficiente c_0 não é recuperada. Isto ocorre porque o coeficiente c_0 é transportado na portadora de frequência nula. Pode-se observar na equação (2.10) que o valor da função seno apresenta valor nulo para $n = 0$. Isto significa que a primeira portadora do sistema OFDM em banda básica não pode transportar informação em quadratura. A figura 2.7 mostra o diagrama em blocos do demodulador OFDM utilizando a DFT.

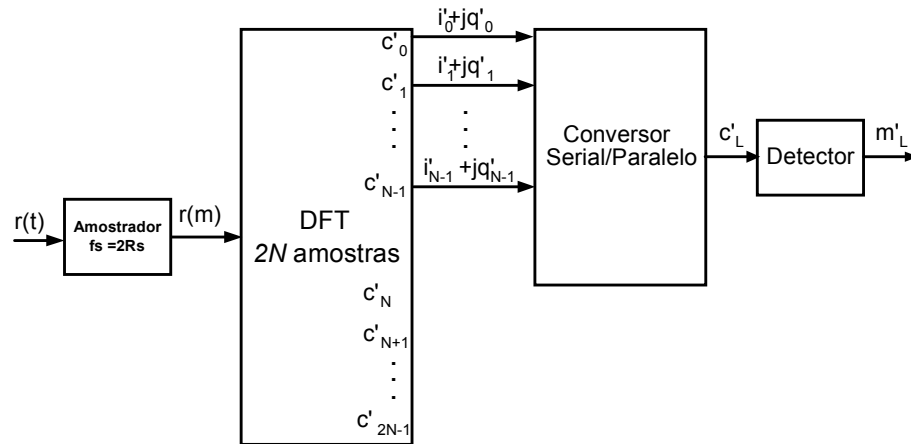


Figura 2.7: Demodulador OFDM utilizando a DFT

Geralmente, a literatura apresenta esquemas de modulação e demodulação OFDM em que a parte imaginária da IDFT também é transmitida [6][8][14][21]. Esta abordagem simplifica a análise e a modelagem para a simulação. A figura 2.8 apresenta o diagrama em blocos do sistema OFDM com transmissão da parte imaginária da IDFT.

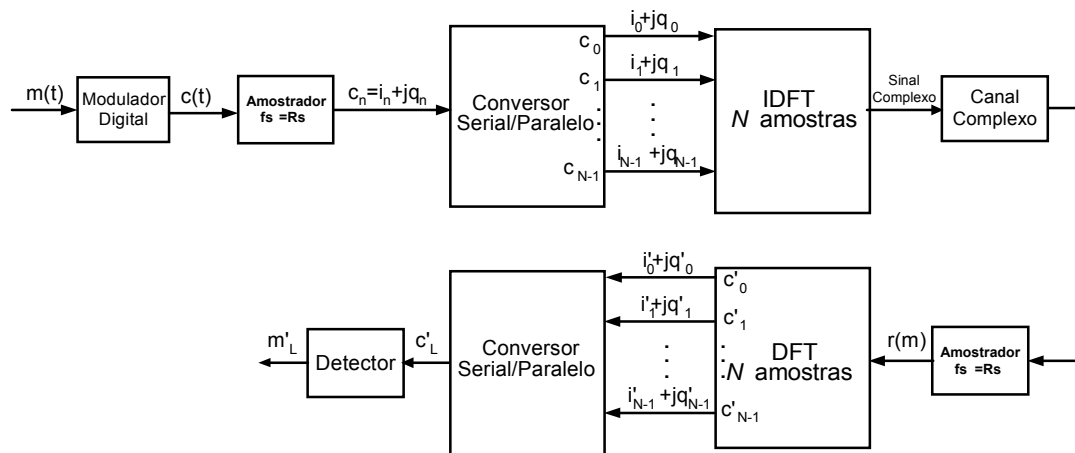


Figura 2.8: Sistema OFDM com transmissão da parte imaginária da IDFT

Neste sistema, como não há perda da parte imaginária da IDFT, não é necessário amostrar o sinal recebido com o dobro da taxa de amostragem utilizada na transmissão. Outra consideração importante é que com a transmissão da parte imaginária da IDFT, não há perda da parte imaginária do coeficiente c_0 , uma vez que, segundo a equação (2.2), a parcela $jq_n \cos(\omega_n t)$ garante a transmissão do termo q_0 .

Enquanto que no Método da Força Bruta a maior dificuldade encontrada é

realizar a construção de N osciladores complexos, no método apresentado aqui, a grande dificuldade é realizar a IDFT e a DFT das N amostras durante o tempo de símbolo OFDM. Embora o tempo do símbolo OFDM aumente linearmente com o aumento do número de portadoras, o tempo necessário para computar a IDFT e a DFT aumenta exponencialmente com N . Desta forma, o preço pago pelo aumento do número de portadoras não é o aumento na complexidade de implementação, mas sim o aumento na carga computacional do sistema.

Uma maneira de minimizar a carga computacional do método apresentado nesta sessão, é utilizar um algoritmo eficiente para computar a DFT, denominado de Transformada Rápida de Fourier (FFT - *Fast Fourier Transform*). Para que a FFT apresente ganhos efetivos no tempo de processamento, é necessário que a seguinte condição seja satisfeita, de modo que N seja uma potência de 2

$$N = 2^p, \quad p = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (2.20)$$

A figura 2.9 mostra o diagrama em blocos de um sistema OFDM implementado utilizando-se o método da IFFT/FFT.

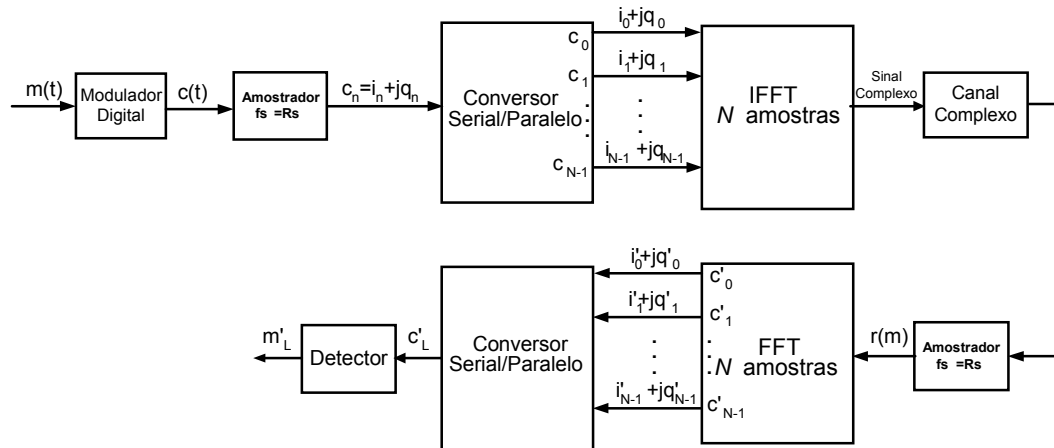


Figura 2.9: Sistema OFDM utilizando o Método da IFFT/FFT

Os padrões que utilizam o sistema OFDM empregam o Método da IFFT/FFT para implementar o transmissor e o receptor. O desenvolvimento dos processadores de sinais digitais permitiu que sistemas OFDM com muitas portadoras fossem empregados para a transmissão digital a altas taxas. A tabela 2.2 apresenta algumas características do padrão DVB-T, ressaltando o número de portadoras utilizadas [10].

Tabela 2.2: *Características do padrão DVB-T*

Parâmetro	Modo 2k	Modo 8k
Número de portadoras	2048	8192
Número de portadoras úteis	1705	6817
Duração do símbolo - T	289,6667 μs	1194,6667 μs
Espaçamento entre as portadoras - Δf	3,34821 kHz	0,837054 kHz
Taxa de Transmissão máxima	24,13Mb/s	24,13Mb/s
Espaçamento entre as portadoras extremas	5,71MHz	5,71MHz

2.4 Estatísticas do Sinal OFDM

O processo de geração OFDM faz com que a amplitude do sinal possua características específicas. Através da figura 2.2 é possível concluir que a máxima amplitude de um sinal OFDM com modulação QPSK é dado por

$$A_{max} \approx \sqrt{2} \cdot N \quad (2.21)$$

Altos valores de amplitude somente serão obtidos quando várias componentes cossenoidais e senoidais estiverem em fase. Assumindo que a informação binária a ser transmitida, $m(t)$, é uma variável aleatória de Bernoulli equiprovável [23], tem-se que os N feixes de dados em paralelo também são variáveis aleatórias, o que faz com que a probabilidade de ocorrência de amplitudes elevadas seja baixa. Deste modo, pode-se modelar o sinal OFDM como a soma de N variáveis aleatórias e analisá-lo como um processo estocástico. Para facilitar a notação, será adotada a seguinte nomenclatura:

- $\vec{c}_n = [c_0 \ c_1 \ \dots \ c_{N-1}]$: vetor de N símbolos seriais a serem transmitidos.
- $\vec{s}_m = \text{IFDT}\{\vec{c}_n\} = [s_0, \ s_1, \ s_2, \ \dots, \ s_{N-1}]$: vetor do sinal OFDM no domínio do tempo.

Como o sinal $m(t)$ é equiprovável, todas as variáveis aleatórias que compõem o vetor \vec{c}_n e \vec{s}_m possuem a mesma média e variância, expressas por [14]

$$\begin{aligned}
 E[c_0] &= E[c_1] = E[c_2] = \dots = E[c_{N-1}] = \mu_c \\
 \text{Var}[c_0] &= \text{Var}[c_1] = \text{Var}[c_2] = \dots = \text{Var}[c_{N-1}] = \sigma_c^2 \\
 E[s_0] &= E[s_1] = E[s_2] = \dots = E[s_{N-1}] = \mu_s \\
 \text{Var}[s_0] &= \text{Var}[s_1] = \text{Var}[s_2] = \dots = \text{Var}[s_{N-1}] = \sigma_s^2
 \end{aligned} \quad (2.22)$$

onde $E[\cdot]$ é a média de (\cdot) e $\text{Var}[\cdot]$ é a variância de (\cdot) .

Como as bases do sistema OFDM são ortogonais, pode-se modelar o sinal OFDM como um processo gaussiano ergódico, de modo que

$$\begin{aligned} E[\vec{s}_m] &= \sum_{n=0}^{N-1} E[s_m] = N\mu_s \\ \text{Var}[\vec{s}_m] &= \sum_{n=0}^{N-1} \text{Var}[s_m] = N\sigma_s \end{aligned} \quad (2.23)$$

O Teorema do Limite Central [23] expresso na equação (2.24) afirma que a função densidade de probabilidade da soma de N variáveis aleatórias tende a apresentar uma distribuição gaussiana, onde a média da soma é a soma das N médias e a variância da soma é a soma das N variâncias. Sendo A a amplitude do sinal OFDM no domínio do tempo, pode-se definir sua função distribuição cumulativa de probabilidade como

$$F_A(a) \cong \Phi\left(\frac{a - N\mu_s}{\sqrt{N\sigma_s^2}}\right) \quad (2.24)$$

onde $F_A(a)$ é a função distribuição cumulativa (fdc) da variável aleatória A , referente a amplitude do sinal OFDM e $\Phi(z)$ é a fdc de uma variável aleatória gaussiana de média nula e variância unitária.

A figura 2.10 apresenta a função densidade de probabilidade (fdp) de um sinal OFDM de 256 portadoras, gerado com modulação QPSK a uma taxa de 2 Mb/s. Para fins de comparação, a fdp gaussiana de mesma média e variância foi mostrada nesta figura. Através da análise da figura 2.10 é possível verificar que o sinal OFDM possui um grande desvio padrão, o que resulta em uma variância elevada. Embora a amplitude do sinal esteja a maior parte do tempo entre -1σ e $+1\sigma$, existe a possibilidade de ocorrer valores instantâneos de amplitude muito maiores do que o desvio padrão do sinal. Por este motivo, o mesmo apresenta uma alta PAPR (*Peak to Average Power Ratio*), que é expressa por

$$\text{PAPR}(\vec{s}_m) = \frac{\|\vec{s}_m\|_\infty^2}{E[\|\vec{s}_m\|_2^2]/N} \quad (2.25)$$

onde $\|(\cdot)\|_\infty$ é a norma infinita de (\cdot) e $\|(\cdot)\|_2$ é a norma-2 de (\cdot) .

Sendo que a definição de norma infinita e de norma-2 são expressas por

$$\begin{aligned} \|\vec{x}\|_\infty &= \max(\vec{x}) \\ \|\vec{x}\|_2 &= \left[\sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{N-1}^2} \end{aligned} \quad (2.26)$$

pode-se reescrever a equação (2.25) como

$$\begin{aligned} \text{PAPR}(\vec{s}_m) &= \frac{\max(|\vec{s}_m|)^2}{\text{E} \left\{ \left[\sum_{m=0}^{N-1} |\vec{s}_m|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^2 / N} \\ &= \frac{\max(|\vec{s}_m|)^2}{\sum_{m=0}^{N-1} \text{E}[|s_m|^2] / N} \end{aligned} \quad (2.27)$$

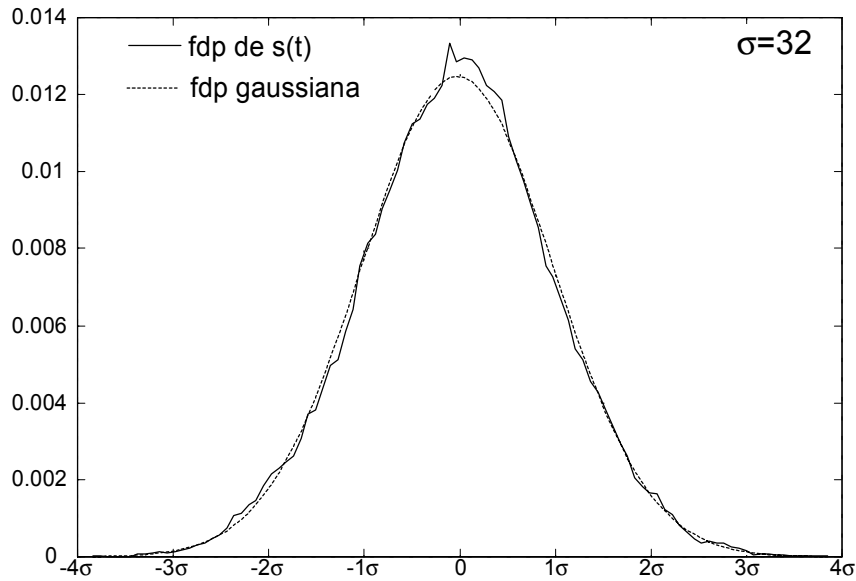


Figura 2.10: fdp de um sinal OFDM

Conforme apresentado na equação (2.23), o sinal OFDM no domínio do tempo é um processo ergódico, ou seja

$$\text{E}[|s_0|^2] = \text{E}[|s_1|^2] = \text{E}[|s_2|^2] = \dots = \text{E}[|s_{N-1}|^2] = \text{E}[|\vec{s}_m|^2] \quad (2.28)$$

Aplicando o resultado apresentado obtido na equação (2.28) na equação (2.27), tem-se

$$\begin{aligned} \text{PAPR}(\vec{s}_m) &= \frac{\max(\vec{s}_m)^2}{N \text{E}[|\vec{s}_m|^2] / N} \\ \text{PAPR}(\vec{s}_m) &= \frac{\max(\vec{s}_m)^2}{\text{E}[|\vec{s}_m|^2]} \end{aligned} \quad (2.29)$$

O termo $\text{E}[|\vec{s}_m|^2]$ da equação (2.29) define a potência total do sinal OFDM e é expresso por

$$\text{E}[|\vec{s}_m|^2] = \text{Var}[\vec{s}_m] + \text{E}[\vec{s}_m]^2 \quad (2.30)$$

onde a $\text{Var}[\vec{s}_m]$ é a potência AC e $E[\vec{s}_m]^2$ é a potência DC do sinal OFDM.

Embora o valor DC do sinal OFDM não seja nulo, devido ao fato do coeficiente c_0 ser transportado na frequência nula, este valor é várias ordens de grandeza menor do que o desvio padrão do sinal, podendo ser desconsiderado. Assim, a equação (2.29) pode ser simplificada para

$$\text{PAPR}(\vec{s}_m) = \frac{\max(|\vec{s}_m|)^2}{\text{Var}[\vec{s}_m]} = \frac{\max(|\vec{s}_m|)^2}{\sigma_s^2} \quad (2.31)$$

onde σ_s é a variância do sinal OFDM.

A figura 2.11 mostra o sinal OFDM no domínio do tempo, juntamente com os valores de $+\sigma$ e $-\sigma$, para fins de comparação.

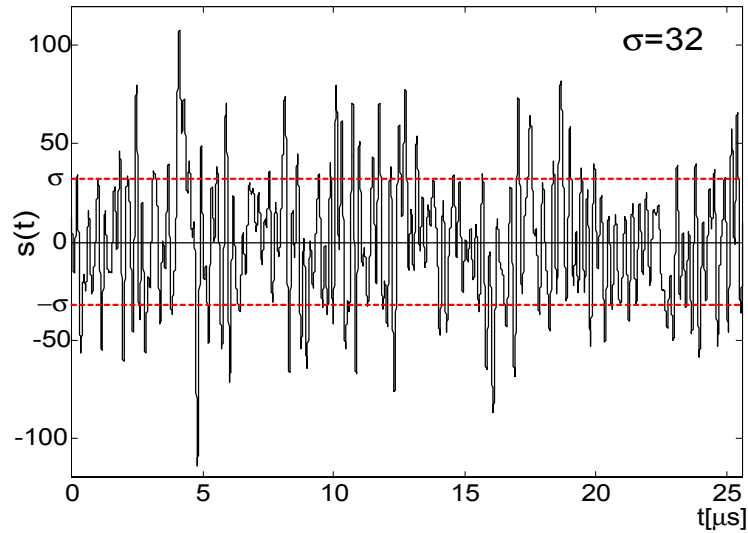


Figura 2.11: Sinal OFDM no domínio do tempo

Capítulo 3

Modelagem de Canais com Ceifamento de Pico

3.1 Introdução

No capítulo anterior, foi mostrado que a envoltória do sinal OFDM pode ser modelada como uma variável aleatória com distribuição gaussiana. Esta característica do OFDM gera um grande problema para a transmissão do sinal, uma vez que os amplificadores de RF são projetados para possuir alta eficiência [13]. Isto significa que o ponto de operação do amplificador de potência fica próximo do ponto de saturação, como mostrado na figura 3.1.

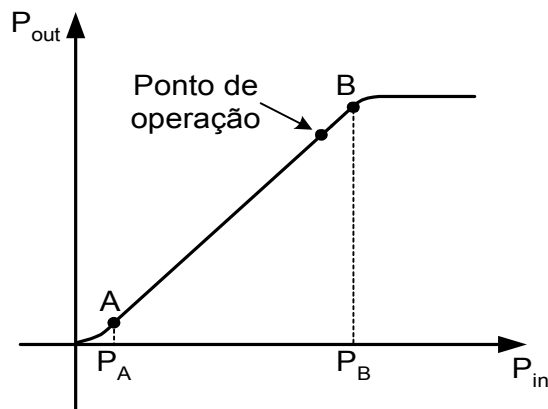


Figura 3.1: *Ponto de operação do amplificador de potência*

O trecho da curva apresentado na figura 3.1 compreendido entre os pontos A e B é a região de operação linear do amplificador. O ponto de saturação (ponto

B) é a fronteira entre a região linear e a região não linear. Isto indica que valores de potência de entrada maiores do que P_B farão com que o amplificador sature, distorcendo a forma de onda do sinal de saída, de tal modo que o sinal de saída não mais corresponda à amplificação do sinal de entrada.

Normalmente, o ponto de operação do amplificador é projetado para ser igual a potência média do sinal de entrada, ficando entre 6dB a 10dB abaixo do ponto que define o início da saturação, também conhecido como ponto de compressão de 1dB [13]. Como o sinal OFDM apresenta uma alta PAPR, em determinados instantes de tempo a amplitude do sinal de entrada irá causar a saturação do amplificador, comprimindo a amplitude do sinal de saída naquele dado instante. Para modelar este efeito, será considerado que o amplificador ceifa completamente o sinal de saída, toda vez que a amplitude de entrada saturar o amplificador. A figura 3.2 mostra a relação entre a amplitude do sinal de saída e a amplitude do sinal de entrada em um amplificador de potência de RF.

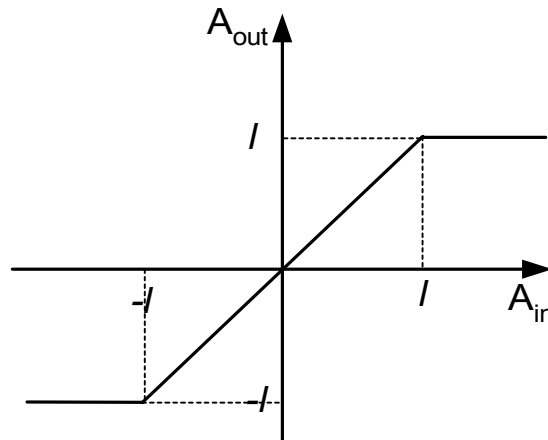


Figura 3.2: Relação entre o sinal de entrada e de saída de um amplificador de potência

Na figura 3.2, toda vez que a amplitude do sinal de entrada ultrapassar l volts, o sinal de saída é ceifado em l volts. Esse limiar determina o valor da amplitude do sinal de entrada que causa a saturação do amplificador, sendo conhecido como limiar de ceifamento. É importante notar que, no caso apresentado, o ganho do amplificador foi normalizado para a unidade, o que não interfere na análise a ser realizada.

Neste capítulo serão apresentados dois modelos para os efeitos do ceifamento no desempenho do sistemas OFDM, obtendo-se a taxa de erro de símbolo e de bit em função do limiar l .

3.2 Modelagem do Ceifamento como Ruído Aditivo

Para determinar a influência do ceifamento no sistema OFDM, é necessário modelar o canal com esta característica e determinar a degradação do sinal em função do limiar de ceifamento.

O modelo clássico de análise [24] admite que a parcela ceifada do sinal corresponde a uma fonte de ruído aditivo cuja a variância é igual à potência da parcela ceifada do sinal. Para aplicar este modelo, é necessário fazer algumas considerações. Primeiramente, deve-se assumir que o espectro da parcela ceifada é plano e está totalmente contido dentro da largura de faixa do sinal OFDM. Isto significa que, para esta modelagem, o ceifamento não prejudica a ortogonalidade entre as portadoras. Ainda é necessário admitir que a potência do sinal está uniformemente distribuída entre as N portadoras, de modo que não haja concentração espectral. E, finalmente, todas as portadoras devem utilizar uma modulação de mesma ordem [25].

Para modelar o ceifamento como um ruído aditivo, primeiramente deve-se estimar a potência do ruído equivalente ao ceifamento. A figura 3.3 mostra um sinal OFDM de 256 portadoras com modulação QPSK e taxa de transmissão de 512 b/s, ceifado a um limiar l .

Como a envoltória do sinal OFDM possui uma distribuição gaussiana, pode-se definir a fdp do sinal como [23]

$$f_A(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_s} \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_s^2}\right) \quad (3.1)$$

Sendo que A tem média praticamente nula, é possível determinar a potência da parcela ceifada do sinal como

$$\sigma_R^2 = \int_l^\infty (a-l)^2 \cdot f_A(a) da + \int_{-\infty}^{-l} (a+l)^2 \cdot f_A(a) da \quad (3.2)$$

Como a distribuição gaussiana é simétrica com relação à média, tem-se

$$\begin{aligned} \sigma_R^2 &= 2 \int_l^\infty (a-l)^2 \cdot f_A(a) da \\ &= 2 \int_l^\infty (a-l)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma_s^2}\right) da \end{aligned} \quad (3.3)$$

Normalizando a potência do sinal OFDM para a unidade ($\sigma_s^2 = 1$), pode-se escrever, sem perda de generalidade, que

$$\begin{aligned}
\sigma_R^2 &= 2 \int_l^\infty (a-l)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da \\
&= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty (a^2 - 2la + l^2) \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da \\
&= \underbrace{\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty a^2 \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da}_{T1} - \underbrace{\frac{4}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty la \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da}_{T2} + \underbrace{\frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty l^2 \exp\left(-\frac{a^2}{2}\right) da}_{T3}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

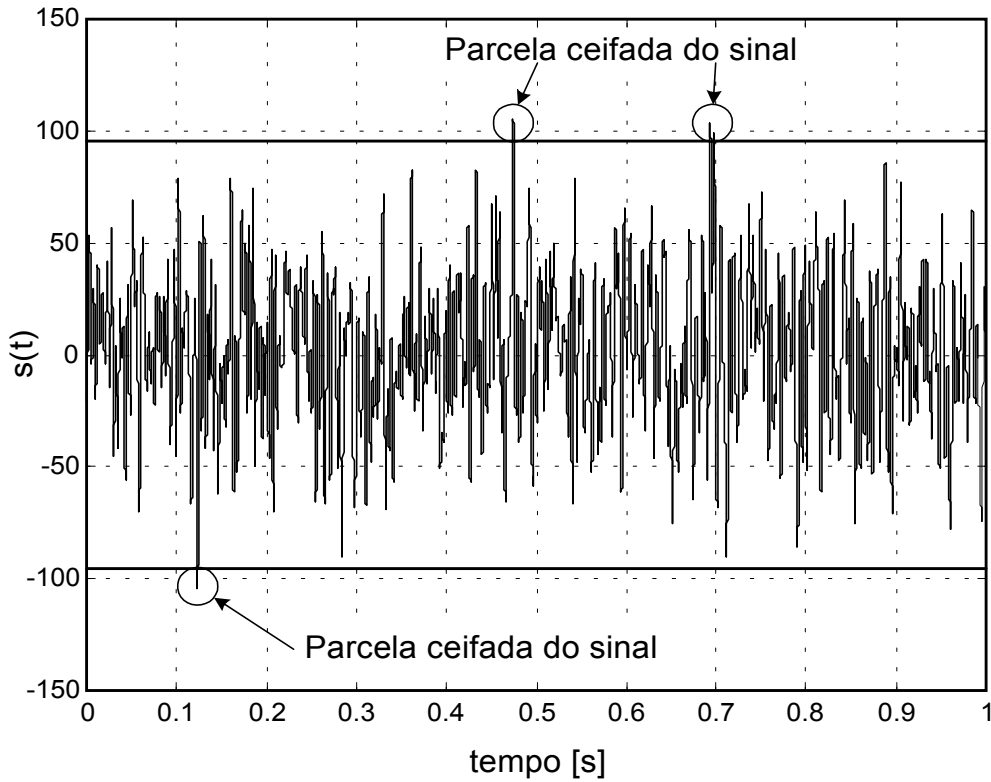


Figura 3.3: Sinal OFDM ceifado

Resolvendo os termos $T1$, $T2$ e $T3$ da equação (3.4), tem-se

$$\begin{aligned}
T1 &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty a^2 \cdot e^{-\frac{a^2}{2}} da = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\sqrt{2\pi} + 2l \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} - \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} l\right) \right] \\
T2 &= \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty a \cdot e^{-\frac{a^2}{2}} da = \frac{4l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \\
T3 &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty l^2 \cdot e^{-\frac{a^2}{2}} da = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\sqrt{2\pi} l^2 - \sqrt{2\pi} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} l\right) l^2 \right]
\end{aligned} \tag{3.5}$$

onde $\text{erf}(\cdot)$ é a função erro. Utilizando os resultados obtidos na equação (3.5), pode-se determinar a potência da parcela ceifada do sinal OFDM como

$$\begin{aligned}\sigma_R^2 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\sqrt{2\pi} + 2l \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} - \sqrt{2\pi} \text{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} l \right) \right] - \frac{4l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} + \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\sqrt{2\pi} l^2 - \sqrt{2\pi} \text{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} l \right) l^2 \right] \\ \sigma_R^2 &= 1 + l^2 - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} - (1 + l^2) \text{erf} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} l \right)\end{aligned}\quad (3.6)$$

Sabendo-se que a relação entre a função erro e a função distribuição cumulativa normal padrão complementar, $Q(x)$, é dada por

$$\begin{aligned}Q(x) &= \frac{1}{2} \left[1 - \text{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right] \\ \text{erf}(x) &= 1 - 2Q(\sqrt{2}x)\end{aligned}\quad (3.7)$$

pode-se reescrever a equação 3.6 como [24]

$$\sigma_R^2 = 2(1 + l^2)Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \quad (3.8)$$

A figura 3.4 exemplifica a modelagem pelo ruído aditivo abordada nesta sessão.

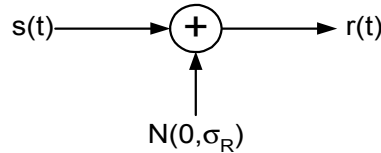


Figura 3.4: Modelo para ruído aditivo

Como a potência do sinal OFDM foi normalizada para a unidade, a relação entre a variância do sinal e a variância do ruído equivalente de ceifamento, RSR_c , pode ser expressa por

$$RSR_c = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_R^2} = \left[2(1 + l^2)Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]^{-1} \quad (3.9)$$

A figura 3.5 mostra a relação entre a variância do sinal e do ruído aditivo equivalente em função do nível de ceifamento.

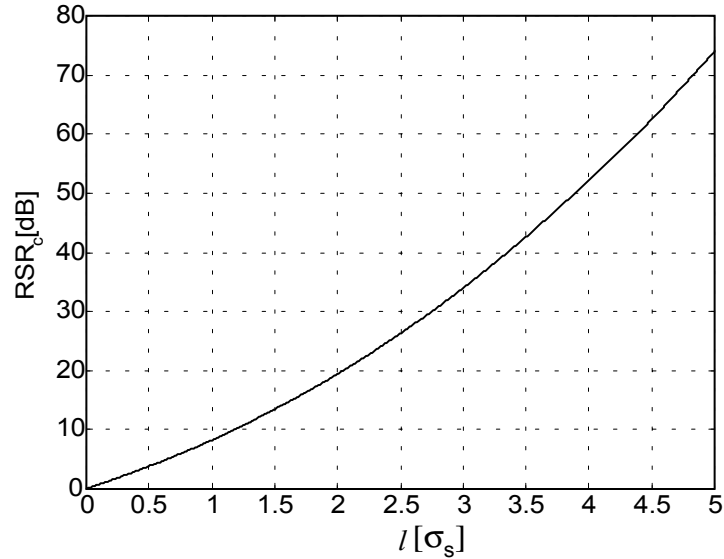


Figura 3.5: *Relação entre a variância do sinal e a variância do ruído de ceifamento*

A partir da relação sinal-ruído de ceifamento, é possível determinar o desempenho de taxa de erro de símbolo do sistema OFDM, considerando a utilização de uma modulação digital quadrada, ou seja

$$M = L^2 \quad (3.10)$$

Como o ceifamento é modelado como um ruído aditivo de potência constante para todas as portadoras, pode-se determinar a probabilidade de erro devido ao ceifamento para uma única portadora e então generalizar para as N demais. A figura 3.6 ilustra como obter a probabilidade de erro em função do ruído equivalente ao ceifamento.

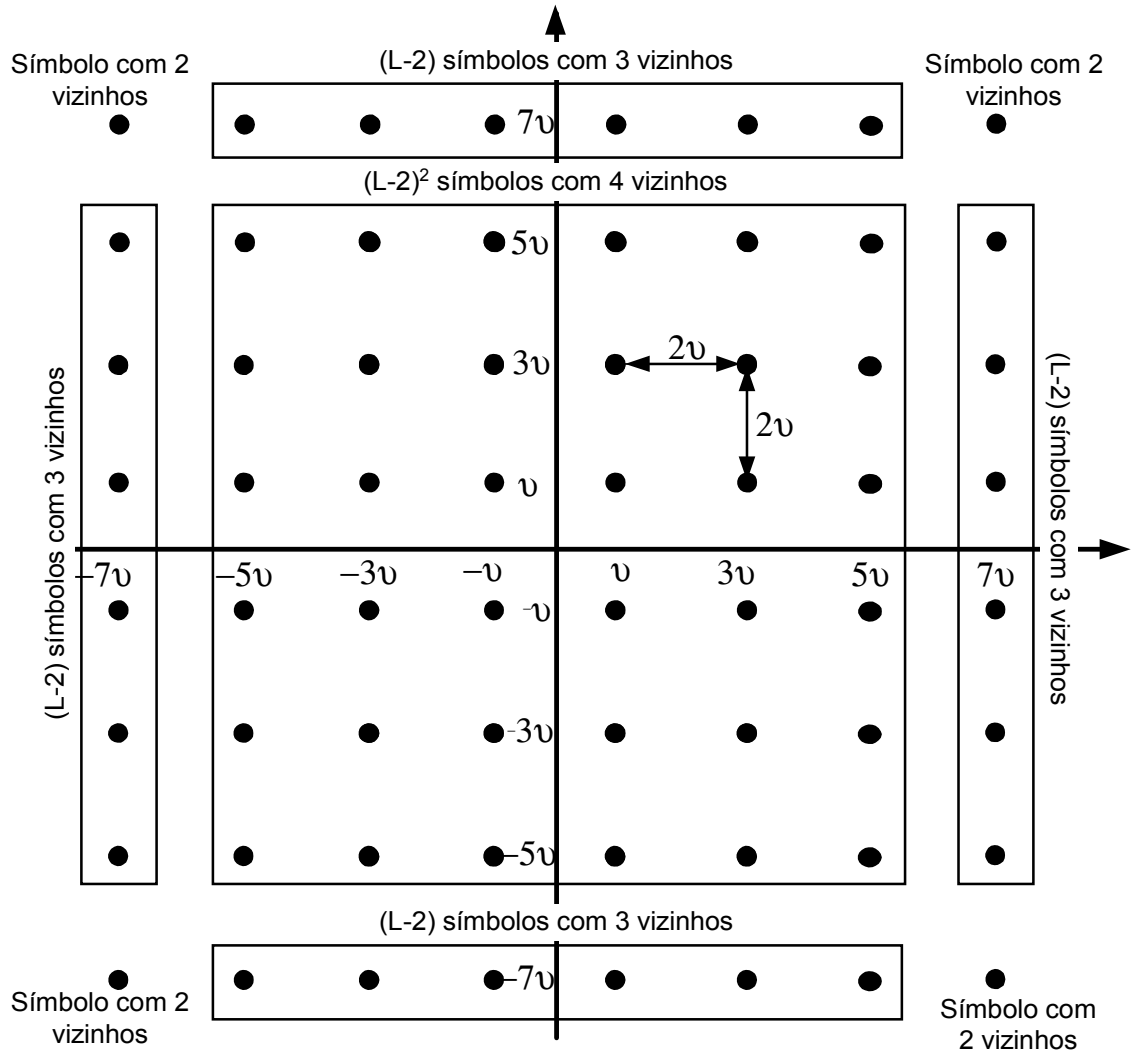


Figura 3.6: Constelação 64QAM

Na figura 3.6 é possível notar que a probabilidade de ocorrer erros entre símbolos adjacentes é dada pela função $Q(x)$, cuja variância é definida pela equação (3.8). Para determinar a probabilidade média de ocorrer erros entre símbolos adjacentes, é necessário definir o número médio de vizinhos adjacentes de uma constelação quadrada com L^2 símbolos. Observando a figura 3.6 é possível definir o número médio de vizinhos adjacentes de uma constelação quadrada genérica, conforme mostrado abaixo

$$\begin{aligned}
 \bar{u} &= \frac{(L-2)^2 \cdot 4 + 4 \cdot (L-2) \cdot 3 + 4 \cdot 2}{L^2} \\
 &= \frac{4L^2 - 16L + 16 + 12L - 24 + 8}{L^2} \\
 &= \frac{4(L-1)}{L}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Desta forma, a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento para uma portadora é expressa por

$$P[erro] = \frac{4(L-1)}{L} \cdot Q\left(\frac{\nu}{\sigma_R}\right) \quad (3.12)$$

onde 2ν é a distância entre os símbolos adjacentes da constelação, conforme apresentado na figura 3.6.

O valor de ν pode ser obtido em função da potência média do sinal que, para constelações quadradas, é definida como

$$\bar{P} = \frac{\nu^2}{3} (L^2 - 1) \quad (3.13)$$

Como a potência do sinal é normalizada para a unidade, tem-se que

$$\nu = \sqrt{\frac{3}{L^2 - 1}} \quad (3.14)$$

Aplicando os resultados obtidos nas equações (3.8) e (3.14) na equação (3.12), tem-se

$$P[erro] = \frac{4(L-1)}{L} Q\left\{ \sqrt{\frac{3}{(L^2 - 1) \left[2(1 + l^2) Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]}} \right\} \quad (3.15)$$

Generalizando o resultado obtido na equação (3.15) para todas as portadoras, tem-se a seguinte probabilidade de erro de símbolo devida ao ceifamento, para um sistema OFDM

$$P[erro] = \frac{4(L-1)N}{L} Q\left\{ \sqrt{\frac{3}{(L^2 - 1) \left[2(1 + l^2) Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]}} \right\} \quad (3.16)$$

Pode-se obter uma aproximação da probabilidade de erro de bit a partir da probabilidade de erro de símbolo mostrada na equação (3.16), assumindo que a modulação digital empregada utiliza mapeamento Gray, de tal forma que os símbolos adjacentes apresentem no máximo um bit de diferença. Assim, a probabilidade de erro de bit pode ser expressa como

$$\begin{aligned}
P_b[erro] &= \frac{4(L-1)N}{L \log_2(L^2)} Q \left\{ \sqrt{\frac{3}{(L^2-1) \left[2(1+l^2) Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]}} \right\} \\
P_b[erro] &= \frac{2(L-1)N}{L \log_2(L)} Q \left\{ \sqrt{\frac{3}{(L^2-1) \left[2(1+l^2) Q(l) - \frac{2l}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \right]}} \right\}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

3.3 Modelagem do Ceifamento como Ruído Impulsivo

A modelagem pelo ruído aditivo apresentada na sessão anterior faz uma consideração que não corresponde com a realidade da natureza do ceifamento, pois este é um efeito não linear que introduz interferência na ortogonalidade das portadoras. Esta interferência é conhecida como interferência interportadoras (ICI - *Intercarrier Interference*) [8] e corresponde à interferência que uma portadora introduz nas portadoras adjacentes, quando a condição de ortogonalidade é prejudicada. Por este motivo, a ICI causa grande degradação no desempenho do sistema OFDM.

No modelo apresentado nesta sessão, o ceifamento é tratado como um ruído impulsivo que possui uma dada probabilidade de ocorrência. Para um número elevado de portadoras, o tempo de símbolo OFDM se torna elevado, considerando uma mesma taxa de bit, fazendo com que o tempo que a amplitude do sinal permanece acima do limiar de ceifamento seja muito pequeno em relação à duração do tempo de símbolo. A figura 3.7 mostra em detalhe o ceifamento de um pico de amplitude do sinal OFDM com 256 portadoras, utilizando modulação QPSK.

Na figura 3.7 fica claro que o tempo de duração do ceifamento, τ_c , é muito menor do que o tempo de símbolo, T . Assim, este fenômeno pode ser modelado como sendo um ruído impulsivo ocorrido num instante de tempo t dentro do símbolo OFDM. Este tratamento implica na introdução de ICI entre as portadoras, uma vez que o espectro do ruído impulsivo afeta as portadoras adjacentes.

Para modelar o ceifamento como um ruído impulsivo, é necessário determinar algumas características estatísticas, como duração e número de cruzamentos do limiar l durante um símbolo OFDM, além de determinar a forma de onda da parcela ceifada do sinal OFDM. Como o sinal OFDM pode ser modelado como um processo gaussiano estacionário, pode-se mostrar que o número de vezes com que a amplitude do sinal ultrapassa o limiar de ceifamento l pode ser modelado como uma variável aleatória discreta com distribuição de Poisson [23]. A figura

3.8 mostra a função massa de probabilidade (fmp) do número de cruzamentos de limiar obtidos de símbolos OFDM com diferentes parâmetros, juntamente com a fmp de Poisson teórica. Todas as figuras foram obtidas com um limiar de ceifamento três vezes maior do que o desvio padrão do sinal.

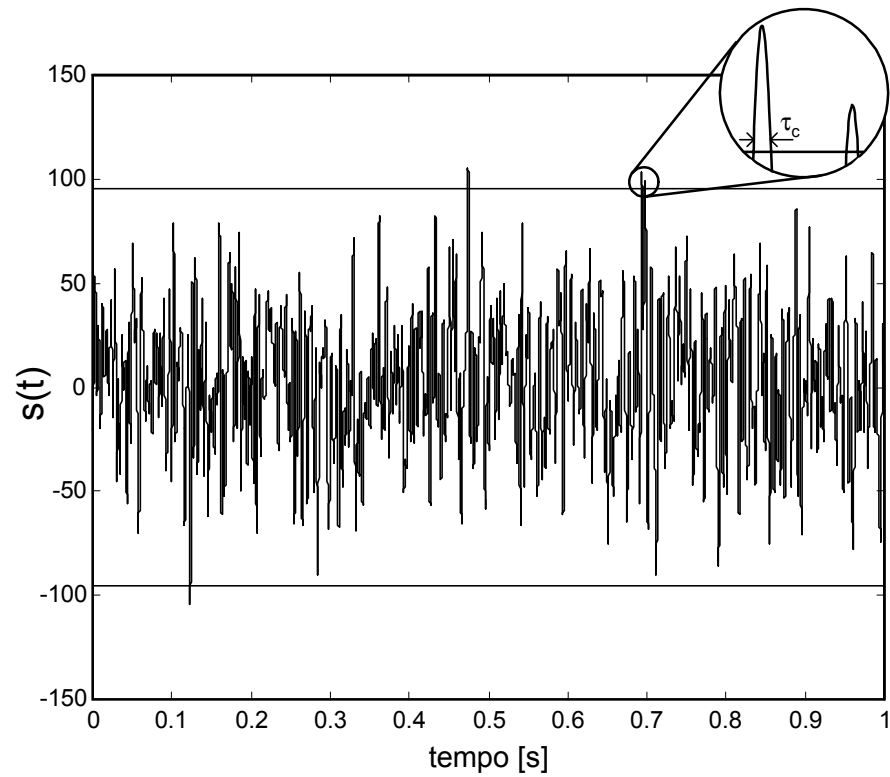


Figura 3.7: *Ceifamento de pico do sinal OFDM*

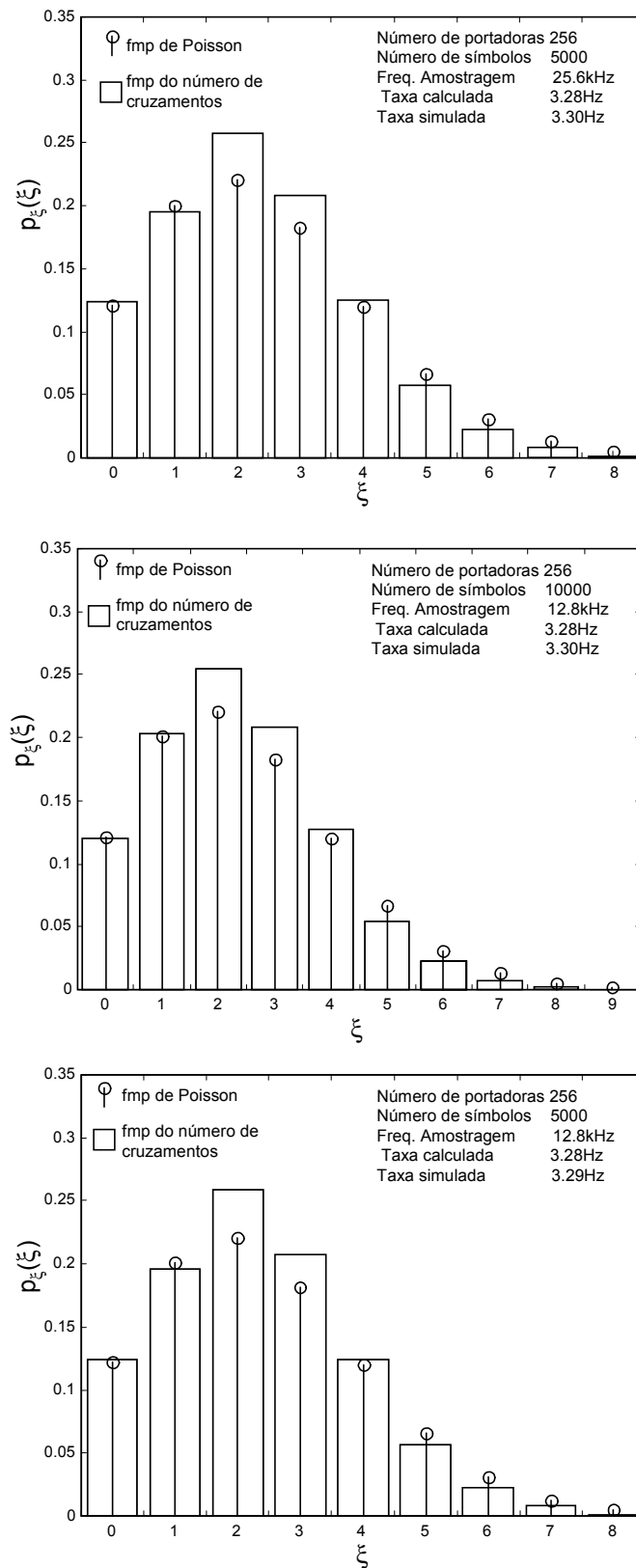


Figura 3.8: *fmp da taxa de cruzamento de limiar*

Pode-se observar na figura 3.8 que a fmp obtida a partir do ceifamento do sinal OFDM é muito próxima da fmp de Poisson de mesma média. Desta forma é possível definir a fmp do número de ocorrências de ceifamento como

$$p_{\xi}(\xi) = \begin{cases} \lambda_l \cdot e^{-\lambda_l \xi} & ; \quad \xi \geq 0 \\ 0 & ; \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.18)$$

onde ξ é a variável aleatória que define o número de ceifamentos ocorridos em um dado intervalo de tempo.

Rice mostrou em [25] que a taxa com que o módulo de um sinal aleatório com distribuição gaussiana ultrapassa um limiar l é definido como

$$\lambda_l = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2m_0^2}} \quad (3.19)$$

onde m_i é a potência da i -ésima derivada do sinal $s(t)$ e é definida como

$$m_i = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^i \cdot S_x(\omega) d\omega \quad (3.20)$$

onde $S_x(\omega)$ é a densidade espectral de potência do sinal $s(t)$.

Conforme pode ser visto na figura 3.9, a densidade espectral de potência do sinal OFDM possui um formato retangular, limitado entre as frequências $-\omega_{max}$ e $+\omega_{max}$.

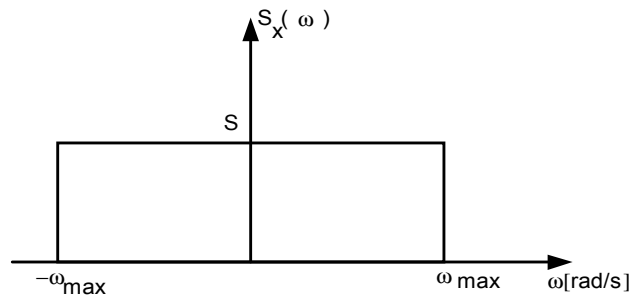


Figura 3.9: Densidade Espectral de Potência do símbolo OFDM

Calculando o valor de m_0 a partir da equação (3.20), tem-se

$$m_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} \omega^0 S_x(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} S_x(\omega) d\omega \quad (3.21)$$

onde ω_{max} é a máxima frequência do sinal OFDM e é dada por

$$\omega_{max} = 2\pi f_{max} = \frac{2\pi N}{T} \quad (3.22)$$

A partir da equação (3.21), pode-se concluir que m_0 é a potência total do sinal OFDM. Normalizando a potência do sinal para a unidade, pode-se escrever, sem perda de generalidade, que

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} S d\omega &= 1 \\ \frac{1}{2\pi} S \omega \Big|_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} &= 1 \\ S &= \frac{\pi}{\omega_{max}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde S é o valor da densidade espectral de potência do sinal OFDM, entre as frequências angulares $-\omega_{max}$ e ω_{max} .

Assim é possível determinar o valor de m_2 , utilizando o resultado da equação (3.23) na equação (3.20).

$$\begin{aligned} m_2 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{max}}^{+\omega_{max}} \omega^2 \frac{\pi}{\omega_{max}} d\omega \\ &= \frac{2\pi}{2\pi\omega_{max}} \int_0^{+\omega_{max}} \omega^2 d\omega = \frac{1}{\omega_{max}} \cdot \frac{\omega^3}{3} \Big|_0^{+\omega_{max}} \\ &= \frac{\omega_{max}^2}{3} \end{aligned} \quad (3.24)$$

Aplicando o resultado obtido na equação (3.24) na equação (3.19), define-se a taxa de cruzamento de limiar como

$$\begin{aligned} \lambda_l &= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\omega_{max}^2}{3}} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \\ \lambda_l &= \frac{\omega_{max}}{\sqrt{3}\pi} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} \end{aligned} \quad (3.25)$$

A taxa utilizada para traçar a fmp de referência mostrada na figura 3.8 foi obtida utilizando-se a equação (3.25). Uma vez definida a estatística do cruzamento de limiar, deve-se definir a estatística da duração do ceifamento, ou seja, quanto tempo a amplitude do sinal OFDM fica acima do limiar l . Como pode ser visto na figura 3.7, o sinal OFDM apresenta amplitude maiores do que l durante τ_c segundos. Segundo Rice [25], a duração com que um processo gaussiano permanece acima de um dado limiar é uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh. A figura 3.10 mostra a fdp da duração do ceifamento para sinais gerados com diferentes características, juntamente com a fdp teórica de Rayleigh.

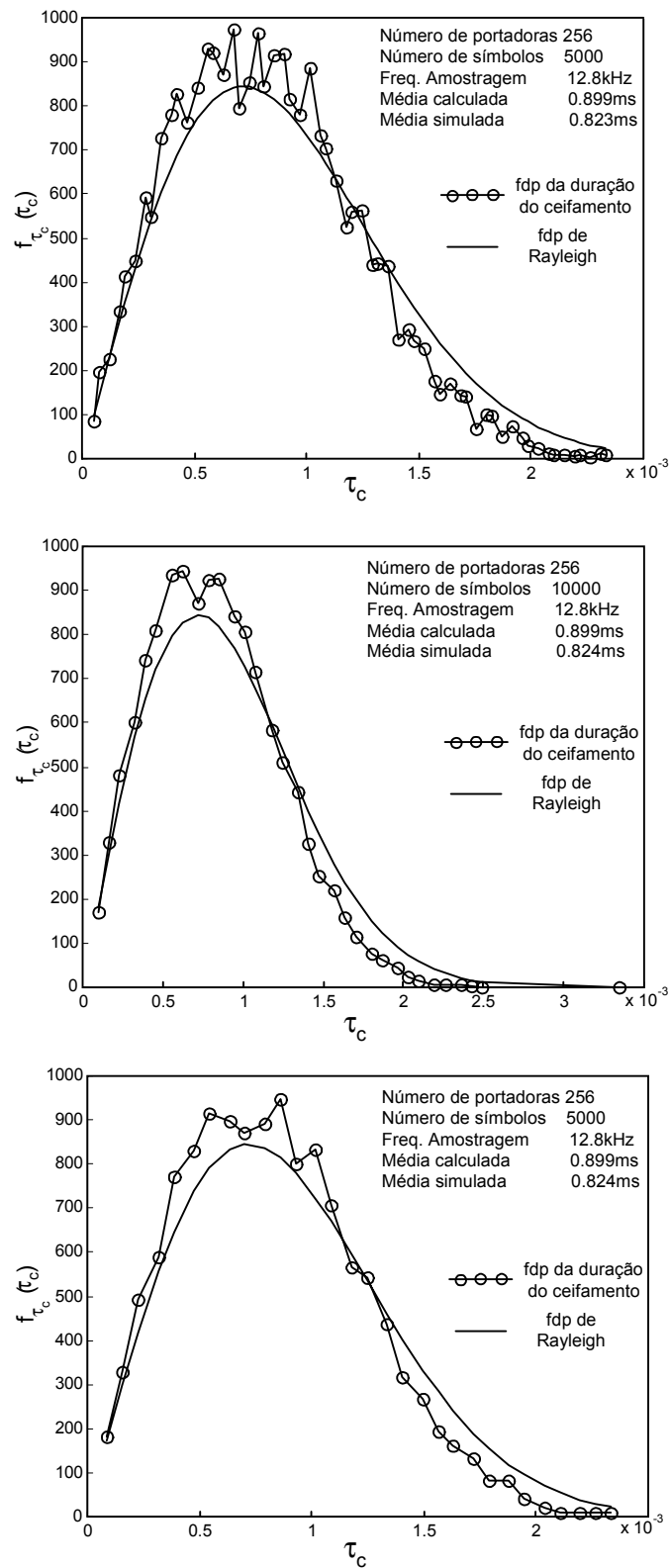


Figura 3.10: *fdp da duração do ceifamento*

A figura 3.10 comprova que a duração do ceifamento pode ser modelada como uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh, cuja a fdp pode ser escrita como [23]

$$f_{\tau_c}(\tau_c) = \begin{cases} z^2 \tau_c e^{-\frac{z^2}{2} \tau_c^2} & ; \quad \tau_c > 0 \\ 0 & ; \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.26)$$

Assumindo τ_m como a duração média do ceifamento, tem-se

$$\begin{aligned} \tau_m &= E[\tau_c] = \sqrt{\frac{\pi}{2z^2}} \\ \tau_m^2 &= \frac{\pi}{2z^2} \quad \text{portanto} \quad z^2 = \frac{\pi}{2\tau_m^2} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Utilizando o resultado obtido na equação (3.27), pode-se reescrever a fdp da duração do ceifamento como

$$f_{\tau_c}(\tau_c) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\tau_c}{\tau_m^2} e^{-\frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\tau_c}{\tau_m}\right)^2} & ; \quad \tau_c > 0 \\ 0 & ; \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (3.28)$$

Conhecidos o tempo médio do ceifamento e a taxa de cruzamento de limiar, é possível determinar a probabilidade de ocorrência de ceifamento em um intervalo de τ_c segundos, conforme mostrado abaixo.

$$P[s(t) > l] = \frac{\lambda_l}{2} \cdot \tau_m = Q\left(\frac{l}{\sigma_s}\right) \quad (3.29)$$

Como a potência do sinal OFDM foi normalizada para a unidade, tem-se $\sigma_s = 1$. Portanto, a equação (3.29) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_l}{2} \cdot \tau_m &= Q(l) \\ \tau_m &= \frac{2Q(l)}{\lambda_l} \end{aligned} \quad (3.30)$$

A função $Q(x)$ pode ser expressa em função de uma série, conforme mostrado na equação abaixo.

$$\begin{aligned}
Q(l) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_l^\infty e^{-\frac{u^2}{2}} du \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi} l} e^{-\frac{l^2}{2}} \left[1 - \frac{1}{l^2} + \frac{3}{l^4} - \dots \right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi} l} e^{-\frac{l^2}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi} l^3} e^{-\frac{l^2}{2}} + \frac{3}{\sqrt{2\pi} l^5} e^{-\frac{l^2}{2}} - \dots
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Como os valores típicos de l são maiores do que 3, pode-se verificar na equação (3.31) que a influência do segundo termo da série em diante passa a ser mínima. Assim, para l maior do que 3 vezes o desvio padrão do sinal OFDM, pode-se aproximar a equação (3.31) para

$$Q(l) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi} l} e^{-\frac{l^2}{2}} \tag{3.32}$$

Aplicando a expressão (3.32) na equação (3.30), tem-se a expressão para o tempo médio de ceifamento

$$\begin{aligned}
\tau_m &= \frac{2 e^{-\frac{l^2}{2}}}{\sqrt{2\pi} l \lambda_l} \\
&= \frac{2 e^{-\frac{l^2}{2}} \sqrt{3\pi}}{\sqrt{2\pi} \omega_{max} l e^{-\frac{l^2}{2}}} = \frac{\sqrt{3} 2\pi}{\sqrt{2\pi} 2\pi f_N l} \\
&= \frac{1}{f_N l} \cdot \sqrt{\frac{3}{2\pi}}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Com as estatísticas de ceifamento determinadas, é necessário definir a influência do pulso de ceifamento na ortogonalidade entre as portadoras. Para isto, é necessário estimar a forma de onda da parcela ceifada do sinal. Segundo Rice [25], a forma de onda de um sinal gaussiano acima de um determinado limiar l possui um formato parabólico que pode ser expresso por

$$p_\tau(t) = \left(-\frac{1}{2} l m_2 t^2 + \frac{1}{8} m_2 \tau_c^2 \right) \cdot \text{ret} \left(\frac{t}{\tau_c} \right) \tag{3.34}$$

onde $\text{ret} \left(\frac{t}{\tau_c} \right)$ é um pulso retangular unitário de largura τ_c .

A figura 3.11 mostra a forma de onda da parcela ceifada do sinal OFDM juntamente com o pulso apresentado na equação (3.34).

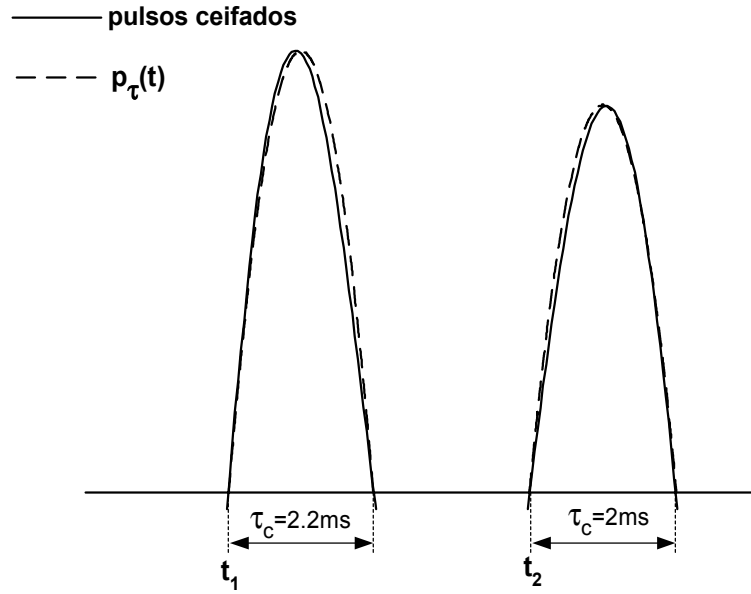


Figura 3.11: Comparação entre pulso parabólico e parcela ceifada do sinal OFDM

Para determinar a influência do ceifamento na ortogonalidade entre as portadoras, é necessário analisar a Transformada de Fourier do pulso de ceifamento, obtendo o espectro instantâneo na ocorrência do mesmo. A equação (3.35) apresenta esta análise, conforme pode ser observado abaixo.

$$\begin{aligned}
 P_{\tau}(\omega) &= \mathcal{F} \{p_{\tau}(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} p_{\tau}(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{1}{2} l m_2 t^2 + \frac{1}{8} m_2 \tau_c^2 \right) \cdot \text{ret} \left(\frac{t}{\tau_c} \right) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (3.35) \\
 &= \frac{l \tau_c m_2}{\omega^2} \left[\text{sinc} \left(\frac{\omega \tau_c}{2} \right) - \cos \left(\frac{\omega \tau_c}{2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

onde $P_{\tau}(\omega)$ é o espectro do pulso apresentado na equação (3.34). A figura 3.12 mostra o gráfico do espectro do pulso de ceifamento. É importante observar que para ω igual a zero a equação (3.35) é nula. Assim, a figura 3.12 representa a equação (3.35) para valores de ω maior do que zero.

Como a IFFT utilizada para gerar o símbolo OFDM fornece um sinal discreto no domínio do tempo com N amostras espaçadas de $\frac{T}{N}$ segundos, a análise do pulso de ceifamento deve ser discreta. Assim, a equação do pulso de ceifamento de duração τ_c ocorrendo em um instante de tempo t_n pode ser reescrita como

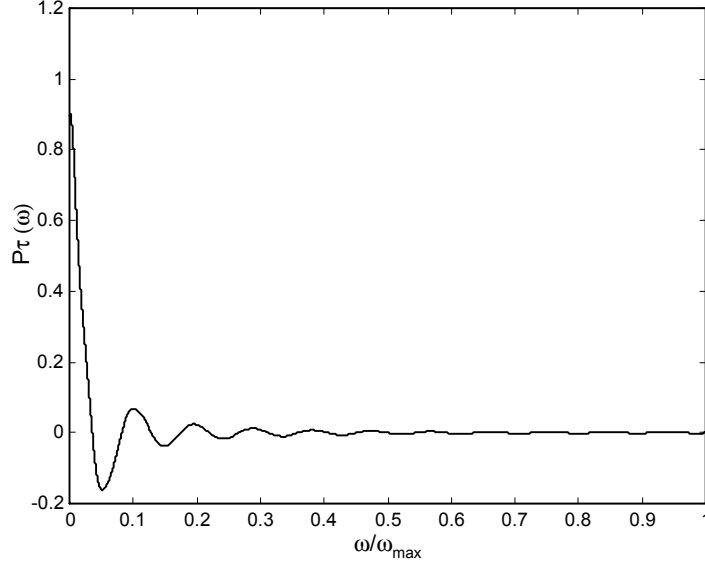


Figura 3.12: *Espectro do pulso de ceifamento*

$$p'_n = p \left(\frac{nT}{N} - t_0 - \frac{\tau_c}{2} \right) \quad (3.36)$$

onde $t_n = \frac{nT}{N}$, t_0 é o instante de ocorrência do ceifamento e τ_c é a duração do ceifamento.

Assim, pode-se determinar a influência do ceifamento na k -ésima portadora através da Transformada de Fourier Discreta da equação (3.36), conforme mostrado abaixo

$$P'_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} p'_n e^{-j2\pi \frac{kn}{N}} \quad (3.37)$$

O termo $1/\sqrt{N}$ apresentado na equação (3.37) é utilizado para manter a potência do sinal unitária.

A análise discreta do pulso de ceifamento apresenta algumas dificuldades matemáticas que podem ser evitadas através da análise do pulso na base de tempo contínua. Se o número de portadoras for suficientemente grande, de tal forma que

$$\frac{T}{N} \ll T \quad (3.38)$$

então o termo $\frac{nT}{N}$ pode ser aproximado para a base de tempo contínua, t , obtendo assim a seguinte simplificação

$$\sum_{n=0}^{N-1} p'_n = \frac{N}{T} \int_{\frac{n_0 T}{N}}^{\frac{n_0 T}{N} + \tau_c} p \left(t - t_0 - \frac{\tau_c}{2} \right) \cdot \text{ret} \left(\frac{t}{\tau_c} \right) dt \quad (3.39)$$

Desta forma, é possível reescrever a equação (3.37) conforme mostrado abaixo.

$$P'_k = \frac{N}{\sqrt{NT}} \int_{t_0}^{t_0+\tau_c} p\left(t - t_0 - \frac{\tau_c}{2}\right) \cdot \text{ret}\left(\frac{t}{\tau_c}\right) e^{-j2\pi k \frac{t}{T}} dt \quad (3.40)$$

Fazendo $u = t - t_0$, tem-se

$$\begin{aligned} P'_k &= \frac{\sqrt{N}}{T} \int_0^{\tau_c} p\left(u - \frac{\tau_c}{2}\right) e^{-j2\pi \frac{k}{T}(u+t_0)} du \\ &= \frac{\sqrt{N}}{T} e^{-j2\pi \frac{k}{T} t_0} \int_0^{\tau_c} p\left(u - \frac{\tau_c}{2}\right) e^{-j2\pi \frac{k}{T} u} du \end{aligned} \quad (3.41)$$

A integral apresentada na equação (3.41), é a Transformada de Fourier apresentada na equação (3.35) fazendo $\omega = 2\pi \frac{k}{T}$. Assim, a equação (3.41) fica

$$\begin{aligned} P'_k &= \frac{\sqrt{N}}{T} e^{-j2\pi \frac{k}{T} t_0} e^{-j2\pi \frac{k\tau_c}{2T}} \int_0^{\tau_c} p(u) e^{-\omega u} du \\ &= \frac{\sqrt{N}}{T} e^{-j2\pi \frac{k}{T} (t_0 + \frac{\tau_c}{2})} \left\{ \frac{lm_2\tau_c}{\left(\frac{2\pi k}{T}\right)^2} \cdot \left[\text{sinc}\left(\frac{\pi k\tau_c}{T}\right) - \cos\left(\frac{\pi k\tau_c}{T}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.42)$$

Como o tempo de símbolo OFDM é muito maior do que a duração do ceifamento, pode-se utilizar a seguinte simplificação

$$\text{sinc}(a) - \cos(a) \approx \frac{a^2}{3} \quad ; \quad 0 < a \ll 1 \quad (3.43)$$

Assim, tem-se

$$\begin{aligned} P'_k &= \frac{\sqrt{N}}{T} e^{-j2\pi \frac{k}{T} (t_0 + \frac{\tau_c}{2})} \cdot \frac{l\tau_c m_2 T^2}{4\pi^2 k^2} \cdot \frac{\pi^2 \tau_c^2 k^2}{3T^2} \\ &= \frac{\sqrt{N} l m_2 \tau_c^3}{12T} e^{-j2\pi \frac{k}{T} (t_0 + \frac{\tau_c}{2})} \end{aligned} \quad (3.44)$$

Como τ_c é uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh, pode-se modelar o argumento exponencial como uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 2π . Assim, a potência da parcela ceifada do sinal na frequência da k -ésima portadora pode ser escrito como

$$P'_k = \frac{\sqrt{N} l m_2 \tau_c^3}{12T} e^{j\theta} \quad (3.45)$$

onde,

$$f_{\theta}(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & , \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 & , \quad \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.46)$$

É importante ressaltar que a simplificação apresentada na equação (3.43) pode não ser válida para as portadoras de frequências mais altas do sinal OFDM. Analisando a equação (3.42) juntamente com o gráfico apresentado na figura 3.12, é possível concluir que as portadoras de frequências mais baixas são mais afetadas pelo ceifamento do que as portadoras com frequências mais elevadas. Assim, a expressão (3.45) permite determinar um limitante superior para a probabilidade de erro de símbolo devido ao ceifamento. Para simplificar a notação, considere a seguinte nomenclatura

$$\eta = \frac{\sqrt{N} l m_2 \tau_c^3}{12T} \quad (3.47)$$

Reescrevendo a equação (3.45) tem-se

$$P'_k = \eta e^{j\theta} \quad (3.48)$$

A probabilidade de erro de símbolo em um sistema OFDM é definido como

$$P[\text{erro}] = P[\text{erro/ceifamento}]P[\text{ceifamento}] + P[\text{erro/ceifamento}^c]P[\text{ceifamento}^c] \quad (3.49)$$

onde $P[\text{ceifamento}^c]$ é o complemento de $P[\text{ceifamento}]$, ou seja, é a probabilidade de não ocorrer ceifamento.

Deseja-se, neste trabalho, determinar a probabilidade de erro devido ao ceifamento. Para isto, é necessário definir a probabilidade do espectro da parcela ceifada do sinal, η , estar acima de um dado limiar, γ , ou seja, $P[\eta > \gamma]$.

Para o caso limite, onde $\eta = \gamma$, tem-se

$$\eta = \gamma \quad \therefore \quad \gamma = \frac{\sqrt{N} l m_2 \tau_c^3}{12T} \quad (3.50)$$

A partir da equação (3.50), pode-se determinar a duração do ceifamento que provoca erro, em função de γ , conforme mostrado abaixo.

$$\tau_c = \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N} l m_2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.51)$$

Deste modo pode-se escrever que

$$P[\eta > \gamma] = P\left[\tau_c > \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N}lm_2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \quad (3.52)$$

Sendo que a fdp de τ_c é dada pela equação (3.28) e fazendo

$$A = \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N}lm_2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.53)$$

pode-se escrever que

$$\begin{aligned} P[\tau_c > A] &= \int_A^{\infty} f_{\tau_c}(\tau_c) d\tau_c \\ &= \int_A^{\infty} \frac{\pi}{2} \frac{\tau_c}{\tau_m^2} e^{-\frac{\pi}{4}\left(\frac{\tau_c}{\tau_m}\right)^2} d\tau_c \end{aligned} \quad (3.54)$$

Fazendo $a = \frac{\pi}{4\tau_m^2}$, $\tau_c^2 = u$ e $du = 2\tau_c d\tau_c$ tem-se

$$\begin{aligned} P[\tau_c > A] &= \frac{\pi}{2\tau_m^2} \int_A^{\infty} \tau_c e^{-a\tau_c^2} d\tau_c \\ &= \frac{\pi}{2\tau_m^2} \int_A^{\infty} \frac{e^{-au}}{2} du \\ &= \frac{\pi}{4\tau_m^2} \frac{e^{-au}}{-a} \Big|_A^{\infty} = \frac{-\pi}{4\tau_m^2 a} e^{-a\tau_c^2} \Big|_A^{\infty} \\ &= e^{-\frac{\pi}{4\tau_m^2} A^2} \end{aligned} \quad (3.55)$$

Aplicando o resultado obtido na equação (3.55) na equação (3.52), tem-se

$$\begin{aligned} P\left[\tau_c > \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N}lm_2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] &= \exp\left[-\frac{\pi}{4\tau_m^2} \cdot \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N}lm_2}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \\ &= \exp\left[-\frac{\pi}{4\tau_m^2} \left(\frac{144T^2\gamma^2}{Nl^2m_2^2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \end{aligned} \quad (3.56)$$

Sendo que

$$\begin{aligned} \tau_m &= \frac{2Q(l)}{\lambda_l} = \frac{e^{-\frac{l^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}l} \cdot \frac{2}{\frac{\sqrt{m_2}e^{\frac{l^2}{2}}}{\pi}} \\ &= \frac{\sqrt{2\pi}}{l\sqrt{m_2}} \end{aligned} \quad (3.57)$$

pode-se reescrever a equação (3.55) como

$$\begin{aligned}
 P \left[\tau_c > \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N} l m_2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] &= \exp \left[- \frac{\pi l^2 m_2}{4 \cdot 2\pi} \cdot \left(\frac{144T^2 \gamma^2}{N l^2 m_2^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \\
 &= \exp \left[- \left(\frac{144T^2 \gamma^2 l^6 m_2^3}{8^3 N l^2 m_2^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \\
 &= \exp \left[- \left(\frac{144T^2 \gamma^2 m_2 l^4}{8^3 N} \right)^{\frac{1}{3}} \right]
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Sendo

$$m_2 = \frac{(2\pi f_N)^2}{3} = \frac{4\pi^2 N^2}{3T^2} \tag{3.59}$$

pode-se reescrever a equação (3.58) como

$$\begin{aligned}
 P \left[\tau_c > \left(\frac{12T\gamma}{\sqrt{N} l m_2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] &= \exp \left[- \left(\frac{9T^2 \gamma^2 l^4 \cdot 4\pi^2 N^2}{32N \cdot 3T^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \\
 &= \exp \left[- \left(\frac{3\pi^2 \gamma^2 l^4 N}{8} \right)^{\frac{1}{3}} \right]
 \end{aligned} \tag{3.60}$$

Utilizando a igualdade apresentada na equação (3.52) e o resultado apresentado na equação (3.60), pode-se determinar a fdc de γ , conforme mostrado abaixo

$$\begin{aligned}
 F_\gamma(\gamma) &= 1 - P[\eta > \gamma] = 1 - P[\gamma \leq \eta] \\
 &= 1 - \exp \left[- \left(\frac{3\pi^2 \gamma^2 l^4 N}{8} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \\
 &= 1 - \exp \left\{ - \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{\frac{2}{\sqrt{3N} \pi l^2}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

Fazendo $U = \frac{2}{\sqrt{3N} \pi l^2}$, tem-se

$$F_\gamma(\gamma) = 1 - \exp \left[\left(-\frac{\gamma^2}{2U^2} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \tag{3.62}$$

A fdc obtida na equação (3.62) é o resultado do mapeamento de uma variável aleatória em um plano complexo distorcido de tal modo que $\eta e^{j\theta} \rightarrow \eta^{\frac{1}{3}} e^{j\theta}$, conforme mostrado na figura 3.13.

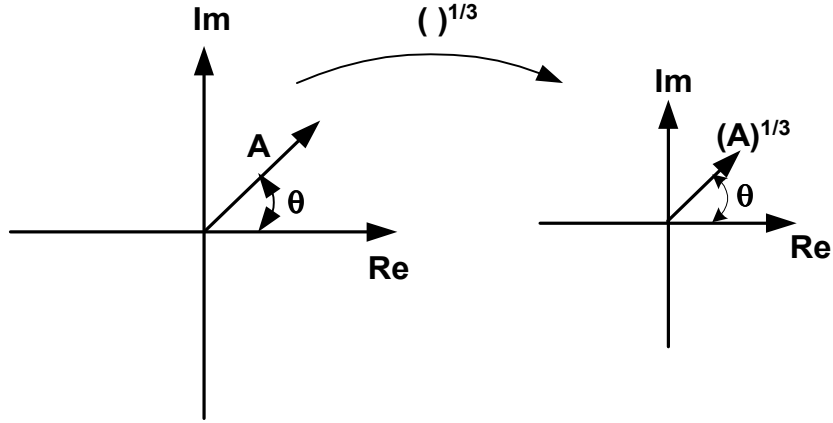


Figura 3.13: Mapeamento no plano complexo distorcido

Assim, pode-se escrever a fdc desta variável mapeada em um plano não distorcido como

$$F'_\gamma(\gamma) = 1 - \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2U^2}\right) \quad (3.63)$$

Pode-se obter a fdp de γ a partir da equação (3.63), conforme mostrado abaixo

$$\begin{aligned} f'_\gamma(\gamma) &= \frac{d}{d\gamma} \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2U^2}\right) \right] \\ &= \frac{\gamma}{U^2} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2U^2}\right) \end{aligned} \quad (3.64)$$

A partir do resultado obtido na equação (3.64), é possível concluir que γ é uma variável aleatória com distribuição de Rayleigh, ou seja, γ é obtida através da soma vetorial de duas variáveis aleatórias gaussianas, X e Y .

É possível obter a fdp de X e Y a partir da fdp conjunta de γ e θ . Sendo que γ e θ são duas variáveis aleatórias independentes, com fdp's representadas nas equações (3.64) e (3.46), respectivamente, pode-se determinar a fdp conjunta destas duas variáveis, em um plano complexo não distorcido, como

$$\begin{aligned} f_{\gamma\theta}(\gamma, \theta) &= f'_\gamma(\gamma) \cdot f_\theta(\theta) \\ &= \frac{\gamma}{2\pi U^2} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2U^2}\right) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Sendo que $X = \gamma \cos(\theta)$ e $Y = \gamma \sin(\theta)$, pode-se determinar a fdp conjunta de X

e Y conforme mostrado abaixo

$$f_{XY}(x, y) = \frac{f_{\gamma\theta}(\gamma, \theta)}{J \begin{pmatrix} x, & y \\ \gamma, & \theta \end{pmatrix}} \quad (3.66)$$

onde $J(\cdot)$ é o Jacobiano de (\cdot) e é definido como [26]

$$\begin{aligned} J \begin{pmatrix} x, & y \\ \gamma, & \theta \end{pmatrix} &= J \begin{pmatrix} \gamma \cos(\theta) & , & \gamma \sin(\theta) \\ \gamma & , & \theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \frac{d}{d\gamma} \gamma \cos(\theta) & \frac{d}{d\theta} \gamma \cos(\theta) \\ \frac{d}{d\gamma} \gamma \sin(\theta) & \frac{d}{d\theta} \gamma \sin(\theta) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \cos(\theta) & -\gamma \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \gamma \cos(\theta) \end{vmatrix} = \gamma \cos^2(\theta) + \gamma \sin^2(\theta) \\ &= \gamma \end{aligned} \quad (3.67)$$

Utilizando o resultado obtido na equação (3.67) na equação (3.66), tem-se

$$\begin{aligned} f_{XY}(x, y) &= \frac{\frac{\gamma}{2\pi U^2} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2U^2}\right)}{\gamma} = \frac{1}{2\pi U^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma^2}{U^2}\right)} \\ &= \frac{1}{2\pi U^2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2+y^2}{U^2}\right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} U} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{U^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi} U} e^{-\frac{1}{2}\frac{y^2}{U^2}} \end{aligned} \quad (3.68)$$

Como X e Y são variáveis aleatórias gaussianas independentes, tem-se

$$f_{XY}(x, y) = f_X(x) \cdot f_Y(y) \quad (3.69)$$

Deste modo, é possível definir a fdp de X e Y utilizando o resultado obtido na equação (3.68), conforme mostrado a seguir

$$\begin{aligned} f_X(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} U} e^{-\frac{1}{2}\frac{x^2}{U^2}} \\ f_Y(y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi} U} e^{-\frac{1}{2}\frac{y^2}{U^2}} \end{aligned} \quad (3.70)$$

Analisando as fdp's apresentadas na equação (3.70), pode-se verificar que U é

o desvio padrão das variáveis aleatórias X e Y mapeadas no plano não distorcido. Desta forma, o valor do desvio padrão das gaussianas ortogonais no plano complexo distorcido é dado por

$$\sigma_g = U^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{2}{\sqrt{3N} \pi l^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.71)$$

Desta forma é possível determinar a probabilidade da projeção de η no eixo real do plano complexo distorcido ser maior do que um dado limiar x , o que define a probabilidade de ocorrência de erro entre símbolos adjacentes para modulações quadradas [5], uma vez que a distribuição de X e Y são idênticas.

$$P[\eta \cos(\theta) > x] = P[\eta \sin(\theta) > y] = Q\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\sigma_g}\right) = Q\left(\frac{y^{\frac{1}{3}}}{\sigma_g}\right) \quad (3.72)$$

Assim, a probabilidade de erro devida ao ceifamento em um sistema OFDM que utiliza uma modulação digital com L^2 símbolos separados a uma distância 2ν pode ser expressa por

$$P[\text{erro/ceifamento}] = \frac{4(L-1)}{L} Q\left(\frac{\nu^{\frac{1}{3}}}{\sigma_g}\right) \quad (3.73)$$

onde o valor de ν , para que seja mantida a potência unitária do sinal OFDM, é dada pela equação abaixo.

$$\nu = \sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}} \quad (3.74)$$

Utilizando as equações (3.71) e (3.74), pode-se reescrever a equação (3.73) como

$$\begin{aligned} P[\text{erro/ceifamento}] &= \frac{4(L-1)}{L} Q\left[\left(\sqrt{\frac{3}{2N(L^2-1)}} \cdot \frac{\sqrt{3N} \pi l^2}{2}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \\ &= \frac{4(L-1)}{L} Q\left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \end{aligned} \quad (3.75)$$

Como a ocorrência de ceifamento é uma variável aleatória discreta com distribuição de Poisson de taxa λ_i , pode-se expressar a probabilidade de ceifamento

em T segundos como

$$\begin{aligned}
P[\text{ceifamento}] &= 1 - e^{-\lambda_l T} \approx \lambda_l T \quad ; \quad \text{para } \lambda_l \ll 1 \\
&\approx \frac{\omega_{max}}{\sqrt{3}\pi} e^{-\frac{l^2}{2}} T \\
&\approx \frac{2\pi N}{\sqrt{3}\pi T} e^{-\frac{l^2}{2}} T \\
&\approx \frac{2N}{\sqrt{3}} e^{-\frac{l^2}{2}}
\end{aligned} \tag{3.76}$$

Finalmente, pode-se escrever a probabilidade de erro causada na presença do ceifamento do sinal como [14]

$$\begin{aligned}
P[\text{erro}] &= P[\text{erro/ceifamento}] \cdot P[\text{ceifamento}] \\
&\approx \frac{2N}{\sqrt{3}} e^{-\frac{l^2}{2}} \cdot \frac{4(L-1)}{L} Q \left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \\
&\approx \frac{8N(L-1)}{\sqrt{3}L} \cdot e^{-\frac{l^2}{2}} Q \left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)} \right)^{\frac{1}{3}} \right]
\end{aligned} \tag{3.77}$$

A probabilidade de ocorrer ceifamento no intervalo de T segundos expressa na equação (3.76) somente é válida quando o espaçamento entre as amostras do sinal OFDM é infinitesimal, ou seja, para base de tempo contínua. Mas, conforme já foi apresentado no capítulo 2, o transmissor e o receptor OFDM operam com uma frequência de amostragem múltipla da taxa de Nyquist, de modo que o sinal OFDM deve ser analisado como sinal discreto no tempo. Deste modo, é necessário redefinir a probabilidade de ocorrência de ceifamento para um sinal OFDM discreto. Como o símbolo OFDM é uma variável aleatória gaussiana com média nula e variância unitária, devido à normalização da potência do sinal, pode-se escrever que

$$\begin{aligned}
P[|s_n| > |l|] &= P[s_n > l] + P[s_n < -l] \\
&= 2Q(l)
\end{aligned} \tag{3.78}$$

Como cada amostra do símbolo OFDM é uma variável aleatória independente e identicamente distribuída, pode-se calcular a probabilidade de i amostras em N

sofrerem ceifamento e assim determinar a probabilidade de ceifamento como

$$P[\text{ceifamento}] = \sum_{i=1}^N \binom{N}{i} \cdot [1 - 2Q(l)]^{N-i} \cdot [2Q(l)]^i \quad (3.79)$$

Como $l \geq 3\sigma_s$, o número de amostras que ultrapassam o limiar $|l|$ é pequeno, permitindo que a probabilidade de ocorrência de ceifamento seja simplificada para $i = 1$. Deste modo, tem-se

$$\begin{aligned} P[\text{ceifamento}] &= \binom{N}{1} \cdot [1 - 2Q(l)]^{N-1} \cdot 2Q(l) \\ &= 2NQ(l) \cdot [1 - 2Q(l)]^{N-1} \end{aligned} \quad (3.80)$$

O termo $[1 - 2Q(l)]$ apresentado na equação (3.80) tende para a unidade para l maior do que 3, permitindo escrever a probabilidade de ceifamento como

$$P[\text{ceifamento}] \approx 2NQ(l) \quad (3.81)$$

Utilizando os resultados apresentados nas equações (3.75) e (3.81), é possível determinar a probabilidade de erro devida à ocorrência de ceifamento em um símbolo OFDM amostrado como [14]

$$\begin{aligned} P[\text{erro}] &\approx \frac{4(L-1)}{L} Q \left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 2NQ(l) \\ &\approx \frac{8N(L-1)}{L} \cdot Q(l) \cdot Q \left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{aligned} \quad (3.82)$$

É possível estimar a probabilidade de erro de bit obtida neste modelo, assumindo o mapeamento Gray na modulação digital como

$$\begin{aligned} P_b[\text{erro}] &\approx \frac{8N(L-1)}{L \log_2(L^2)} \cdot Q(l) \cdot Q \left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \\ &\approx \frac{4N(L-1)}{L \log_2(L)} \cdot Q(l) \cdot Q \left[\left(\frac{3\pi l^2}{2\sqrt{2}(L^2-1)} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \end{aligned} \quad (3.83)$$

Capítulo 4

Comparação entre a Modelagem do Ceifamento como Ruído Aditivo e Impulsivo

4.1 Introdução

No capítulo anterior, foram apresentados dois modelos para análise do ceifamento em sinais OFDM. Para definir qual método melhor modela o ceifamento do sinal, é necessário comparar os resultados obtidos no capítulo 3 e analisar a curva de desempenho dos dois modelos para assim definir qual modelagem apresenta um comportamento mais realístico.

4.2 Efeito do Ceifamento no Sinal OFDM

O ceifamento introduz uma distorção não linear no sinal OFDM, perturbando as portadoras e degradando a qualidade do sistema. A figura 4.1 mostra os símbolos transmitidos e recebidos de um sistema OFDM com as características apresentadas na tabela 4.1.

Tabela 4.1: *Características do sistema OFDM*

Modulação	QPSK
Número de portadoras	64
Taxa de bits	128 b/s
Tempo de símbolo OFDM	1s
limiar de ceifamento	$2\sigma_s$

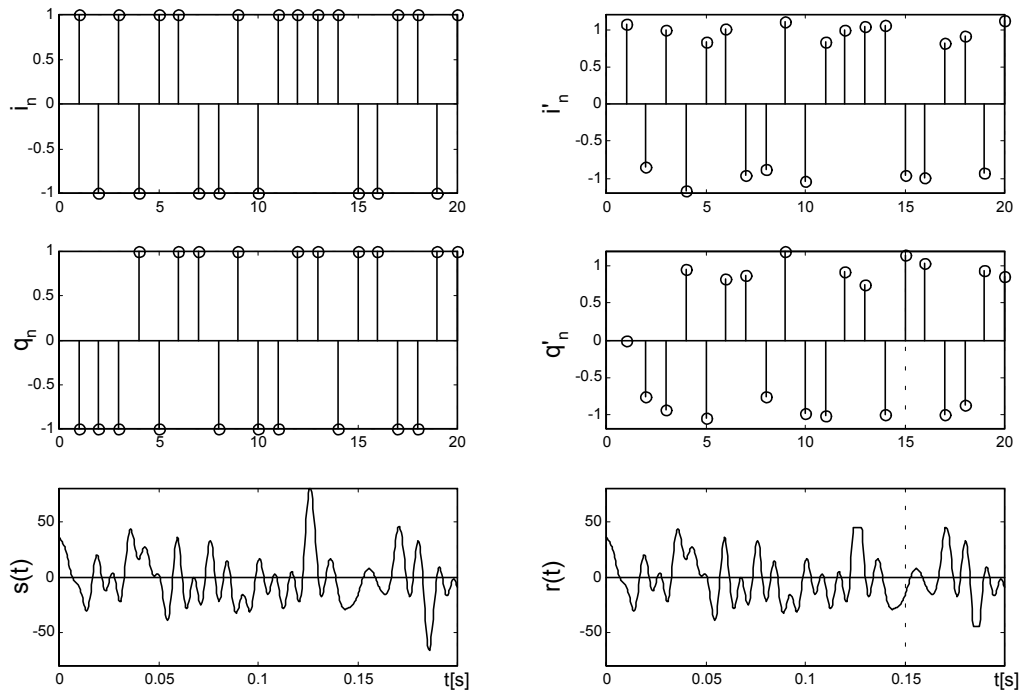


Figura 4.1: Efeito do ceifamento no sinal OFDM

A interferência espectral introduzida pelo ceifamento pode ser visualizada na figura 4.2 para um sinal OFDM com as características da tabela 4.1.

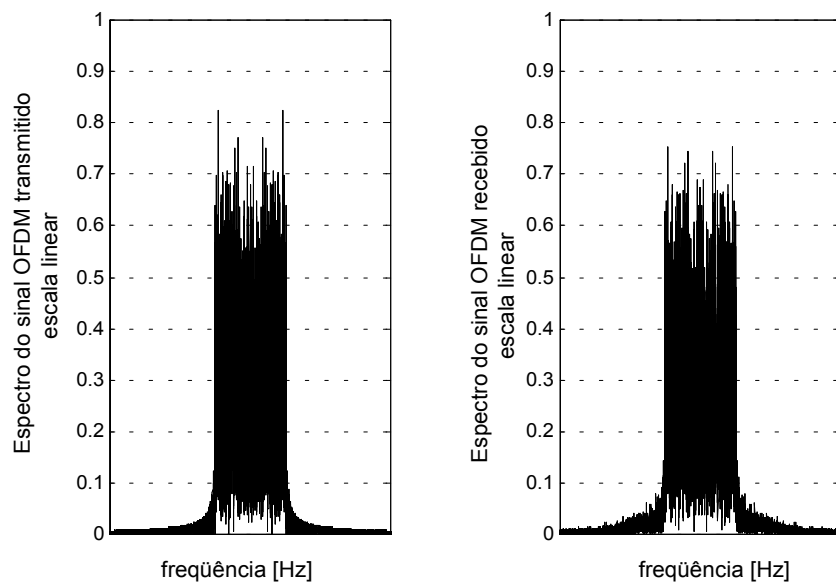


Figura 4.2: Espectro do sinal OFDM ceifado e não ceifado

Pode-se verificar na figura 4.2 que há um aumento de potência do sinal ceifado fora da banda de interesse. Esse aumento de componentes espectrais fora da

largura de faixa destinada ao sinal pode causar interferência nos sinais transmitidos em canais adjacentes. Durante o ceifamento, também ocorrem emissões espúrias dentro da largura de faixa do sinal, causando interferência entre as portadoras (ICI), o que degrada sensivelmente o desempenho do sistema. Para evitar que o ceifamento eleve sensivelmente o número de erros na recepção, é necessário estimar corretamente a influência desta interferência na taxa de erro de símbolo, permitindo assim, dimensionar sistemas de compensação.

4.3 Comparação entre os Modelos para Canais com Ceifamento

A não linearidade introduzida pelo ceifamento causa a intermodulação entre as portadoras, prejudicando a ortogonalidade entre as mesmas. O modelo como ruído aditivo assume que o ceifamento não prejudica esta ortogonalidade e, por este motivo, os resultados obtidos com esta modelagem apresentam uma estimativa otimista para probabilidade de erro de símbolo. Este modelo utiliza apenas a potência da parcela ceifada do sinal como sendo a potência do ruído aditivo equivalente. Isto significa que para valores elevados de $|l|$, a interferência introduzida pelo ceifamento é muito pequena.

Já o modelo com ruído impulsivo utiliza uma abordagem mais realista do processo de ceifamento, levando a ICI em consideração. Deste modo, a curva de probabilidade de erro obtida nesta modelagem, representa um indicativo de qualidade mais confiável do que a curva de probabilidade de erro de símbolo obtida no modelo como ruído aditivo. As figuras 4.3, 4.4 e 4.5 apresentam comparações entre as curvas obtidas em ambos os modelos, normalizada quanto ao número de portadoras, para diferentes ordens de modulação.

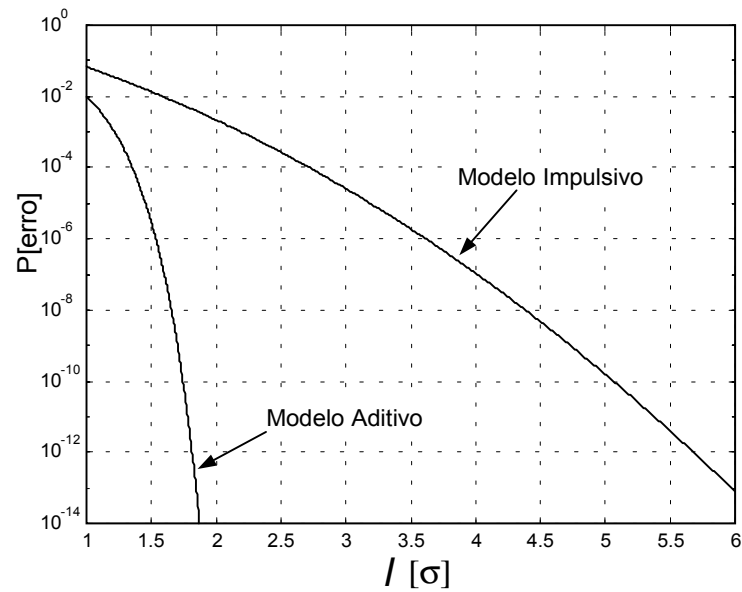


Figura 4.3: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com modulação QPSK

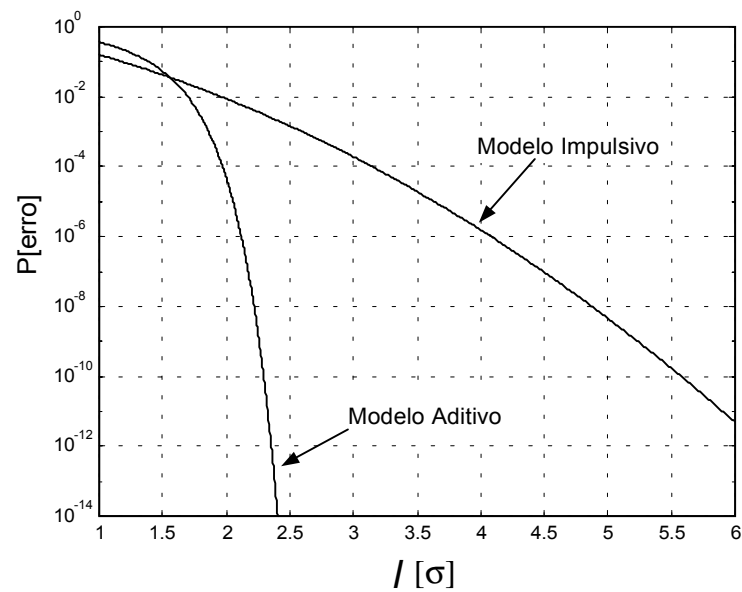


Figura 4.4: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM com modulação 16QAM

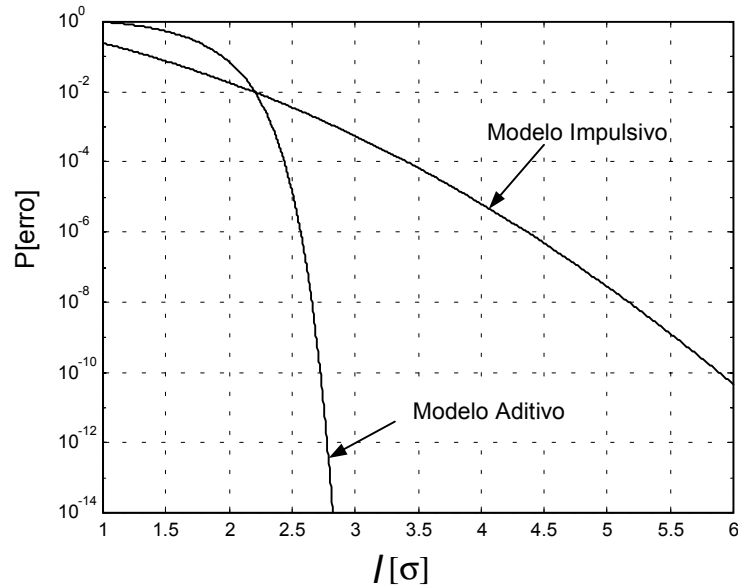


Figura 4.5: Probabilidade de erro de símbolo de um sistema OFDM modulação 64QAM

Na modelagem do ceifamento como ruído impulsivo, utilizou-se uma aproximação da função $Q(x)$ válida para $l > 3$. Nas figuras 4.3, 4.4 e 4.5 foi traçada a probabilidade de erro de símbolo para valores de l menores que 3, afim de permitir a comparação com o modelo do ceifamento como ruído aditivo. Assim, pode haver imprecisão nas estimativas da probabilidade de erro de símbolo apresentadas nas figuras citadas, para baixos valores de l .

Nas figuras 4.3, 4.4 e 4.5 é possível perceber que para valores elevados de l , o modelo como ruído aditivo estima valores de probabilidade de erro várias ordens de grandeza menor do que o modelo como ruído impulsivo, o que confirma a condição otimista da modelagem do ceifamento como ruído aditivo. Ainda na figura 4.5 é possível observar que para valores baixos de l ($l < 1,5$) a curva de desempenho obtida com o modelo aditivo apresenta valores de probabilidade de erro de símbolo próximos da unidade. No entanto, para a faixa de valores de l mencionada, espera-se uma probabilidade de erro em torno de 50%. Isto indica que devido as aproximações realizadas no desenvolvimento deste trabalho, os resultados apresentados no capítulo 3 podem não ser válidos para $l < 1,5$.

Capítulo 5

Conclusões

O sistema de transmissão multiportadoras vem sendo alvo de estudo em diversos centros de pesquisa devido à robustez que este apresenta em canais com multipercursos. Esta robustez faz com que o sistema OFDM seja um método eficiente para transmissão de dados a altas taxas. Diversos padrões de comunicação adotaram o OFDM como sistema de transmissão digital, o que vem tornando-o cada vez mais popular. Com a adoção do OFDM como sistema de transmissão dos padrões de televisão digital de alta definição da Europa e do Japão, o interesse nas modulações multiportadoras passou a ser ainda maior.

Os resultados de estudos referentes ao OFDM mostram que algumas dificuldades de implementação podem limitar seu emprego em novos padrões de comunicação digital. A primeira dificuldade encontrada é a complexidade de geração e recepção do sinal, que foi superada com o desenvolvimento de processadores digitais de sinais que permitiram a implementação destes sistemas com até milhares de portadoras (DVB-T e ISDB-T). Outra grande dificuldade na implementação do sistema OFDM é a amplificação do sinal para a transmissão. O sinal OFDM possui potência de pico muito maior do que a potência média, de modo que os amplificadores de potência, projetados para apresentarem alto rendimento, ceifam a forma de onda de saída, distorcendo o sinal transmitido.

Neste trabalho foram apresentados dois modelos para canais com ceifamento. No primeiro modelo, denominado como modelagem do ceifamento como ruído aditivo, considerou-se que o ceifamento introduz um ruído aditivo no sinal de transmissão, cuja a variância é igual à potência referente à parcela ceifada do sinal OFDM. Neste modelo, assume-se que toda a potência deste ruído aditivo está dentro da largura de faixa do sinal e é uniformemente distribuída neste espectro, não prejudicando assim, a ortogonalidade das portadoras. Esta consideração faz com que este modelo seja otimista quanto a probabilidade de erro, uma vez que o ceifamento é um processo não linear que introduz intermodulação, prejudicando

a ortogonalidade entre as portadoras.

No segundo modelo, o ceifamento é tratado como um ruído impulsivo com forma de onda parabólica. Isto implica que a interferência entre as portadoras é levada em consideração, fazendo com que esta abordagem seja mais confiável para determinar a taxa de erro devido ao ceifamento, principalmente para valores elevados de $|l|$ (limiar de ceifamento).

Neste trabalho, as características estocásticas do ceifamento do sinal OFDM foram levadas utilizando simulações computacionais. Os resultados teóricos e os obtidos em simulação mostraram que o número de cruzamentos de limiar apresenta função massa de probabilidade de Poisson. Esse estudo também mostrou que a duração do ceifamento apresenta função densidade de probabilidade de Rayleigh e que a parcela ceifada do sinal OFDM pode ser representada por um pulso parabólico. A comprovação destas considerações por simulações computacionais garante a confiabilidade dos resultados obtidos para a modelagem do ceifamento como ruído impulsivo.

A necessidade de determinar a influência do ceifamento no desempenho de sistemas multiportadoras com precisão é de fundamental importância para a sua adoção em novos padrões de transmissão digitais. A modelagem e análise confiáveis desta interferência permitem determinar se o uso de amplificadores de alto rendimento neste sistema é viável, além de permitir o dimensionamento de contra-medidas eficazes, que possam eliminar os erros na recepção. Por exemplo, conhecendo a probabilidade de erro introduzida por um amplificador não linear, é possível definir uma codificação de canal cuja capacidade de correção de erro seja superior à probabilidade de erro devida ao ceifamento. Desta forma, trabalhos futuros podem realizar uma investigação sobre o método de codificação de canal a ser utilizado para evitar que os erros introduzidos pelo ceifamento do sinal degradem o desempenho do sistema OFDM.

Também não foi o foco de estudo deste trabalho determinar o efeito do ceifamento do sinal OFDM transmitido em canais ruidosos, sendo proposta para trabalhos futuros determinar uma expressão analítica para a probabilidade de erro nesta situação. O mesmo pode ser feito para canais que apresentem desvanecimento plano, como Rayleigh, Rice e Nakagami, bem como para canais com desvanecimento seletivo.

Outra proposta para trabalhos futuros é definir a probabilidade de erro devida ao ceifamento, para modulações QAM não quadradas, uma vez que estas não foram abrangidas neste trabalho.

Anexo A

Artigos publicados desta Dissertação

Os seguintes artigos foram publicados em congressos internacionais, baseados nos conteúdos apresentados nesta dissertação:

- B. A. Pereira; H. T. Kuehne; L. L. Mendes; J. S. G. Panaro, “Uma Abordagem Educacional para o Estudo do OFDM”, *International Conference on Engineering and Computer Education*, Santos - Brasil, 2003.
- L. L. Mendes; S. A. Fasolo; G. G. R. Gomes, “Analysis of Clipping in OFDM Symbols”, *International Conference on Engineering and Computer Education*, Santos - Brasil, 2003.
- L. L. Mendes; A. C. Silveira, “Statistics of the Clipping in OFDM Signals”, *Virginia Tech Symposium on Wireless Personal Communications*, Blacksburg - USA, 2003.

Anexo B

Programas Utilizados nas Simulações

- Geração de símbolos OFDM

```
function [y,t,s]=mod_ofdm(N,Ts,dt);
%[y,t,s]=mod_ofdm(N,Ts,dt);
%y--> Sinal OFDM.
%t--> Eixo de tempo para o sinal OFDM.
%s--> Vetor com símbolos transmitidos
%
%N--> Número de portadoras.
%Ts-> Tempo do símbolo de entrada.
%dt-> Incremento do eixo do tempo.
s=2*(round(rand(1,N))-0.5)+j*2*(round(rand(1,N))-0.5);%dados
n=0:N-1;
f=n./(N*Ts);%Define as frequências ortogonais.
t=0:dt:N*Ts-dt;%Define o eixo do tempo.
y=zeros(1,length(t));
for i=1:N,
    y=y+2*real(s(i)*exp(-2*j*pi*f(i)*t));%Gera o sinal OFDM
end
```

- Ceifamento do sinal OFDM

```
function [yc,n]=ceifar(y,C);
%[yc,n]=ceifar(y,C)
%yc-> Sinal ceifado;
%
%y--> Sinal de entrada;
%C--> Limiar de ceifamento;
yc=y;
n=[zeros(1,length(y))];
for i=1:length(y),
    if yc(i)>C
        yc(i)=C;
    end
    if yc(i)<-C
        yc(i)=-C;
    end
end
end
```

- Estatísticas sobre o número de cruzamento de limiar

```
clear all;
M=10000;%numero de simbolos OFDM analisados
N=256;%numero de portadoras do simbolo OFDM
ts=1/N;%tempo do simbolo de entrada
dt=0.01*ts;%incremento do eixo de tempo
T=1;%Tempo de símbolo OFDM
nc=[];
clc;
for j=1:M,
    flag=0;
    [y,t]=mod_ofdm(N,ts,dt);%símbolo OFDM
    yc=y;
    C=3*std(y);
    for i=2:length(y),%Contagem do ceifamento
        if yc(i)>C
            yc(i)=C;
            if yc(i-1)~=C;
                flag=flag+1;
            end
        end
    end
end
```

```

        end
        if yc(i)<-C
            yc(i)=-C;
            if yc(i-1)~=-C
                flag=flag+1;
            end
        end
    end
    end
    nc=[nc flag];
end
l=C;
bins=max(nc)-min(nc);
[fx x]=mpdf(nc,bins);%fdp do cruzamento
bar(x,fx,'r');
hold on;
taxa=2*N/(sqrt(3)*T).*exp(-l.^2/2);
fx2=poisspdf(x+0.5,taxa);%fdp de poisson
stem(x-0.5,fx2); save taxa_ceifamento;

```

- Estatísticas sobre o tempo de duração do ceifamento

```

clear all;
M=1000;%numero de simbolos OFDM analisados
N=256;%numero de portadoras do simbolo OFDM
ts=1/N;%tempo do simbolo de entrada
dt=0.01*ts;%incremento do eixo de tempo
T=1;%Duração do símbolo OFDM
tc=[]; clc;
for j=1:M,
    [y,t]=mod_ofdm(N,ts,dt); %símbolo OFDM
    yc=y;
    C=3*std(y);
    i=2;
    while i<=length(y),
        flag=0;
        while yc(i)>C
            yc(i)=C;
            flag=flag+1;
            i=i+1;
        end
    end
end

```

```
        if flag>0
            tc=[tc flag*(t(2)-t(1))];%tempo de ceifamento
        end
        if flag==0
            i=i+1;
        end
    end
end
j
end
l=C;
[fx x]=mpdf(tc);%fdp da duração do ceifamento
k=1;
for i=1:length(fx)
    if fx(i)>0
        fx_c(k)=fx(i);
        x_c(k)=x(i);
        k=k+1;
    end
end
end
hold on
integral=trapz(x_c,fx_c);
fx_c=fx_c/integral;
plot(x_c,fx_c,'o');
plot(x_c,fx_c);
media=T/(l*N)*sqrt(3/(2*pi));
B=sqrt(2/pi)*media;
fx2=raylpdf(x_c,B);%fdp de rayleigh
plot(x_c,fx2,'m');
```

Referências Bibliográficas

- [1] S. Raymond, *GSM and CDMA ONE and 3G Systems*, John Wiley, 2001.
- [2] G. W. Collins, *Fundamentals of Digital Television Transmission*, John Wiley, 2000.
- [3] S. Haykin, *Communication Systems*, John Wiley, 2000.
- [4] M. K. Simon and M. S. Alouini, *Digital Communication over Fading Channels*, John Wiley, 2000.
- [5] B. Sklar, *Digital Communication - Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 2000.
- [6] A. R. Bahai and B. R. Saltzberg, *Multi-Carrier Digital Communications - Theory and Applications of OFDM*, Kluwer Academic, 1999.
- [7] J. Pines e C. M. O. Barradas, *Sistemas Multiplex*, Embratel, 1977.
- [8] L. Hanzo; W. Webb and T. Keller, *Single- and Multi-Carrier Quadrature Amplitude Modulation*, John Wiley, 2000.
- [9] European Broadcasting Union, “Radio broadcasting systems; digital audio broadcasting (dab) to mobile, portable and fixed receivers”, Tech. Rep. ETS 300 401, European Telecommunication Standard, 1995.
- [10] European Broadcasting Union, “Digital video broadcasting(dvb); implementation guidelines for the use of mpeg-2 systems, video and audio in satellite, cable and terrestrial broadcasting applications”, Tech. Rep. ETR 154, European Telecommunication Standard, 1997.
- [11] NHK (Japan Broadcasting Corporation), “Outline of the specification for ISDB-t”, Internet web page, 1999, <http://www.nhk.or.jp/strl/open99/de-2/shosai-e.html>.
- [12] S. Lin and D. J. Costello Jr, *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*, Prentice Hall, 1983.

- [13] P. Abrie, *Design of RF and Microwave Amplifiers and Oscillators*, Artech House, 2000.
- [14] A. R. S. Bahai; M. Singh; A. J. Goldsmith and B. R. Saltzberg, “A new approach for evaluating clipping distortion in multicarrier systems”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, no. 5, pp. 1037–1046, June 2002.
- [15] D. J. G. Mestdagh; P. Spruyt and B. Biran, “Analysis of clipping effect in DMT-based ADSL systems”, in *IEEE International Conference on Communication '94*, 1994, pp. 293–300.
- [16] J. A. C. Bingham, “Multicarrier modulation for data transmission: An idea whose time has come”, *IEEE Communications Magazine*, pp. 5–14, 1990.
- [17] S. J. Orfanidis, *Introduction to Signal Processing*, Prentice Hall, 1996.
- [18] B. Bourin, “High performance radio mobility in LANs”, *ETSI Sub Technical Committee Radio LAN*, 1995.
- [19] B. Hirosaki, “An orthogonally multiplexed QAM system using the discrete fourier transform”, *IEEE Transactions on Communications*, pp. 982–989, 1981.
- [20] B. P. Lathi, *Linear Systems and Signals*, Berkeley Crambridge Press, 1992.
- [21] N. P. Sands and K. S. Jacobsen, “Pilotless timing recovery for baseband multicarrier modulation”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, pp. 1047–1054, 2002.
- [22] S. B. Weinstein and P. M. Ebert, “Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform”, *IEEE Transactions on Communications Technology*, pp. 628–634, 1971.
- [23] R. D. Yates and D. J. Goodman, *Probability and Stochastic Processes: A Friendly Introduction for Electrical and Computer Engineers*, John Wiley, 1999.
- [24] D. J. Mestdagh; P. Spruyt and B. Biran, “Analysis of clipping effect in DMT-based ADSL systems”, *IEEE International Conference on Communication'94*, 1994, pp. 293–300.
- [25] S. O. Rice, “Distribution of the duration of fades in radio transmission”, *Bell Systems Journal*, vol. 37, pp. 581–635, May 1958.
- [26] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*, John Wiley, 7th edition, 1993.